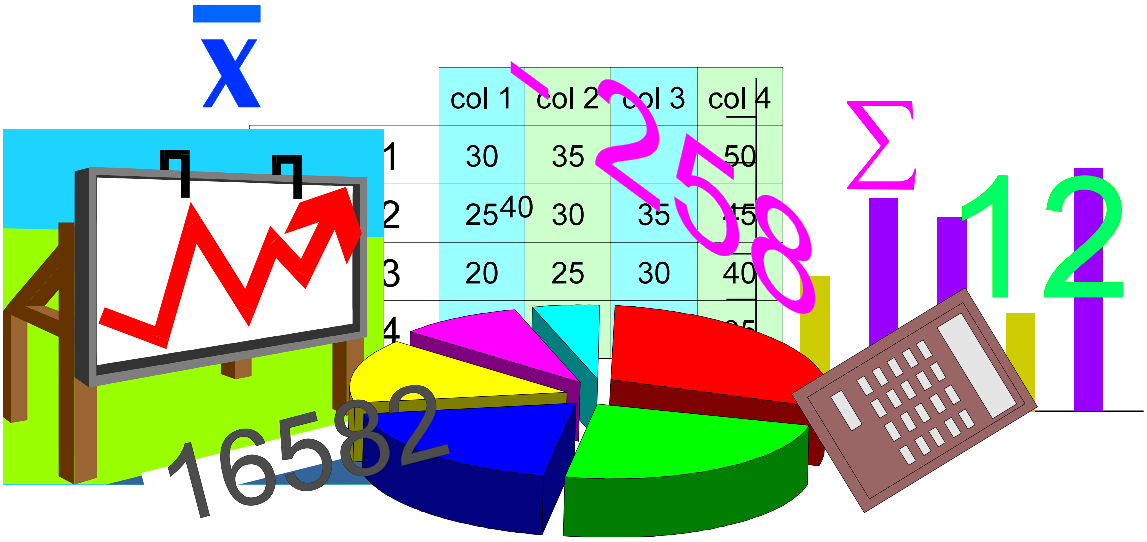
STATISTIQUES DESCRIPTIVES

APPROFONDISSEMENT : Ecart-type



Statistique : dossier N°4

Mars 1996

CDR	ECART - TYPE	Apprentissage et Evaluation
AGRIMEDIA		

Objectifs :

- Etudier la dispersion d'une série statistique autour de sa moyenne.
- Calculer un écart-type.
- Présenter certaines applications de cette notion statistique.

Contenu :

- Explications concernant le calcul de l’écart - type.
- Exercices d’application avec correction.

Pré-requis :

- Savoir organiser des données brutes sous forme de tableau (dossier 1).
- Savoir calculer une moyenne (dossier 3).

Matériel nécessaire :

- Calculatrice.

Public concerné :

- Toute personne désirant maîtriser le calcul de l’écart - type d'une série statistique.

STATISTIQUES DESCRIPTIVES

L'ECART - TYPE

I - Introduction

Lorsque l'on possède une série de données brutes, on peut en effectuer un classement ou une représentation graphique. On peut aussi calculer des valeurs numériques qui caractérisent la série : Mode, Médiane, Moyenne..;

Mais ces valeurs ne nous renseignent pas sur l'ETALEMENT des données.

Prenons par exemple l'étude des salaires des ouvriers et des employés représentée ci-contre par leur polygone des fréquences.

On remarque tout d'abord que les deux distributions sont décalées sur l'axe des abscisses (le salaire) ce qui permet de supposer que la moyenne des salaires mensuels des employés est supérieure à celle des ouvriers.
(On pourrait le vérifier par le calcul).
Mais, on remarque aussi qu'il y a un ETALEMENT plus important des salaires des employés.

Il faudrait pouvoir mesurer cet étalement afin de quantifier la différence avec la distribution des salaires d'ouvriers.

Un outil statistique existe pour cela, il s'agit de l'ECART-TYPE.

Voyons comment il est calculé.

REPARTITION DES SALAIRES DES OUVRIERS ET EMPLOYES

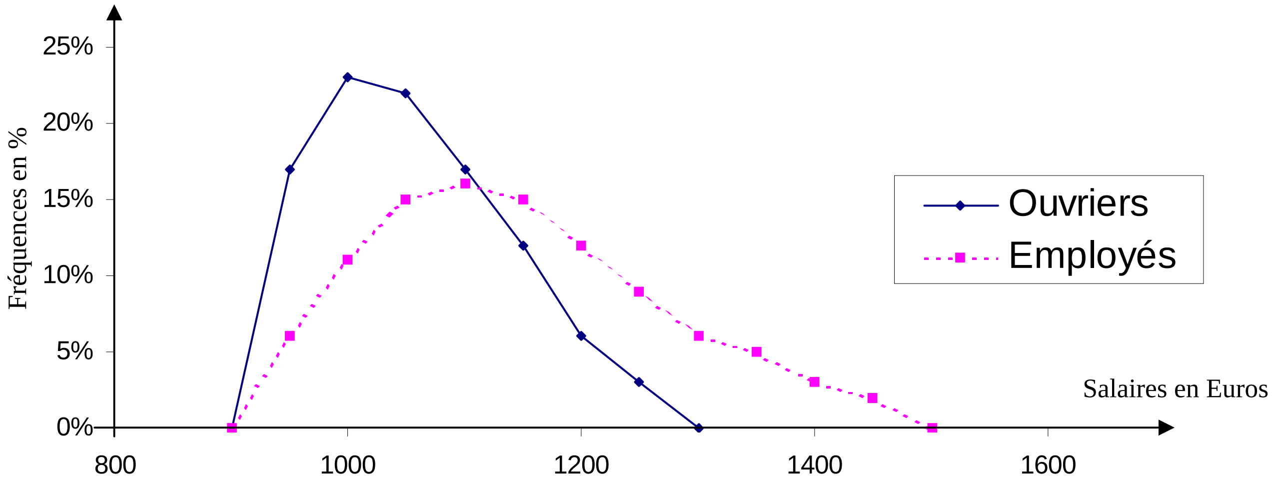
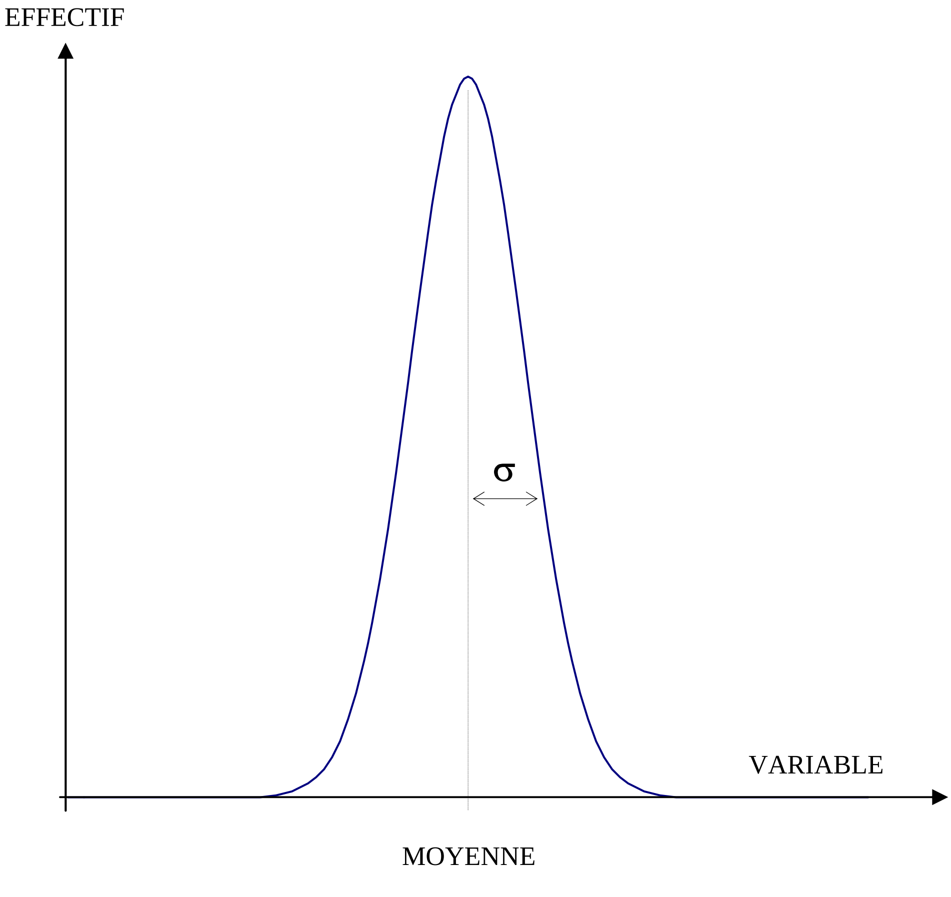
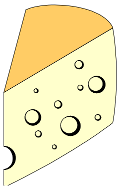


ILLUSTRATION DE L'ÉCART TYPE : σ



II - Calcul de l'Ecart-type



Exemple et calcul :

Prenons pour exemple le tableau statistique correspondant à la répartition de poids de fromages (voir dossiers 1 et 2).

Poids des fromages (en g) Classes	x_i Centres de classes	nombre de fromages Effectifs : n_i
[260 ; 270[	$x_1 = 265$	$n_1 = 1$
[270 ; 280[	$x_2 = 275$	$n_2 = 1$
[280 ; 290[	$x_3 = 285$	$n_3 = 4$
[290 ; 300[	$x_4 = 295$	$n_4 = 3$
[300 ; 310[	$x_5 = 305$	$n_5 = 8$
[310 ; 320[	$x_6 = 315$	$n_6 = 12$
[320 ; 330[	$x_7 = 325$	$n_7 = 7$
[330 ; 340[	$x_8 = 335$	$n_8 = 4$

Effectif Total : N = 40

La moyenne des poids des fromages que nous avons calculée dans un dossier précédent (3) est : $\overline{x} = 310$ g.

➠ Calcul des écarts à la moyenne

* Dans la 1ère classe, centrée sur $x_1 = 265$, on a $n_1 = 1$ fromage (effectif de la classe).

L'écart à la moyenne est : 265 - 310 = - 45

C'est-à-dire $x_1 - \overline{x} = - 45$.

On trouve une valeur négative, ce qui est normal car 265 g est plus petit que 310 g.

Dans cette classe, on a $n_1 = 1$
donc une seule fois cet écart : $1 \times (- 45) =$ **- 45**

* Dans la deuxième classe : $x_2 = 275$ et $n_2 = 1$
L'écart à la moyenne est : $x_2 - \overline{x} = 275 - 310 = - 35$

Il n'y a aussi qu'un fromage : $n_2 = 1$
$1 \times (- 35) =$ **- 35**

* Dans la troisième classe : $x_3 = 285$ et $n_3 = 4$
L'écart à la moyenne est : $x_3 - \overline{x} = 285 - 310 = - 25$

Mais, il y a 4 fromages dans cette classe, on observe donc 4 fois cet écart :

$$4 \times (-25) = -100$$

On a donc fait comme calcul :

$$\begin{aligned} & \text{effectif} \times \text{écart à la moyenne} \\ = \; & n_3 \times (x_3 - \overline{x}) \\ = \; & 4 \times (285 - 310) \\ = \; & 4 \times (-25) \\ = \; & \mathbf{-100} \end{aligned}$$

* Pour la quatrième classe : $n_4 = 3$ et $x_4 = 295$

On calcule de même :

$$\begin{aligned} & \text{effectif} \times \text{écart à la moyenne} \\ = \; & n_4 \; x \; (x_4 - \overline{x}) \\ = \; & 3 \times (295 - 310) \\ = \; & 3 \times (-15) \\ = \; & \mathbf{-45} \end{aligned}$$

* Pour la cinquième classe : $n_5 = 8$ et $x_5 = 305$

On calcule :

$$\begin{aligned} & n_5 \times (x_5 - \overline{x}) \\ = \; & 8 \times (305 - 310) \\ = \; & 8 \times (-5) \\ = \; & \mathbf{-40} \end{aligned}$$

* Pour la sixième classe : $n_6 = 12$ et $x_6 = 315$

On calcule :

$$\begin{aligned} & n_6 \times (x_6 - \overline{x}) \\ = \; & 12 \times (315 - 310) \\ = \; & 12 \times (5) \\ = \; & \mathbf{60} \end{aligned}$$

* Pour la septième classe : $n_7 = 7$ et $x_7 = 325$

On calcule :

$$\begin{aligned} & n_7 \times (x_7 - \overline{x}) \\ = \; & 7 \times (325 - 310) \\ = \; & 7 \times (15) \\ = \; & \mathbf{105} \end{aligned}$$

* Pour la huitième (et dernière) classe : $n_8 = 4$ et $x_8 = 335$

On calcule :

$$\begin{aligned} & n_8 \times (x_8 - \overline{x}) \\ = \; & 4 \times (335 - 310) \\ = \; & 4 \times (25) \\ = \; & \mathbf{100} \end{aligned}$$

On regroupe en général ces valeurs dans un tableau présenté sous la forme suivante, ce qui permettra de faire la somme des écarts que l'on note :

$$\sum[n_i\,(x_i\ -\ \overline{x})]$$

Poids des fromages (en g) Classes	Centre : x_i	Nombre de fromages Effectif : n_i	Ecart $\left(x_i - \overline{x}\right)$	Effectif × Ecart $n_i\left(x_i - \overline{x}\right)$
[260 ; 270[	265	1	265 - 310 = - 45	1 × (- 45) = - 45
[270 ; 280[	275	1	275 - 310 = - 35	1 × (- 35) = - 35
[280 ; 290[	285	4	285 - 310 = - 25	4 × (- 25) = - 100
[290 ; 300[	295	3	295 - 310 = - 15	3 × (- 15) = - 45
[300 ; 310[	305	8	305 - 310 = - 5	8 × (- 5) = - 40
[310 ; 320[	315	12	315 - 310 = 5	12 × (5) = 60
[320 ; 330[	325	7	325 - 310 = 15	7 × (15) = 105
[330 ; 340[	335	4	335 - 310 = 25	4 × (25) = 100

$\sum\ [n_i\,(x_i - \overline{x})] = (-\ 45) + (-\ 35) + (-\ 100) + (-\ 45) + (-\ 40) + (60) + (105) + (100) = \mathbf{0}$

On trouve zéro !!

Cette méthode ne permet donc pas de caractériser les écarts à la moyenne.

Pour mesurer l'étalement des valeurs, il faut donc modifier le calcul en partant du principe qu'un écart de 15 (par exemple) avant la moyenne vaut un écart de 15 après la moyenne.

Pourtant 15 avant la moyenne représente : **- 15**
et 15 après la moyenne représente : **+ 15**.

➠ Comment éliminer l'effet de signe ?

Il faut trouver un principe qui éliminera l'effet du signe négatif.

On a choisi de prendre : le CARRE de l'écart.

Regardons ce qui se passe avec un exemple :

écart : - 15 ➝ carré : (- 15) × (-15) = **+ 225**
écart : + 15 ➝ carré : (+ 15) × (+15) = **+ 225**

Dans les deux cas on arrive à la même valeur, on a donc « éliminé » l'effet de signe. Un écart de 15 avant la moyenne correspond à un écart de 15 après la moyenne.

➠ <u>Qu'est ce qui change dans le calcul ?</u>

Dans le tableau, on avait créé une colonne (x_i - $\overline{x}$). Il faut en ajouter une supplémentaire : $\left(x_i - \overline{x}\right)^2$ qui représente le carré de l'écart.

On continue ensuite en multipliant le carré de cet écart par l'effectif de la classe.

➠ <u>Exemples de calcul avec la 1^{ère}, la 3^{ème} et la 8^{ème} classe :</u>

* 1ère classe :

- centre de classe :	$x_1 = 265$
- écart à la moyenne :	$x_1 - \overline{x} = 265 - 310 = -45$
- carré de l'écart :	$(x_1 - \overline{x})^2 = (-45)^2 = 2\,025$
- effectif de la classe :	$n_1 = 1$
- écart total :	$n_1\,(x_1 - \overline{x})^2 = 1 \times 2\,025 =$ **2 025**

* 3ème classe :

- centre de classe :	$x_3 = 285$
- écart à la moyenne :	$x_3 - \overline{x} = 285 - 310 = -25$
- carré de l'écart :	$(x_3 - \overline{x})^2 = (-25)^2 = 625$
- effectif de la classe :	$n_3 = 4$
- écart total :	$n_3\,(x_3 - \overline{x})^2 = 4 \times 625 =$ **2 500**

* 8ème classe :

- centre de classe :	$x_8 = 335$
- écart à la moyenne :	$x_8 - \overline{x} = 335 - 310 = +25$
- carré de l'écart :	$(x_8 - \overline{x})^2 = (+25)^2 = 625$
- effectif de la classe :	$n_8 = 4$
- écart total :	$n_8\,(x_8 - \overline{x})^2 = 4 \times 625 =$ **2 500**

et de même pour toutes les classes...

➠ Tableau récapitulatif

L'ensemble des valeurs est repris sous forme d'un tableau dont il faut connaître la construction, elle sera valable dans tous les autres cas.

Poids des fromages (en g) Classes	Centre x_i	Nombre de fromages Effectif : n_i	$(x_i - \bar{x})$ Ecart	$(x_i - \bar{x})^2$ Carré de l'écart	$n_i (x_i - \bar{x})^2$ Total des écarts au carré
[260 ; 270[	265	1	- 45	2 025	2 025
[270 ; 280[	275	1	- 35	1 225	1 225
[280 ; 290[	285	4	- 25	625	2 500
[290 ; 300[	295	3	- 15	225	675
[300 ; 310[	305	8	- 5	25	200
[310 ; 320[	315	12	5	25	300
[320 ; 330[	325	7	15	225	1 575
[330 ; 340[	335	4	25	625	2 500
	Somme	N = 40		Somme	= 11 000

On effectue la somme des nombres de la dernière colonne
on la note : $\sum \left[n_i \ (x_i - \bar{x})^2\right]$

Elle représente la **SOMME TOTALE DES ECARTS AU CARRE**

ici $\sum \left[n_i \ (x_i - \bar{x})^2\right]$ = 2025 + 1225 + 2500 + 675 + 200 + 300 + 1575 + 2500 = **11000**

➠ Comment obtenir une moyenne des écarts ?

La valeur que l'on vient de trouver est valable pour les 40 fromages de l'échantillon. Si l'on veut la valeur moyenne pour 1 fromage, il suffit de diviser par l'effectif total noté N qui vaut ici : 40.

Soit : $\frac{\mathbf{11000}}{\mathbf{40}} = \mathbf{275}$

qui représente comme calcul : $\frac{\sum \left[n_i \ (x_i - \bar{x})^2\right]}{N}$

et qu'on appelle : VARIANCE

Mais, cette variance est une moyenne des CARRES des écarts.

Pour avoir une moyenne des écarts, il suffit d'effectuer l'opération inverse du carré c'est à dire la RACINE CARREE et l'on obtient enfin : L'ECART - TYPE

Noté : σ d'où $\sigma = \sqrt{\dfrac{\sum\left(n_i\,(x_i - \overline{x})^2\right)}{N}}$

ici $\sigma = \sqrt{275} =$ **16,58**

Remarque : La VARIANCE est donc le carré de l'ECART-TYPE

VARIANCE = σ^2

Définitions :

On appelle VARIANCE la moyenne des carrés des écarts à la moyenne :

On la note : $\boxed{\sigma^2 = \dfrac{\Sigma\,[n_i\,(x_i - \overline{x})^2\,]}{N}}$

On appelle ECART-TYPE la racine carrée de la variance : notée : σ

III - Utilisation de l'écart-type

A) Signification

L'écart-type (σ) est une CARACTERISTIQUE DE DISPERSION. Elle donne une notion de l'étalement autour de la moyenne qui peut être illustré par exemple, par le graphique ci-contre.

B) Comparaison

1) Exemple :

Pour deux élevages de veaux de même effectif, l'alimentation a été différente et on a constaté que la moyenne des poids à 5 mois était identique : 180 kg.
Voir à la suite la représentation graphique des deux séries statistiques.

Le calcul de l'écart-type de chaque série confirme, en valeur chiffrée, ce qui apparaît sur le graphique : UN ETALEMENT SUPERIEUR POUR LA SERIE 2 PAR RAPPORT A LA SERIE 1 ; c'est à dire :

$$\boxed{\sigma_2 > \sigma_1}$$

avec pour notre exemple : σ_2 = 18 kg et σ_1 = 10 kg : 18 >10.

En conclusion, on peut penser dans un tel cas que le choix de l'alimentation pour les veaux de l'élevage 1 conduit à une plus grande homogénéité des poids.

2) Autre exemple :

Supposons cette fois un même élevage à deux époques différentes : 5 mois et 15 mois.

à 5 mois : $\overline{x}_1 = 180$ kg

à 15 mois : $\overline{x}_2 = 470$ kg

Dans ce cas, à quoi peut servir le calcul de l'écart-type ?

Envisageons les deux cas possibles :

* les deux écarts type sont sensiblement égaux $\sigma_1 \approx \sigma_2$,

* les deux écarts type sont sensiblement différents $\sigma_1 \neq \sigma_2$

a) $\underline{\sigma_1 \approx \sigma_2}$

Supposons σ_1 = 10 kg et σ_2 = 10,2 kg.

Les distributions seraient illustrées par le graphique n°1 ci-contre.

On pourrait alors conclure que tous les veaux ont grossi de la même façon.

b) $\underline{\sigma_1 \neq \sigma_2}$

Supposons cette fois : σ_1 = 10 kg et σ_2 = 26 kg.

pour les mêmes valeurs de moyennes que le a), les distributions seraient illustrées par le graphique n°2 ci-contre.

L'étalement n'est plus le même (10 ≠ 26) et l'évolution n'est donc plus la même pour tous les veaux.

Comment expliquer cela ?

Pendant que la moyenne des poids augmentait (entre 5 et 15 mois), l'écart-type n'aurait-il pas suivi la même évolution ?

Un calcul peut nous permettre de répondre : il s'agit du COEFFICIENT DE VARIATION noté $C\upsilon$ avec :

$$C\upsilon = \frac{\sigma}{\overline{x}} = \frac{\text{Ecart} - \text{type}}{\text{moyenne}}$$

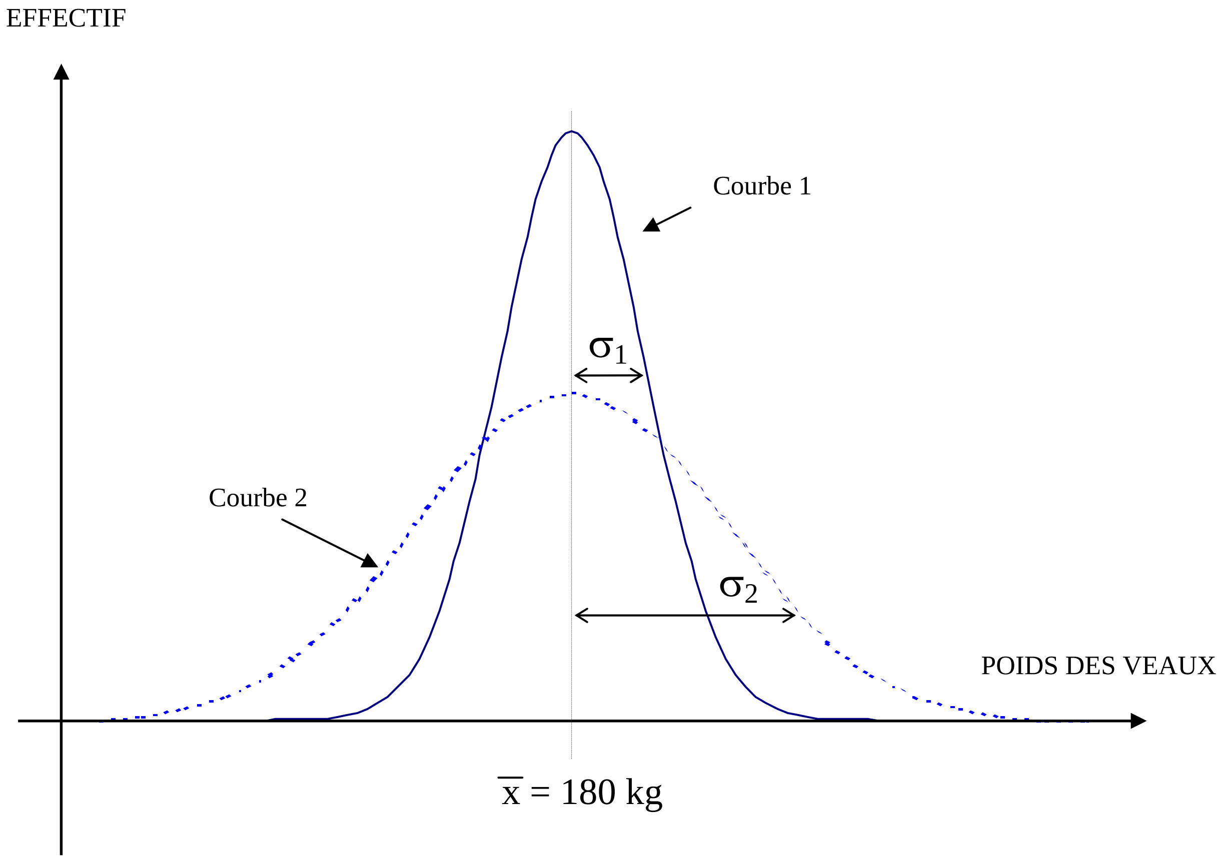
Calculons-les pour notre exemple :

Courbe 1 : $C\upsilon_1 = \frac{10}{180} = 0{,}0556$

Courbe 2 : $C\upsilon_2 = \frac{26}{470} = 0{,}0553$

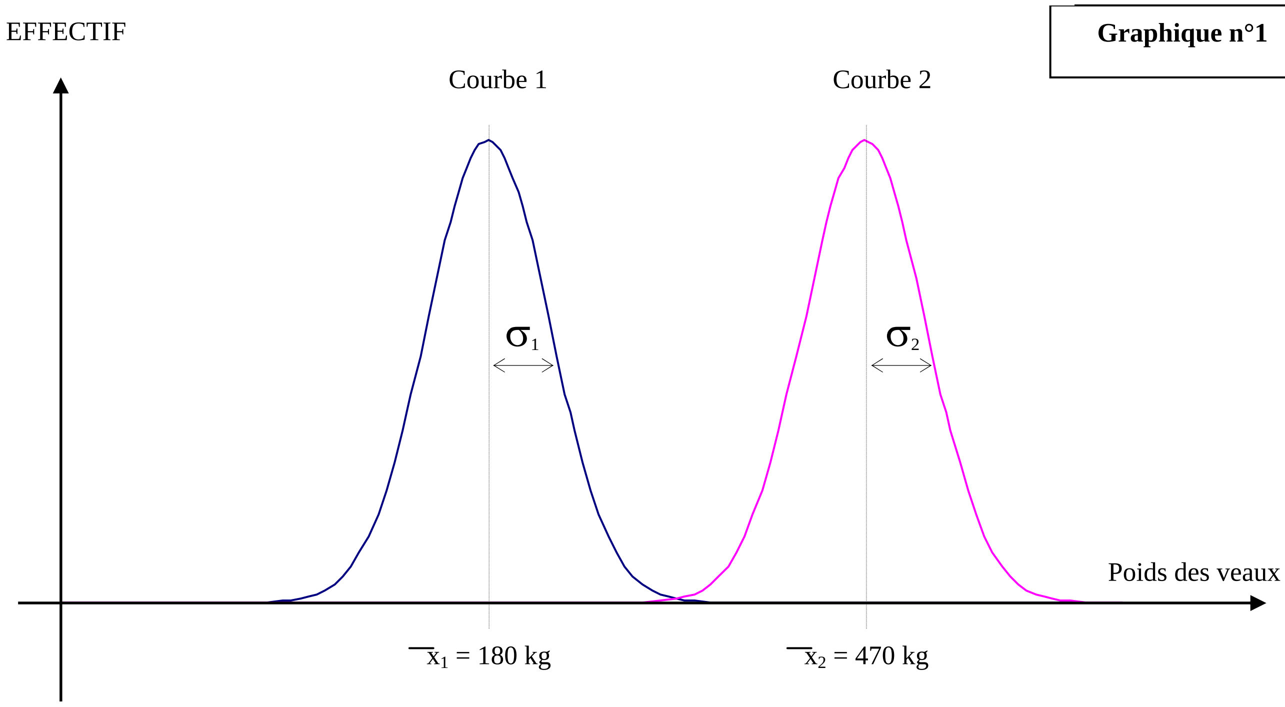
Les deux coefficients sont égaux (ou presque) ; ils confirment que, <u>proportionnellement</u>, les deux grandeurs : moyenne et écart-type ont varié de façon identique.

Répartition des poids de veaux à 5 mois pour les deux élevages



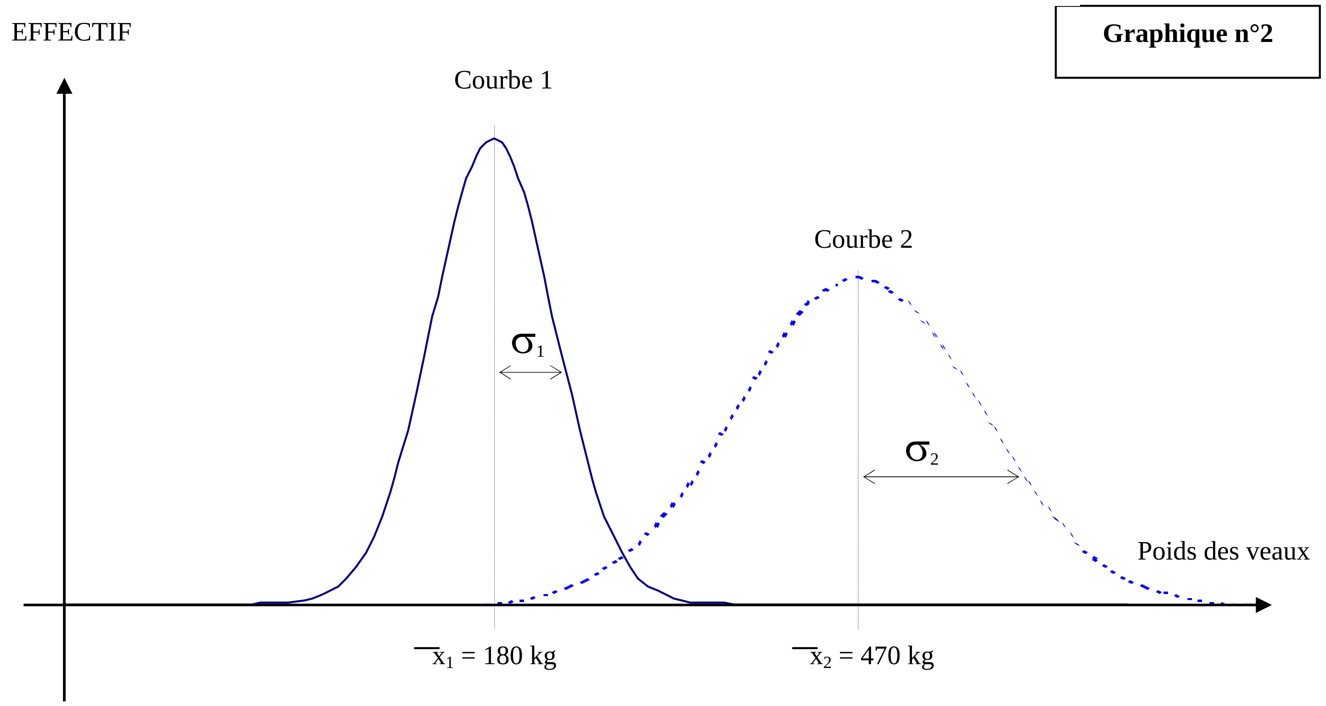
RÉPARTITION DES POIDS DES VEAUX AVEC ÉCARTS TYPES ÉGAUX

Graphique n°1



RÉPARTITION DES POIDS DES VEAUX AVEC ÉCARTS TYPES DIFFÉRENTS

Graphique n°2



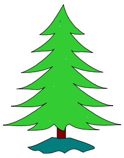
Remarques :

* Dans tous les cas d'évolution, le coefficient de variation ne sera pas toujours constant, il peut augmenter ou diminuer.

* Un coefficient de variation peut aussi être exprimé en pourcentage.
exemple : $C\upsilon_1 = 0{,}0556 = 5{,}56$ %.

IV - Exercices d’application

A - Les sapins



Dans une sapinière on a mesuré tous les sapins et on a obtenu, après regroupement, le tableau suivant :

Hauteur des sapins (m)	[0 ; 1[	[1 ; 2[	[2 ; 3[	[3 ; 4[	[4 ; 5[	[5 ; 6[	[6 ; 7[	[7 ; 8[	[8 ; 9[	[9 ; 10[
Nombre de sapins	1	3	12	24	50	85	35	20	8	2

La hauteur moyenne des sapins est : $\overline{x} = 5{,}32$ m

Calculer l’écart-type.

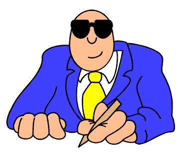
Le tableau présentant l’ensemble des résultats peut prendre la forme suivante :

Hauteur des sapins (m) Classes	Nombre de sapins Effectifs : n_i	Centres de classes : x_i	Ecarts $x_i - \overline{x}$	Carrés $(x_i - \overline{x})^2$	Total des écarts au carré $n_i (x_i - \overline{x})^2$
	N = ?				Somme = ?

$$\sigma^2 = \text{Variance} = \frac{?}{?}$$

$$\sigma = \text{écart-type} = \sqrt{\text{variance}} = ?$$

A vous ...!



B - Les chocolats

Une ensacheuse peut-être réglée sur deux consignes différentes :
* sachets de 100 grammes,
* sachets de 500 grammes.

Dans le cas du 1er réglage, l'écart-type a été contrôlé, sa valeur est de 7 grammes.

Pour contrôler l'évolution des variables lorsque l'on passe au deuxième réglage on a prélevé un échantillon ; les résultats sont les suivants :

Poids en grammes	Nombre de sachets
[480 ; 485[	4
[485 ; 490[	8
[490 ; 495[	12
[495 ; 500[	16
[500 ; 505[	28
[505 ; 510[	12
[510 ; 515[	7
[515 ; 520[	3
[520 ; 525[	0

1) Quelle est la moyenne ? Respecte t-elle la consigne ?

2) Que peut-on conclure du calcul de l'écart-type et de la comparaison avec l'autre consigne ?

Réponses

A - Sapins

Hauteur (m) Classes	Effectifs : n_i	Centre x_i	Ecart $(x_i - \bar{x})$	Carré $(x_i - \bar{x})^2$	Total des écarts au carré $n_i (x_i - \bar{x})^2$
[0 ; 1[	1	0,5	- 4,82	23,2324	23,2324
[1 ; 2[	3	1,5	- 3,82	14,5924	43,7772
[2 ; 3[	12	2,5	- 2,82	7,9524	95,4288
[3 ; 4[	24	3,5	- 1,82	3,3124	79,4976
[4 ; 5[	50	4,5	- 0,82	0,6724	33,6200
[5 ; 6[	85	5,5	0,18	0,0324	2,7540
[6 ; 7[	35	6,5	1,18	1,3924	48,7340
[7 ; 8[	20	7,5	2,18	4,7524	95,0480
[8 ; 9[	8	8,5	3,18	10,1124	80,8992
[9 ; 10[	2	9,5	4,18	17,4724	34,9448
	N = 240			Somme =	537,9360

$$\text{VARIANCE} = \frac{537{,}9360}{240} = 2{,}2414$$

$$\text{ECART-TYPE} = \sqrt{2{,}2414} = 1{,}497 \text{ m}$$

B - Chocolats

Centre de classes x_i	Effectif n_i	x_i x n_i	Total des écarts
482,5	4	1 930,0	1 225,00
487,5	8	3 900,0	1250,00
492,5	12	5 910,0	675,00
497,5	16	7 960,0	100,00
502,5	28	14 070,0	175,00
507,5	12	6 090,0	675,00
512,5	7	3 587,5	1 093,75
517,5	3	1 552,5	918,75
522,5	0	0,0	0,00
Somme	90	45 000,00	6 112,50

Moyenne = 500,00

Ecart-type = 8,24

1) La moyenne est respectée lorsque la consigne est sur 500 grammes.

2) Calculons les coefficients de variation :

$$100 \text{ grammes} \rightarrow C\upsilon_1 = \frac{7}{100} = 0{,}07 = 7\ \%$$

$$500 \text{ grammes} \rightarrow C\upsilon_2 = \frac{8{,}24}{500} \approx 0{,}0165 \approx 1{,}65\ \%$$

On peut conclure que l'écart-type a augmenté très légèrement mais que cette augmentation n'a pas été proportionnelle à celle de la moyenne puisque les coefficients de variation ne sont pas égaux. Le lot est donc relativement plus homogène pour la consigne de 500 grammes.

Partie II

Exercices

<u>Exercice sur la variance et l'écart-type</u>

<u>Exercice 1</u>

On considère les résultats de l'amphi à un examen

Note	7	9	11	12	13	15
Effectif	5	4	21	35	32	3

1) Calculez la moyenne de l'amphi **m=11,83**
2) Déterminez la médiane, le premier quartile et le troisième quartile de la série **médiane=12 (50eme note), Q1=11, Q3=13**
3) Calculez la variance et l'écart-type de la série **V=2,64 et σ=1,62**
4) Répondez aux questions 1 à 3 en supposant que le professeur augmente chaque note de 1 point. **m=12,83, médiane=13, Q1=12, Q3=14, V=2,64 et σ=1,62**
5) Répondez aux questions 1 à 3 en supposant que le professeur augmente chaque note de 10%. **CM=1,1 donc m=1.1x11.83=13,013, médiane=13,2, Q1=12,1, Q3=13,4, V=3,19 ($1,1^2$x2,64) et σ=1,1x1,62=1,78**

<u>Exercice 2</u>

On considère la taille d'un échantillon d'insectes

Taille en mm	18	19	21	23	24
Fréquence	0.15	0.21	0.28	0.21	0.15

1) Calculez la taille moyenne de l'échantillon **m=21mm**
2) Déterminez la médiane, le premier quartile et le troisième quartile de la série **Médiane=21mm, Q1=19mm et Q3=23mm**
3) Calculez la variance et l'écart-type de la série **V=1,68 et σ=1,30**
4) Répondez aux questions 1 à 3 en prenant la taille en cm et non en mm

m=2,1cm, médiane=2,1cm, Q1=1,9cm et Q3=2,3cm, V=0,0168 et σ=0,130

<u>Exercice 3</u>

On considère la taille des élèves de CP et de CM2

Taille en cm	130	135	140	145	150
Effectif en CP	18	17	4	1	0
Effectif en CM2	0	4	12	14	10

Calculez la taille moyenne de chaque classe et la taille moyenne de l'ensemble
Moyenne CP=133,5 Moyenne CM2=143,75 Moyenne globale=138,625
2) Calculez la variance et l'écart-type de chaque classe. **VCP= 14 et σCP=3.74 ; VCM2=22,19 et σCM2=4,71**
3) D'après vous, quelle classe est la plus homogène en termes de taille ? **Les CP (σCP/moyenneCP=0,028 < σCM2/moyenneCM2=0,033)**

4) Calculez la variance totale et la variance des moyennes des 2 classes par rapport à la moyenne globale. A votre avis, la dispersion totale s'explique-t-elle d'abord par la dispersion au sein des 2 classes, ou par la dispersion entre les 2 classes ?

Vintra=(VCP+VCM2)/2=18.10
Vinter=[(133,5-138,625)²+(143,75-138,625)²]/2=26,26
Vtotale=Vintra+Vinter=44,36
Vinter/Vtotale=0,70 donc 70% de la dispersion est expliquée par la différence de taille entre CP et CM2.

Exercice 1

Marc est dans une classe de BEP Secrétariat. Voici les notes obtenues au dernier devoir :
06 - 14 - 12 - 15 - 05 - 08 - 06 - 06 - 15 - 18 - 17 - 15 - 12

1. Ranger ces notes dans un tableau contenant trois colonnes.

Notes x_i	Effectif n_i	Produit x_i x n_i
05	1	5
06	3	18
12	2	24
14	1	14
15	3	45
17	1	17
18	1	18
	12	**141**

2. À l'aide du tableau, calculer la moyenne de cette classe.

$\frac{141}{12}$ = 11,75. **La moyenne de cette classe est de 11,75/20.**

Exercice 2

Dans un lycée, on a relevé la taille des 500 élèves. Le tableau suivant recense les informations recueillies.

Taille (en cm)	**Nombre d'élèves** n_i	**Centre de classe** x_i	**Produit** x_i **x** n_i
[145 ; 155[	55	150	8 250
[155 ; 165[	65	160	10 400
[165 ; 170[	115	167,5	19 262,5
[170 ; 175[	140	172,5	24 150
[175 ; 180[	85	177,5	15 087,5
[180 ; 190[	40	185	7 400
	500		**84 540**

1. Compléter la colonne "nombre d'élèves".
2. Que faut-il calculer dans la troisième colonne ? Les calculer et compléter la colonne.
Il faut calculer les centres de classe.
3. Que doit-on calculer dans la dernière colonne ? Compléter cette colonne.
Il faut calculer les produits x_i x n_i
4. Calculer la taille moyenne des élèves du lycée. $\frac{84\,540}{500}$ = 169,08. **La taille moyenne est de 169 cm.**

Exercice 3

Un directeur de supermarché chronomètre le temps d'attente en caisse. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant.

Temps d'attente (min)	Effectif n_i	Centre de classe x_i	Produit x_i x n_i
[0 ; 5[	12	2,5	30
[5 ; 10[	18	7,5	135
[10 ; 15[	30	12,5	375
[15 ; 20[	20	17,5	350
[20 ; 25[	15	22,5	337,5
[25 ; 30[	5	27,5	137,5
TOTAL	**100**		**1 365**

Calculer le temps d'attente moyen dans ce supermarché. $\frac{1\ 365}{100} = 13{,}65$.

Le temps moyen d'attente en caisse est de 13,65 minutes (soit 13 minutes et 39 secondes).

Exercice 4

Dans une équipe de football, l'âge des joueurs est (en années) :
23 - 25 - 18 - 19 - 24 - 24 - 25 - 21 - 21 - 25 - 23 - 19 - 20 - 21 - 22

1. Quel est l'âge moyen ?

   Après calculs, on trouve que l'âge moyen est de 20,6 ans (soit 20 ans et 7 mois).

2. Quel est l'âge médian ?

   Rangeons les âges dans l'ordre croissant :
   18 - 19 - 19 - 20 - 21 - 21 - 21 - $\boxed{22}$ - 23 - 23 - 24 - 24 - 25 - 25 - 25
   22 est l'âge du "milieu" : 22 est l'âge médian.

Exercice 5

Le nombre d'enfants de 50 familles d'un lotissement est donné par le tableau suivant :

Nombre d'enfants	Nombre de familles	Effectifs cumulés croissants	fréquences	fréquences cumulées croissantes
0	4	4	0,08	0,08
1	11	15	0,22	0,30
2	7	22	0,14	0,44
3	14	36	0,28	**0,72**
4	8	44	0,16	0,88
5	6	50	0,12	1
	50		**1**	

1. Compléter la deuxième colonne du tableau.
2. Dans les deux dernières colonnes du tableau, calculer les fréquences et les FCC.

3. Déterminer le nombre médian d'enfants par famille.
Le nombre médian est de 3 enfants (nombre d'enfants correspondant à une FCC égale à 0,5).

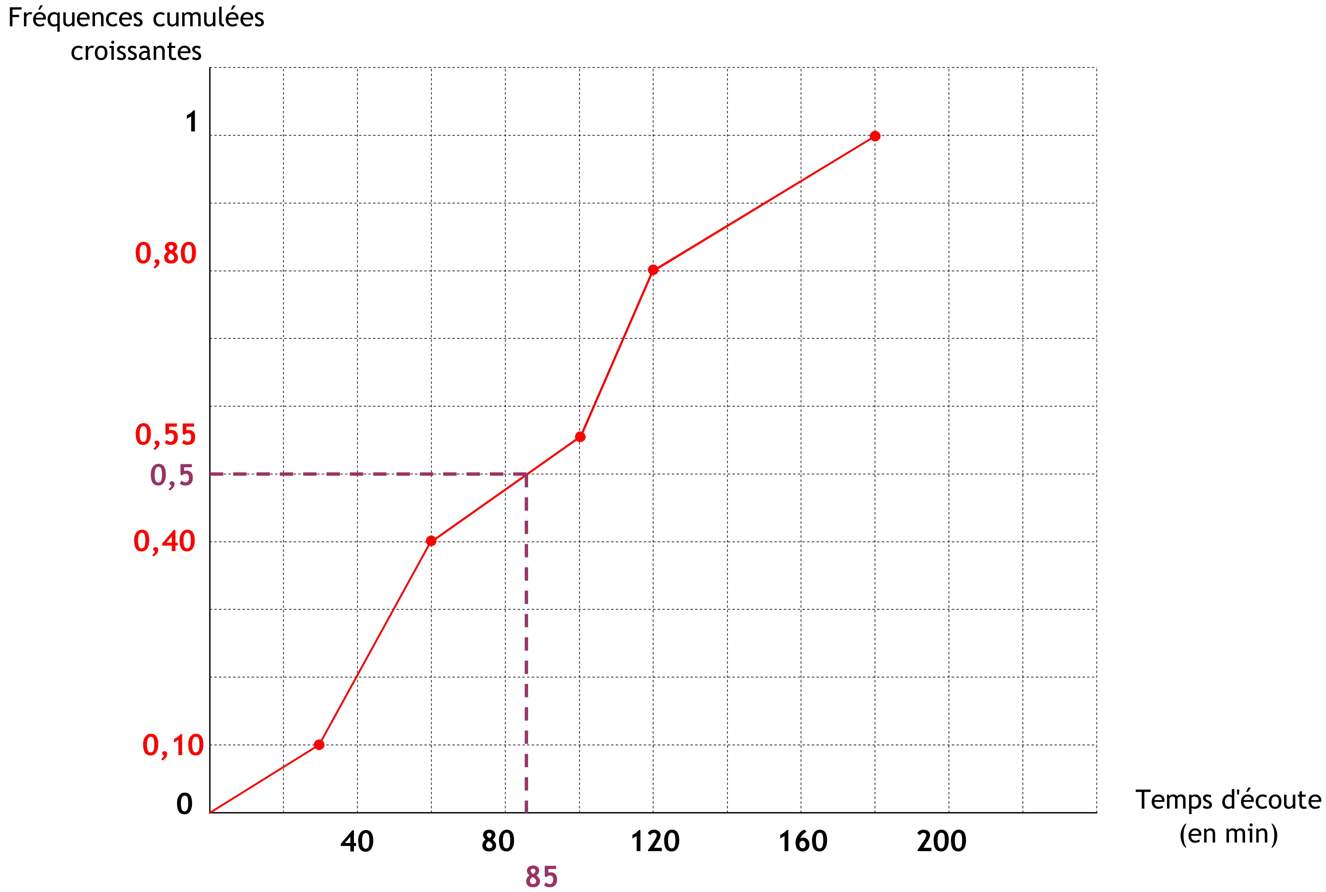
Exercice 6

Le temps d'écoute quotidien de la télévision de 40 lycéens est le suivant :

Temps d'écoute (en min)	Nombre de lycées n_i	Fréquence	Fréquences cumulées croissantes
[0 ; 30[	4	0,10	0,10
[30 ; 60[	12	0,30	0,40
[60 ; 100[	6	0,15	0,55
[100 ; 120[	10	0,25	0,80
[120 ; 180[	8	0,20	1
	40	**1**	

Déterminer le temps médian d'écoute de la télévision par ces lycéens.

Il faut construire le polygone des fréquences cumulées croissantes.



Le temps médian est d'environ 85 minutes, soit 1 heure et 25 minutes.

Exercice 7

On recense, sur une journée, le nombre d'enfants de la clientèle d'une grande surface. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-après.

x_i	n_i	**Produit** $x_i \times n_i$ (1)	$\lvert x_i - \overline{x} \rvert$ (2)	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$ (3)
0	5	0	2	20
1	50	50	1	50
2	95	190	0	0
3	40	120	1	40
4	10	40	2	40
	200	**400**		**150**

1. Compléter la colonne 1 de ce tableau.
2. En déduire la moyenne de cette série statistique. $\frac{400}{200} = 2$. **La moyenne de cette série est 2.**
3. Compléter les colonnes 2 et 3 de ce tableau.
4. En déduire la variance, puis l'écart-type de cette série statistique.

$V = \frac{150}{200} = 0{,}75$. **La variance de cette série statistique vaut 0,75.**

$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{0{,}75} \approx 0{,}866$. **L'écart-type de cette série vaut environ 0,866.**

Exercice 8

L'âge des pères de 30 élèves de BEP est le suivant :

Âge	n_i	x_i	**Produit** $x_i \times n_i$	$\lvert x_i - \overline{x} \rvert$	$n_i \times (x_i - \overline{x})^2$
[25 ; 35[	1	30	30	13,1	171,61
[35 ; 40[	7	37,5	262,5	5,6	219,52
[40 ; 45[	12	42,5	510	0,6	4,32
[45 ; 50[	8	47,5	380	4,4	154,88
[50 ; 60[	2	55	110	11,9	283,22
	30		**1 292,5**		**833,53**

1. Compléter la colonne "x_i" en calculant les centres de classe.
2. Compléter le tableau, puis déterminer :
   a. La moyenne de cette série statistique

   $\frac{1\,292{,}5}{30} \approx 43{,}1$. **La moyenne de cette série statistique vaut 43,1.**

   b. La variance. $V = \frac{833{,}53}{30} \approx 27{,}8$. **La variance de cette série vaut environ 27,8.**

   c. L'écart-type. $\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{27{,}8} \approx 5{,}3$. **L'écart-type de cette série vaut environ 5,3.**