

## STATISTIQUE DESCRIPTIVE

### DOCUMENT DE T.D.

- THEMES ET PLANNING DES SEANCES DE T.D.

Séance n°1 du 01 Oct. - 06 Oct. : Tableaux statistiques ; représentations graphiques.

Séance n°2 du 08 Oct. - 13 Oct.: Centralité ; divers types de moyennes.

Séance n°3 du 15 Oct. - 20 Oct.: Dispersion concentration + exercice de synthèse

Séance n°4 du 22 Oct. - 27 Nov.: Tableaux de contingence.

Séance n°5 du 05 Nov. - 10 Nov.: Liaisons entre deux variables.

Séance n°6 du 12 Nov. – 17 Nov.: Régression ; corrélation linéaire.

Séance n°7 du 19 Nov. – 23 Nov.: Séries chronologiques.

Séance n°8 du 26 Nov. - 30 Nov.: Séries chronologiques.

Séance n°9 du 03 Dec. - 08 Dec.: Indices.

Séance n°10 du 10 Dec. - 14 Dec.: Indices.

- FONCTIONNEMENT DES T.D. :

- La présence est obligatoire.

- Pour chaque séance vous avez préalablement des exercices à travailler et devez rédiger correctement vos réponses.

- Un certain nombre de devoirs seront ramassés et notés à chaque séance.

- MODE DE CONTROLE DU TRAVAIL ET DES CONNAISSANCES :

- La note des T.D. statistiques compte pour 40% de la note définitive de statistiques.

- L'examen final compte pour 60% et a lieu en janvier.

- La note de T.D. (cette note est conservée pour la 2<sup>ème</sup> session) se décompose en :

- ◆ 40% : notes de tests faits au cours des séances ;

- ◆ 60% : note des devoirs ramassés au cours des séances; oral et participation.

## SEANCE N° 1 :

### TABLEAUX STATISTIQUES ; REPRESENTATIONS GRAPHIQUES

#### EXERCICE 1

Une grande entreprise utilise 5 usines de fabrication de tailles différentes. Les parts du chiffre d'affaires réalisées par chacune d'elles sont respectivement : 31,5%, 27,3%, 18,6%, 15,2% et 7,4%. Chaque usine réalise une partie de son chiffre d'affaires à l'exportation, les parts que représente l'export sont respectivement (dans le même ordre que plus haut) : 12,8%, 32,6%, 15,7%, 8,4% et 10,3% (pourcentage par rapport au chiffre d'affaires de chaque usine).

- On désire représenter l'importance relative des chiffres d'affaires de ces usines sous forme de secteurs sur disque complet. Déterminer l'angle de chacun des 5 secteurs.
- A l'intérieur de chaque secteur on représente la part à l'export par un secteur de même rayon. Déterminer l'angle de chacun de ces secteurs « export ».

#### EXERCICE 2

Soit la répartition du personnel d'une entreprise ( $n_i$ ) en fonction du nombre d'enfants ( $x_i$ )

$x_i$	0	1	2	3	4	5
$n_i$	12	31	40	11	4	2

- Représentez graphiquement ces données.
- Représentez graphiquement les fréquences cumulées croissantes.
- Quelle est la proportion des salariés ayant moins de 2 enfants ?  
Quelle est la proportion des salariés ayant au plus 3 enfants ?

#### EXERCICE 3

La répartition, en 1984, du nombre de pièces des résidences principales en France est :

NOMBRE DE PIECES	1	2	3	4	5	6 ET PLUS
EFFECTIFS (MILLIERS DE LOGEMENTS)	1.219	2.753	4.697	5.514	3.461	2.449

(Source INSEE).

Effectuer la représentation graphique associée à ces données, qui vous semble la plus judicieuse.

#### EXERCICE 4

L'INSEE a publié en 1995 les résultats d'une enquête portant sur les salariés dans les Banques et les Assurances.

- La répartition de ces salariés selon la tranche de salaire mensuel brut est la suivante :

SALAIRE (en FRANCS)	BANQUES	ASSURANCES
de 4.000 à moins de 4.500	4,0%	18,7%
de 4.500 à moins de 5.000	27,7%	29,8%
de 5.000 à moins de 7.000	55,6%	38,3%
de 7.000 à moins de 10.500	11,0%	10,9%
de 10.500 à moins de 13.000	1,1%	1,2%
de 13.000 à moins de 15.000	0,6%	1,1%
<b>Total</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>

Représenter graphiquement ces deux distributions. Quels commentaires ces représentations vous inspirent-elles ?

2. La répartition des populations salariées des Banques et des Assurances par qualification est la suivante :

QUALIFICATION	BANQUES	ASSURANCES
Cadres Supérieurs	2,3%	1,0%
Autres Cadres	9,3%	9,6%
Maîtrise et Techniciens	28,7%	17,1%
Employés qualifiés	42,3%	59,8%
Employés non qualifiés	17,4%	12,5%
<b>Total</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>

Ces données confirment-elles les commentaires faits à la Question 1.. (On pourra utiliser des représentations graphiques pour illustrer le propos).

### **EXERCICE 5**

1. La distribution statistique suivante représente le nombre de paires de chaussures vendues selon la pointure dans un magasin durant le mois de septembre.

pointure	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
effectifs	6	12	41	34	19	31	26	18	12	5	1

Déterminer le(s) mode(s) et interpréter.

2. La répartition de 500 jets d'un dé (simulation sur ordinateur) est donné par le tableau suivant :

modalité	1	2	3	4	5	6
effectifs	86	80	102	69	76	87

Déterminer le(s) mode(s) et interpréter.

### **EXERCICE 6**

On donne la répartition suivante, des contribuables en France selon les revenus déclarés :

**Tableau 1** : Bénéfices industriels et commerciaux (en France)

REVENUS (en euros)	NOMBRE DE CONTRIBUABLES (en MILLIERS)
de 0 à moins de 7 500	8
de 7.500 à moins de 9.000	75
de 9.000 à moins de 12.000	242
de 12.000 à moins de 15.000	284
de 15.000 à moins de 23.000	350
de 23.000 à moins de 31.000	240
de 31.000 à moins de 78.000	84
Plus de 78.000	52
<b>Total</b>	<b>1 335</b>

**Tableau 2** : Traitements et Salaires

REVENUS (en euros)	NOMBRE DE CONTRIBUABLES (en MILLIERS)
de 0 à moins de 7 500	380
de 7.500 à moins de 9.000	750
de 9.000 à moins de 12.000	2.720
de 12.000 à moins de 15.000	2 540
de 15.000 à moins de 23.000	4 950
de 23.000 à moins de 31.000	2 810
de 31.000 à moins de 78.000	3 120
Plus de 78.000	520
<b>Total</b>	<b>17.790</b>

(Source : Direction Générale des Impôts 2003).

1. Préciser la nature des variables définies par les deux tableaux.
2. L'effectif de la dernière classe du tableau 1 est de 52.000 contribuables et la masse du revenu correspondant à cette classe est de 6 500 millions d'euros.  
Estimer la borne supérieure de cette classe.
3. a) Représenter sur un même graphique les répartitions de revenus pour les "Bénéfices industriels et commerciaux" et pour les "Traitements et Salaires".  
b) Construire les courbes de fréquences cumulées associées.  
c) Comparer les deux répartitions.
4. Déterminer pour chacune des deux distributions la classe modale, le mode, la médiane, la moyenne.
5. Comparer les distributions à l'aide de ces caractéristiques.

### **EXERCICE 8**

Soit les distributions de fréquences du revenu annuel chez les hommes et chez les femmes possédant un diplôme universitaire au Canada en 1987 :

REVENU ANNUEL (\$ Can.)	HOMMES (%)	FEMMES (%)
[0 2.000[	1,3	4,0
[2.000 5.000[	3,6	5,7
[5.000 10.000[	6,1	11,4
[10.000 15.000[	6,7	12,1
[15.000 20.000[	6,5	10,8
[20.000 25.000[	7,1	9,4
[25.000 30.000[	6,5	9,9
[30.000 40.000[	17,2	19,5
[40.000 50.000[	17,4	10,4
[50.000 et plus[	27,5	6,7

(Source : The Canadian World Almanac and Book of Facts 1990, Toronto, Global Press).

1. Comparer graphiquement la structure de la distribution des revenus des hommes et des femmes, (on pourra borner la dernière classe à 100.000 \$ canadiens).
2. Déterminer pour ces deux catégories :

- a) la classe modale et le revenu modal : détermination graphique et calcul ;
- b) le revenu médian : détermination graphique et calcul ;
- c) le revenu moyen.

Donner la signification de ces indicateurs. Pourquoi sont-ils différents ?

3. Déterminer pour l'ensemble de la population les mêmes indicateurs, en sachant que le nombre de femmes est de 936.000 et le nombre d'hommes 1.284.000.

### **EXERCICE 9**

80% des appels pour une émission de télévision sont reçus entre 14h et 19h, les 20% restants sont reçus entre 19h et 20h.

Construire l'histogramme, déterminer la classe modale et donner son interprétation.

### **EXERCICE 10 (examen 2003)**

Une chaîne de magasins étudie la structure de sa clientèle. Pendant quatre mois, à chaque client, elle demande de remplir un questionnaire. Le dépouillement des réponses a permis de dresser les tableaux suivants :

Tableau n°1 : l'âge des clients

Age (en années)	%de clients
de 0 à moins de 20	20%
de 20 à moins de 40	40%
de 40 à moins de 60	30%
de 60 à moins de 80	10%

Tableau n°2 : l'activité professionnelle

C S P	%de clients
Agriculteurs	5%
Cadres supérieurs	30%
Cadres moyens	25%
Ouvriers	10%
Inactifs	30%

Tableau n°3 : l'habitat

Ville (nombre d'habitants)	%de clients
de 0 à 2000	2%
de 2000 à 10 000	5%
de 10 000 à 100 000	23%
de 100 000 à 500 000	30%
Plus de 500 000	40%

Tableau n°4 : revenu mensuel

Revenu mensuel en €	%de clients
Moins de 1000	20%
[1000 ; 1500[	10%
[1500 ; 2000[	20%
[2000 ; 3000[	35%
[3000 ; 5000[	15%

**On veut analyser les résultats de l'enquête afin de mieux connaître la structure de la clientèle.**

- 1) Calculez les principales caractéristique de tendance centrale pour l'âge : moyenne, médiane et classe(s) modale(s).
- 2) Représentez graphiquement les CSP.
- 3) Représentez graphiquement les revenus.
- 4) Calculez les principales caractéristiques de tendance centrale des revenus.

**SEANCE N° 2 :**  
**CENTRALITE et LES DIFFERENTS TYPES DE MOYENNES**

**EXERCICE 1**

Le tableau suivant donne, pour une région A, la distribution des exploitations agricoles selon la surface agricole utilisée (S.A.U.) :

S.A.U.	NOMBRE D'EXPLOITATIONS
moins de 5 ha	9.600
de 5 à 10 ha	7.800
de 10 à 20 ha	13.200
de 20 à 50 ha	20.400
de 50 à 100 ha	7.200
plus de 100 ha	1.800
<b>Total</b>	<b>60.000</b>

1. Représenter graphiquement cette série.
2. Calculer la surface médiane.
3. Déterminer la classe modale. Peut-on déterminer le mode ?
4. Estimer la surface moyenne sachant que les exploitations de plus de 100 ha recouvrent une superficie totale de 243.000 hectares.
5. La S.A.U. totale de la région A est de 1.680.000 ha. En déduire la surface moyenne des exploitations. Le résultat obtenu est différent de l'estimation proposée à la Question 4 ; comment expliquer cette différence.

**EXERCICE 2**

Vous êtes responsable d'un rayon électroménager d'un grand magasin. Le directeur vous convoque et vous demande d'envisager une politique de ventes, donc de commandes, pour des postes de télévision récepteurs des émissions en couleur.

Vous avez pour cela, effectué une enquête sur les possibilités d'achat des postes T.V. couleurs. Sur les 1.200 questionnaires (exceptés ceux qui ont dû être rejetés pour des réponses fantaisistes ou non sincères). On a tiré de l'enquête le tableau suivant où les classes correspondent aux prix d'achat maximum consenti pour un récepteur T.V. couleur :

PRIX en EUROS	NOMBRE de REPONSES
300 à moins de 340	40
340 à moins de 360	60
360 à moins de 380	110
380 à moins de 400	120
400 à moins de 420	120
420 à moins de 440	125
440 à moins de 460	135
460 à moins de 480	130
480 à moins de 500	75
500 à moins de 520	75
520 à moins de 540	90
540 à moins de 560	70
560 à moins de 580	50
580 à moins de 620	50

1. Construire l'histogramme correspondant à la distribution donnée et construire la courbe des fréquences cumulées croissantes.
2. Si vous ne pouviez commander qu'un type d'appareil, dans quelle classe de prix porteriez-vous votre choix pour avoir le maximum de clientèle ?
3. Quel est le prix exact qui partagera la clientèle potentielle en deux groupes égaux ?
4. Quel est le prix moyen consenti pour l'achat d'un téléviseur couleur ?
5. Si vous aviez la possibilité d'élargir la gamme de vos modèles, quels seraient les prix minimum et maximum que vous envisageriez d'afficher dans votre rayon pour satisfaire 50% de la clientèle répartie autour du prix médian.

### **EXERCICE 3**

L'augmentation du niveau des prix observée mensuellement au cours d'une année a donné les résultats suivants :

MOIS	JAN	FEV	MARS	AVR	MAI	JUIN	JUIL	AOUT	SEPT	OCT	NOV	DEC
AUGMENTATION EN %	1,0	1,2	1,0	1,3	1,9	1,2	1,2	1,4	1,9	1,3	1,7	1,7

1. Calculer le taux d'inflation annuel.
2. Calculer le taux d'inflation mensuel moyen.

### **EXERCICE 4**

Soit les taux de croissance annuels des PIB en %, des pays suivants :

	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
<b>Etats-Unis</b>	3,1	3,9	2,7	0,8	-1,1	2,6	3,0	3,9
<b>Japon</b>	4,1	6,2	4,7	4,8	4,3	1,1	0,1	0,7
<b>R.F.A.</b>	1,5	3,7	3,6	5,7	5,0	1,8	-1,7	2,0
<b>France</b>	2,3	4,5	4,3	2,5	0,8	1,2	-1,0	2,2
<b>R-U</b>	4,8	5,0	2,2	0,4	-2,0	-0,5	2,0	3,8

Source : *Economie Européenne, Rapport économique annuel pour 1995, Bruxelles, N°59, p.209.*

*N.B.* : à partir de 1992 les données de la R.F.A. sont celles de l'Allemagne de l'Ouest.

Calculer pour les USA et la France, le taux de variation annuelle moyen sur la période 1987/1994.

### **EXERCICE 5**

Le chiffre d'affaires d'une entreprise a augmenté de 5% pendant 2 ans, puis diminué de 4% pendant 3 ans et a réaugmenté de 1,5% la dernière année.

1. Calculer le taux de variation du C.A. sur la période de 6 ans considérée.
2. En déduire la variation moyenne annuelle sur la période.

### **EXERCICE 6**

1. Pour aller en vacances, vous avez acheté 30 litres d'essence dans une première station à 1,15 € le litre, puis 30 litres dans une deuxième station à 1,25 € le litre. Quel est le prix moyen du litre d'essence acheté ?
2. Pour le retour, une semaine plus tard, vous achetez pour 60 € d'essence à la deuxième station puis 60 € à nouveau à la première. Quel est le prix moyen du litre acheté sachant que le prix de l'essence des deux stations n'a pas changé ?

**EXERCICE 7**

On considère les taux de croissance des valeurs des actions de cinq entreprises : le taux de croissance moyen de l'ensemble des actions.

Actions	Taux de croissance (%)	Nombre d'actions (en milliers)
A <sub>1</sub>	+13,40	500
A <sub>2</sub>	-5,8	250
A <sub>3</sub>	+16,0	350
A <sub>4</sub>	+4,8	225
A <sub>5</sub>	+10,1	75

**EXERCICE 8**

Le rapport sur les Comptes de la Nation 2003 indique l'évolution des salaires du secteur privé :

	REPARTITION DES EFFECTIFS (%)		MONTANT ANNUEL MOYEN (en euros)		EVOLUTION 02/01 (%)
	2001	2002	2001	2002	
<b>CADRES SUPERIEURS</b>	12,4	13,0	29 124	29 303	.....
<b>PROFESSIONS INTERMEDIAIRES</b>	23,5	24,2	20 357	20 721	.....
<b>EMPLOYES</b>	24,1	23,7	17 461	18 067	.....
<b>OUVRIERS QUALIFIES</b>	40,0	39,1	16 431	16 834	.....
<b>NON QUALIFIES</b>	28,5	28,3	16 920	17 420	.....
<b>ENSEMBLE</b>	11,5	10,8	15 220	15 299	.....
	<b>100</b>	<b>100</b>	.....	.....	

Source : INSEE

1. Calculer les valeurs manquantes et commenter les.
2. Comment peut-on expliquer l'évolution du salaire moyen de l'ensemble comparativement à l'évolution des salaires moyens de chaque CSP ?

**SEANCE N° 3 :**  
**DISPERSION - CONCENTRATION**

**A. DISPERSION**

**EXERCICE 1**

• **A partir du tableau : T.D. 1 - Exercice 8**

"Revenus annuels chez les hommes et chez les femmes possédant un diplôme universitaire au Canada en 1987".

- Calculez et donnez la signification pour les revenus de chaque sexe :

- ◆ l'intervalle interquartile ;
- ◆ l'écart-type ;
- ◆ le coefficient de variation ;
- ◆  $D_1 ; D_9 ; \frac{D_9}{D_1}$ .

- Comparez la dispersion des deux séries.

**EXERCICE 2**

**Suite de l'Exercice 7 de la fiche de T.D. N° 1**

1. Déterminer pour chacune des deux distributions : l'intervalle interquartile, l'écart-type, le coefficient de variation, les premier et neuvième déciles.
2. Comparer la dispersion des deux séries.

**EXERCICE 3**

Les notes de statistiques en 1<sup>ère</sup> année d'un échantillon d'étudiants ont été regroupées de 2 manières différentes :

Regroupement 1

notes	effectifs
[0 ; 5]	6
]5 ; 10]	53
]10 ; 15]	72
]15 ; 20]	21

Regroupement 2

notes	effectifs
[0 ; 7]	18
]7 ; 9]	28
]9 ; 10]	13
]10 ; 11]	16
]11 ; 13]	35
]13 ; 15]	21
]15 ; 20]	21

Calculer et interpréter la médiane ,  $Q_1$  ,  $Q_3$  , la moyenne et l'écart-type dans les 2 cas.

### EXERCICE 4

Le service de recouvrement des créances de l'entreprise Lambda reçoit et traite au cours d'une même journée 900 chèques. L'enregistrement de ces chèques fournit le tableau suivant :

MONTANT DU CHEQUE en EUROS	NOMBRE DE CHEQUES
[ 50 150[	31
[150 250[	46
[250 350[	86
[350 450[	151
[450 550[	197
[550 650[	167
[650 750[	107
[750 850[	65
[850 950[	32
[950 1 050[	18
	<b>900</b>

1. Représenter graphiquement cette série. (*Il pourra être opportun de modifier les classes*)
2. Déterminer la médiane, le mode, la moyenne de cette série.
3. Déterminer l'intervalle interquartile et l'écart-type de cette série.

### EXERCICE 5

Une entreprise emploie 30 hommes et 45 femmes, le tableau suivant donne la répartition des salaires par C.S.P. pour chaque sexe.

C.S.P.	HOMMES		FEMMES		ENSEMBLE	
	EFFECTIFS	SALAIRES	EFFECTIFS	SALAIRES	EFFECTIFS	SALAIRES
OUVRIERS	10	10	5	8	15	?
EMPLOYES	15	20	38	18	53	?
CADRES	5	60	2	50	7	?

1. Compléter le tableau.
2. Calculer le salaire moyen des hommes noté  $\bar{x}_h$  .  
Calculer le salaire moyen des femmes, noté  $\bar{x}_f$  .  
Calculer le salaire moyen de l'ensemble hommes et femmes, noté  $\bar{x}_{h+f}$  .
3. Calculer la variance totale des salaires, la variance inter-population, la variance intrapopulation.
4. Dans quelle mesure le sexe est-il un facteur de la dispersion des salaires dans cette entreprise.

### **EXERCICE 6**

On considère la répartition de unités urbaines de plus de 10 000 habitants, sans l'agglomération parisienne, selon le nombre d'habitants en 1986 (source INSEE) :

nombre d'habitants	Nombre d'unités urbaines
[10 000 20.000]	194
]20 000 30.000]	64
]30 000 50.000]	52
]50 000 100 000]	55
]100 000 200.000]	29
]200 000 2 000.000]	27

1. Calculer les fréquences, les fréquences cumulées et les densités.
2. Représenter l'histogramme et la fonction de répartition.
3. Déterminer et interpréter le (ou les) mode(s) .
4. Calculer et interpréter la médiane.
5. Calculer la moyenne sachant que l'ensemble des unités urbaines étudiées représente 24 500 000 habitants ; en déduire une valeur simple pour le « centre » de la classe ]200 000 ; 2 000 000] .
6. Calculer la variance et l'écart-type et interpréter.
7. Déterminer l'intervalle interquartile [ $Q_1$  ;  $Q_3$ ] et interpréter.

### **B. CONCENTRATION**

#### **EXERCICE 7**

On donne la série suivante des salariés d'une entreprise selon leurs classes de salaires mensuels nets exprimés en KF.

CLASSES	[4,6[	[6,8[	[8,10[	[10,12[	[12,14[
EFFECTIFS	13	10	7	6	4

1. Calculez la médiane, la médiale. Signification.
2. Construire sur un repère orthonormé la courbe de concentration et estimer l'indice de concentration de GINI. Interprétation.

#### **EXERCICE 8 (examen 2000)**

Le tableau suivant donne une distribution d'entreprises en fonction de leur chiffre d'affaires :

C.A.(en millions de Francs)	Effectifs
[ 0,5 1 [	51
[ 1 1,5 [	49
[ 1,5 2 [	57
[ 2 3 [	96
[ 3 4 [	129
[ 4 6 [	198
[ 6 8 [	333
[ 8 10 [	87
Total	1000

On demande de :

1. Tracer l'histogramme de cette distribution et en déterminer la classe modale ;
2. Calculer le C.A. de l'entreprise médiane et de l'entreprise médiale ;
3. Calculer les quartiles de cette distribution ;
4. Calculer le C.A. moyen et l'écart-type associé ;
5. Tracer la courbe de Lorenz ;
6. faire une synthèse des résultats (commentaire en 8 lignes maximum).

### **EXERCICE 9 (examen 2001)**

Le tableau suivant donne la répartition des personnels IATOS (Ingénieur, Administratif, Technicien, Ouvrier et de Service) de l'UPMF par tranche de salaires mensuels (en kF) en 1998 :

Salaire (en milliers de Francs)	Effectifs
de 5,5 à moins de 8	300
de 8 à moins de 10,5	80
de 10,5 à moins de 13	50
de 13 à moins de 15	60
de 15 à moins de 30	10
Total	500

Source UPMF

- 1) Déterminer la(les) classe(s) modale(s). Calculer le salaire moyen et le salaire médian .
- 2) Calculer l'intervalle interquartile et l'écart-type de la distribution.
- 3) Calculer la médiale.
- 4) Tracer la courbe de concentration de Gini.
- 5) Faites un commentaire général et synthétique de la distribution des salaires à l'aide des indicateurs précédents (en 6 lignes environ).

### **EXERCICE 10**

Un statisticien étudie la distribution des salaires horaires en francs, des employés d'une entreprise. Il dispose de la distribution des effectifs :

SALAIRE	EFFECTIF
[20,5 ; 25,5]	$n_1$
]25,5 ; 30,5]	16
]30,5 ; 35,5]	18
]35,5 ; 40,5]	20
]40,5 ; 45,5]	16
]45,5 ; 50,5]	12
]50,5 ; 55,5]	$n_7$
<b>total</b>	<b>n</b>

Ce document est incomplet car, à la suite d'un incident, les effectifs de la 1<sup>ère</sup> et de la dernière classe sont illisibles. Il décide de les noter provisoirement  $n_1$  et  $n_7$  . Heureusement, il dispose des 2 informations supplémentaires suivantes :  $\bar{x} = 36F$  et  $Mé = 36F$ .

1. Calculez le centre de chaque classe .Exprimer les fréquences et les fréquences cumulées en fonction de  $n_1$  ,  $n_7$  et  $n$ .
2. Exprimer la médiane en fonction de  $n_1$  ,  $n_7$  et en déduire que  $n_1 - n_7 = 10$ .
3. Donner l'expression de la moyenne en fonction de  $n_1$  et  $n_7$  .
4. En déduire que le couple  $(n_1 ; n_7)$  est solution du système :
 
$$\begin{cases} n_1 - n_7 = 10 \\ 13n_1 - 17n_7 = 114 \end{cases}$$
 puis calculer  $n_1$  et  $n_7$  .En déduire  $n$  .

5. Calculer les masses salariales horaires et les masses salariales cumulées puis calculer la médiale de la série.
6. Tracer la courbe de concentration et estimer l'indice de Gini.
7. Déterminer graphiquement le pourcentage de la masse salariale distribuée au 40% d'employés les moins payés de l'entreprise.

**C. EXERCICE DE SYNTHÈSE : CENTRALITÉ - DISPERSION - CONCENTRATION**

- *Nous vous proposons pour cet exercice de révision cf. les indicateurs de centralité ; dispersion - concentration de vous mettre dans des conditions d'examen :*
  - sans document - calculatrice autorisée ;
  - travaillez seul.
  - durée 1 heure maximum rédaction comprise.

Le tableau suivant donne la répartition des salaires (en milliers d'Euros) d'une entreprise E pour ses 400 salariés :

Salaire (en milliers d'Euros)	Effectifs
de 1 à moins de 1,2	74
de 1,2 à moins de 1,4	66
de 1,4 à moins de 2	60
de 2 à moins de 3	64
de 3 à moins de 4,4	66
de 4,4 à moins de 6	70
Total	400

- 1) Calculer le salaire moyen et le salaire médian.
- 2) Calculer l'intervalle interquartile et l'écart-type de la distribution.
- 3) Calculer la médiale.
- 4) Tracer la courbe de concentration de Gini.
- 5) Faites un commentaire général et synthétique de la distribution des salaires à l'aide des indicateurs précédents (en 10 lignes environ).

**SEANCE N° 4 :**  
**TABLEAUX DE CONTINGENCE**

**EXERCICE 1 : (liaison entre deux variables qualitatives)**

Soit la population active occupée par Catégories Socio-professionnelles en 2004 :

X	Y	HOMMES (en milliers)	FEMMES (en milliers)	ENSEMBLE (en milliers)
AGRICULTEURS		446	225	671
ARTISANS ;COMMERC.		906	408	1 314
CADRES.CHEFS ENTR.		2 432	1 284	3 716
PROF. INTERMED.		3 008	2 763	5 771
EMPLOYES		1 682	5 432	7 114
OUVRIERS		4 965	1 162	6 127
CSP INDETERMINEE		8	4	12
<b>TOTAL</b>		<b>13 447</b>	<b>11 278</b>	<b>24 725</b>

SOURCE : INSEE.

1. Calculez les fréquences partielles :  $f_{ij}$  . Signification.
2. Calculez les fréquences marginales de X et de Y. Signification.
3. Calculez les fréquences conditionnelles de X sachant Y et de Y sachant X. Signification.
4. Représentez graphiquement :
  - a) La distribution conditionnelle des C.S.P. selon le sexe.
  - b) La distribution conditionnelle du sexe selon les C.S.P.
5. Concluez sur l'existence ou non d'une liaison entre les deux caractères. Argumentez.

**EXERCICE 2 : (liaison entre une variable qualitative et une quantitative)**

Une étude sur les prêts à la consommation accordés à des jeunes de 18 à 25 ans dans un certain organisme bancaire au cours d'une année a permis d'obtenir la répartition des prêts selon le montant et le type d'achat suivante :

montant \ type	véhicule	meublier	trésorerie	divers
[1000 ; 10 000]	41	14	24	22
]10 000 ; 25 000]	123	33	15	18
]25 000 ; 50 000]	78	13	1	4
]50 000 ; 100 000]	20	1	1	2

1. Déterminer les distributions marginales.
2. Effectuer les tris croisés en commentant les résultats.
3. Calculer les moyennes et écarts-types conditionnels du montant du prêt selon le type d'achat. Interpréter

**EXERCICE 3 : (liaison entre deux variables quantitatives)**

Soit un échantillon de 100 ménages réparti en fonction du nombre d'enfants Y et du nombre de pièces du logement X :

X	Y	1	2	3	$n_{i.}$
3		15	5	0	<b>20</b>
4		10	25	5	<b>40</b>
5		5	15	20	<b>40</b>
$n_{.j}$		<b>30</b>	<b>45</b>	<b>25</b>	<b>100</b>

- Déterminez les distributions marginales de X et de Y.
- Calculez les moyennes et les variances marginales.
- Déterminez les distributions conditionnelles de X (nombre de pièces) liées par Y (nombre d'enfants), ainsi que les moyennes et les variances conditionnelles correspondantes (on déterminera la distribution conditionnelle de X sachant  $Y = 1$ , sa moyenne et sa variance ; puis celle de X sachant  $Y = 2$  etc...).  
Concluez sur l'existence (ou non) d'une liaison entre les deux variables.
- Calculez la moyenne des moyennes conditionnelles de X lié par Y.
- Décomposez la variance de X en ses deux composantes et donner leur signification .

#### EXERCICE 4

Complétez les tableaux suivants sachant que les deux variables X et Y sont indépendantes.

$X_i$	$Y_j$	0	20	30	40	$n_{i.}$
100						40
200						60
$n_{.j}$		10	30	40	20	100

$X_i$	$Y_j$	10	20	0	$n_{i.}$
60		4	6	1	
70			12		
80				5	
$n_{.j}$					

#### EXERCICE 5

Une étude sur les prêts à la consommation accordés à des jeunes de 18 à 25 ans dans un certain organisme bancaire au cours d'une année a permis d'obtenir les moyennes et écarts-types conditionnels suivants :

type	véhicule	meublier	trésorerie	divers
Moyenne $\bar{x}_j$	25 700	20 400	12 000	15 000
Ecart-type $\sigma_j(X)$	15 700	12 900	10 800	13 900
Fréquence $f_{.j}$	64	15	10	11

Calculer la moyenne et l'écart-type de l'ensemble des achats et interpréter

#### EXERCICE 6

Sur une planète éloignée cohabitent deux populations : les Bleus et les Verts. 95% des Bleus sont pauvres et 95% des pauvres sont Bleus. Y-a-t-il sur cette planète, une inégalité sociale due à la race ?

**SEANCE N° 5 :**  
**LIAISONS ENTRE 2 VARIABLES**  
**Khi2 ; Eta2**

**EXERCICE 1**

Une enquête sur un échantillon de 1000 personnes à propos de l'impact d'une publicité diffusée à la télévision sur l'achat d'un produit a donné les résultats suivants :

	Pub	oui	non
achat			
oui		100	150
non		150	600

Dans ce tableau on voit par exemple que 100 individus déclarent avoir acheté le produit en ayant vu la publicité et 600 individus déclarent ne pas avoir acheté le produit et ne pas avoir vu la publicité.

1. Faire le tri croisé de l'achat par rapport à la publicité et commenter (en particulier que penser de l'impact de la publicité sur le comportement des consommateurs).
2. Calculer le V de Cramer et étayer le commentaire précédent.
3. On sépare la population en deux sous-populations : les femmes et les hommes. On obtient les 2 tableaux de contingence suivants :

femmes

	Pub	oui	non
achat			
oui		10	90
non		100	600

hommes

	Pub	oui	non
achat			
oui		90	60
non		50	0

Faire le tri croisé de l'achat par rapport à la publicité pour les femmes puis le tri croisé de l'achat par rapport à la publicité pour les hommes. Que pensez vous des résultats obtenus ? La situation vous paraît-elle paradoxale ?

**EXERCICE 2 (examen 2001)**

On considère la répartition des chômeurs (en milliers) en mars 1997 selon leur âge (en années) et leur ancienneté au chômage (en mois) :

	âge(en années)	[15 ; 25[	[25 ; 50[	[50 ; 65[	Total
ancienneté(en mois)					
de 0 à moins de 3		135	360	45	540
de 3 à moins de 12		300	780	105	1185
de 12 à moins de 24		120	420	120	660
de 24 à moins de 48		45	420	150	615
Total		600	1980	420	3000

*Source INSEE*

On désigne par X la variable « ancienneté » en mois et par Y la variable « âge » en années .

- 1) Calculer les durées moyennes du chômage selon l'âge des chômeurs et la durée moyenne du chômage de l'ensemble des chômeurs.
- 2) Dresser le tableau de contingence sous hypothèse d'indépendance et calculer le khi-deux et le V de Cramer.
- 3) Calculer le rapport de corrélation de X sachant Y. Commenter.
- 4) Commenter les résultats.

*N.B. : On utilisera le résultat suivant :  $\text{Var}(X) = 147,23$  (en  $10^6 \text{ F}^2$ )*

### **EXERCICE 3**

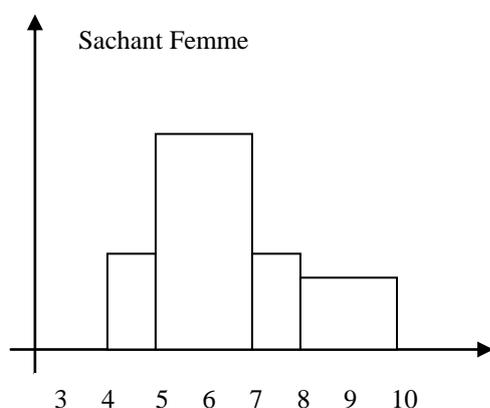
Une population est décrite à l'aide deux variables (graphiques ci-dessous) :

- X : le salaire ;
- Y : le sexe.

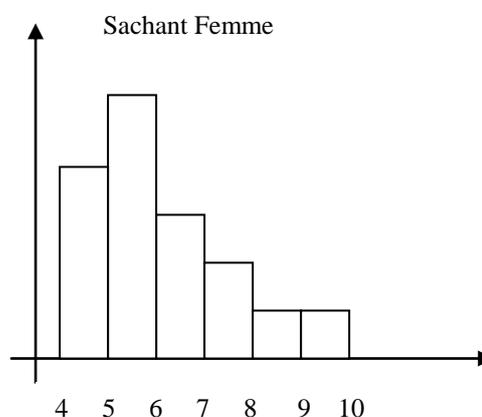
Dans chacun des deux cas, indiquer s'il existe une liaison entre X et Y.

Indiquer si le rapport de corrélation vous paraît un indicateur adéquat pour caractériser cette liaison.

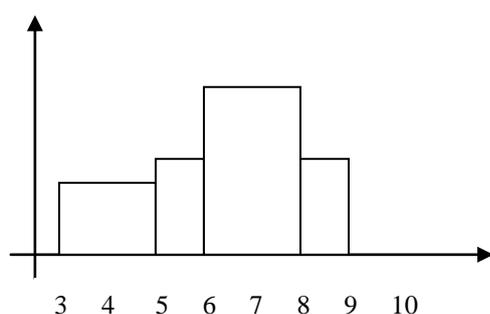
Cas n°1



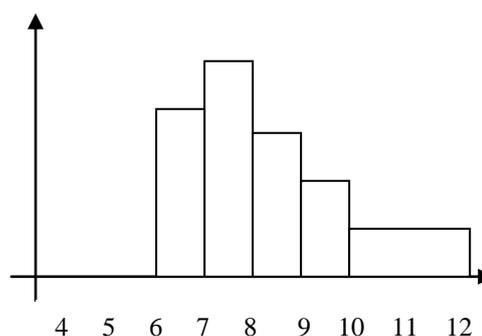
Cas n°2



Sachant Homme



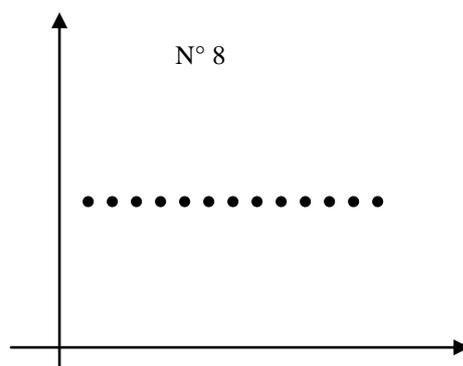
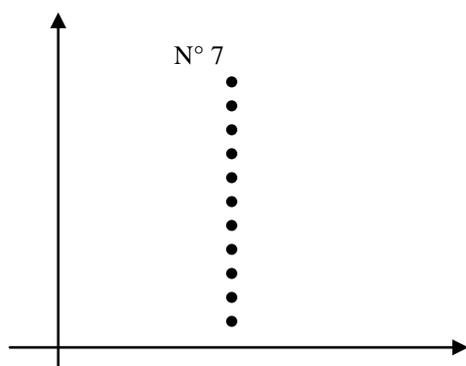
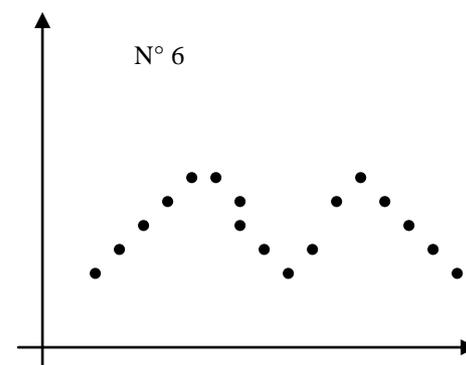
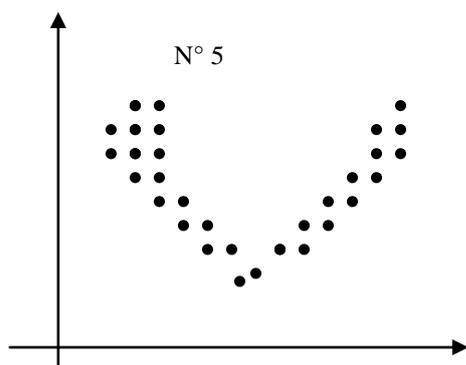
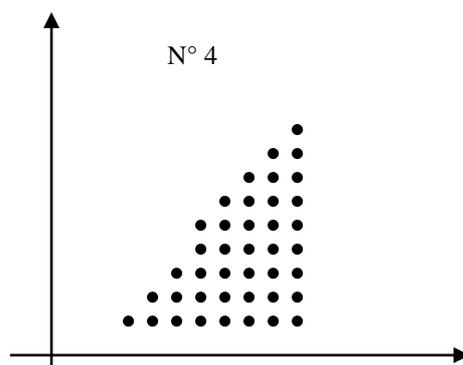
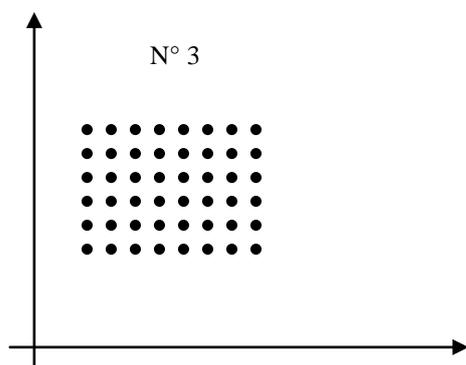
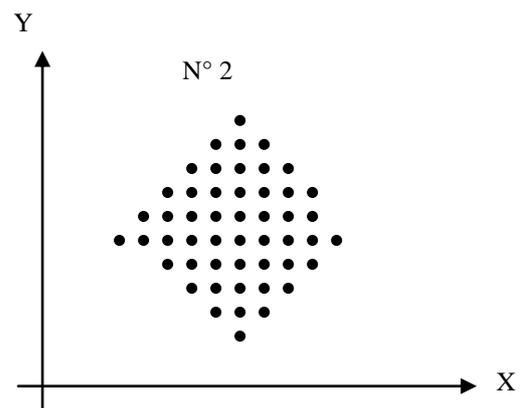
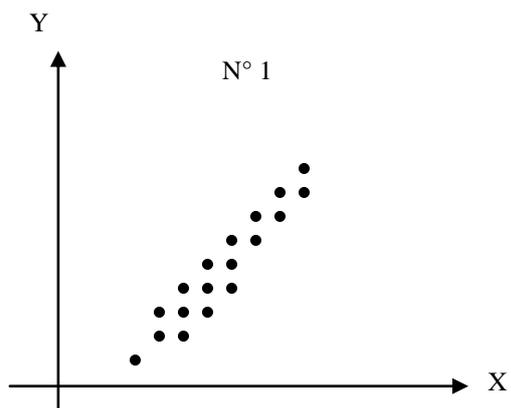
Sachant Homme



### **EXERCICE 4**

X et Y sont deux variables quantitatives. Les graphes représentatifs de Y en fonction de X décrivent différents cas de figures. (Voir graphique page 20).

Commenter chacun des cas décrits : existence d'une liaison, sens de cette liaison, indicateurs appropriés pour appréhender cette liaison.



### **EXERCICE 5**

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaires moyen et la marge moyenne des entreprises du secteur « réparation et commercialisation de l'automobile » selon le nombre de salariés au 31/12/1995 (source INSEE). Les sommes sont en millions de francs.

Nombre de salariés	Chiffre d'affaires	marge
Hors tranche	2,3	0,4
0 salarié	1,0	0,1
1 salarié	1,1	0,2
2 salariés	1,9	0,3
3 à 5 salariés	3,0	1,1
6 à 9 salariés	6,2	2,3
10 à 19 salariés	15,4	4,6
20 à 49 salariés	56,1	12,2
50 à 99 salariés	143,7	28,5
100 à 199 salariés	363,6	70,4
200 salariés et plus	2 733,9	518,8

1. Représenter graphiquement la marge en fonction du chiffre d'affaires (sauf les 4 derniers points).
2. Déterminer la droite de régression de la marge en fonction du chiffre d'affaires et la représenter sur le graphique précédent. Comment interpréter les coefficients a et b ?
3. Ajuster un modèle de la forme  $Y = ax + \varepsilon$  par la méthode des moindres carrés et comparer les pentes des 2 modèles.
4. Reprendre les questions 2) et 3) en se limitant aux petites entreprises (de 0 à 9 salariés) .
5. Reprendre les questions 2) et 3) en se limitant aux moyennes et grandes entreprises (10 salariés et plus) .

### **EXERCICE 6 (examen 2000)**

Soit le tableau suivant qui associe deux variables.

On demande de :

1. Calculer le coefficient de détermination ;
2. Estimer les équations des deux droites d'ajustement ;
3. de représenter graphiquement les deux droites.

	2	4	5	6	8	$n_i$
2	120	70	50	10	0	250
4	80	150	60	100	50	440
6	50	90	120	140	50	450
9	0	50	80	200	130	460
$n_j$	250	360	310	450	230	1600

**EXERCICE 7**

Le tableau n°1 suivant présente la répartition de 600 établissements de la branche chimie lourde à travers l'Europe. Ils sont classés selon deux variables : le montant de l'investissement annuel (X) en centaines de Millions de Francs et le recours à des entreprises de sous-traitance pour la réalisation de ces investissements (Y) en Millions de Francs. On se propose d'étudier l'indépendance ou la liaison entre ces deux variables.

1. Sur la base des données fournies dans le Tableau n°1 établir les distributions conditionnelles de Y/X et effectuer leurs représentations graphiques. Commenter brièvement.
2. Pour les Questions 2. et 3. , on adopte une distribution en 3 classes pour X comme pour Y, conformément au Tableau n°2. Calculer le  $V^2$  de Cramer. Commenter le résultat.
3. a) Représenter les courbes de régression de Y en X et de X en Y.  
b) Déterminer le rapport de corrélation de Y/X . Interpréter le résultat.
4. Déterminer le coefficient de détermination  $r^2$  .

**Tableau n°1**

Y	[0 0,4[	[0,4 1[	[1 5[	[5 9[	[9 15[	[15 50[	[50 350[	$n_{i.}$
X								
[0 8[	45	80	10					<b>135</b>
[8 10[	10	10	55	10				<b>85</b>
[10 12[		5	10	40	10			<b>65</b>
[12 14[			5	40	10			<b>55</b>
[14 16[				10	50	20		<b>80</b>
[16 20[					10	60	10	<b>80</b>
[20 28[						20	80	<b>100</b>
$n_{.j}$	<b>55</b>	<b>95</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	<b>90</b>	<b>600</b>

**Tableau n°2**

Y	[0 1[	[1 15[	[15 350[	$n_{i.}$
X				
[0 10[	145	75		<b>220</b>
[10 16[	5	175	20	<b>200</b>
[16 28[		10	170	<b>180</b>
$n_{.j}$	<b>150</b>	<b>260</b>	<b>190</b>	<b>600</b>

## SEANCE N° 6 :

### REGRESSION - CORRELATION LINEAIRE – R<sup>2</sup>

#### EXERCICE 1

Les actifs financiers sont inégalement détenus par les ménages, comme l'indique le tableau ci-dessous, la part des ménages disposant d'actifs financiers croît avec le niveau de revenu.

Classe de revenu des ménages	Taux de détention d'actifs (en %)	
	Plan d'épargne logement	SICAV/FCP
Moins de 30.000	5	2
[30 000 50.000[	9	2
[50 000 75.000[	15	5
[75 000 100.000[	19	9
[100 000 130.000[	23	12
[130 000 200.000[	28	19
[200 000 300.000[	38	37
300.000 et plus	41	52

1. Calculez le coefficient de corrélation linéaire entre les classes de revenu et les taux de détention d'actifs des Sociétés d'investissement à capital variable (SICAV) et Fonds commun de placement (F.C.P.). Qu'en déduisez-vous ?
2. Calculez les équations des droites de régression correspondantes.

#### EXERCICE 2

Soit l'évolution de l'indice du Smic et l'évolution de l'indice du Salaire minimum garanti de la fonction publique (Smgfp), de 1974 à 1980.

	1974	1975	1976	1977	1978	1979	1980
<b>Smic</b>	100	117	132	147	164	180	206
<b>Smgfp</b>	100	129	151	166	183	205	235

Source : Bulletin Mensuel de Statistique I.N.S.E.E.

1. Faites une représentation graphique montrant la relation entre l'indice de Smgfp, noté x, et l'indice du Smic noté y. Que concluez-vous ?
2. Calculez le coefficient de corrélation linéaire et le coefficient de détermination. Que signifient-ils ? Donnez une interprétation de l'évolution de ces deux variables.
3. Après avoir calculé a et b, calculez l'équation de la droite de régression de x (Smgfp) en y (Smic) ; puis calculez la droite de régression de y en x.  
Que concluez-vous à partir du tracé de ces deux droites ?

#### EXERCICE 3

Le tableau suivant fourni pour quelques années les évolutions des investissements et des revenus (en millions d'euros).

<b>Investissements</b>	360	480	500	530	580	620	570	640	720	760
<b>Revenus</b>	3.200	3.400	3.500	3.600	3.800	4.000	4.200	4.400	4.600	4.800

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre les deux grandeurs, si le résultat paraît satisfaisant, il faudra expliquer pourquoi, passer à la Question 2..
2. Calculer les équations des droites de régression et de les représenter graphiquement.
3. Donner une estimation des investissements si le revenu est de 5.200, d'estimer le revenu nécessaire à des investissements de 600. Quelle conclusion en tirez-vous ?

#### **EXERCICE 4**

Afin de mesurer l'impact de la publicité sur le chiffre d'affaires, on étudie la corrélation entre le montant des frais publicitaires et le chiffre d'affaires. On a relevé pour une année les données suivantes :

Mois	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
<b>PUB.en F : X</b>	6923	10869	13248	12650	11874	10940	12802	15196	15680	14932	16998	13000
<b>C.A. en KF : Y</b>	190	215	347	430	410	390	360	420	490	520	490	560

1. Déterminer le coefficient de détermination entre X et Y. Que pensez-vous de l'hypothèse d'un modèle linéaire ?
2. Déterminer le coefficient de détermination entre le montant des frais publicitaires d'un mois et le chiffre d'affaires du mois suivant. Que pensez-vous de l'hypothèse d'un modèle linéaire ? (on explicitera la relation linéaire correspondante) .

#### **EXERCICE 5 (examen 1999)**

On considère la répartition des 200 employés de l'entreprise E selon leur salaire mensuel et leur nombre d'enfants :

Nbe enfants	0	1	2	3	Total
<b>Salaire (10<sup>3</sup> F.)</b>					
de 6 à moins de 8	22	7	3	0	32
de 8 à moins de 10	16	8	4	2	30
de 10 à moins de 14	10	8	8	4	30
de 14 à moins de 20	8	10	12	10	40
de 20 à moins de 30	2	6	8	12	28
de 30 à moins de 40	0	8	12	20	40
<b>Total</b>	58	47	47	48	200

On désigne par X la variable « salaire mensuel » en milliers de Francs et par Y la variable « nombre d'enfants ».

- 1) Déterminer les salaires moyens des employés conditionnés par leur nombre d'enfants ainsi que le salaire moyen dans l'entreprise.
- 2) On choisit d'effectuer pour cette question uniquement un regroupement des salaires en 3 classes, à savoir : de 6 à moins de 10 ; de 10 à moins de 20 ; de 20 à moins de 40 . Dresser le tableau de contingence sous hypothèse d'indépendance et calculer le khi-deux. Commenter.
- 3) Calculer le rapport de corrélation de X en Y. Commenter
- 4) Calculer le coefficient de détermination linéaire  $R^2$  . La dépendance linéaire du salaire en fonction du nombre d'enfants semble-t-elle un modèle acceptable ?

**N.B. : On utilisera les résultats suivants :**

$$\text{Var}(X) = 101,741 (10^6 \text{ F}^2) \quad ; \quad \text{Var}(Y) = 1,304 (\text{enfant}^2) \quad ; \quad \text{Cov}(X ; Y) = 6,503$$

**EXERCICE 6 (examen 2002)**

On considère la répartition des salariés de l'entreprise E selon leur salaire mensuel (en milliers d'euros) et le nombre de pièces de leur logement principal :

Nb de pièces \ Salaire (10 <sup>3</sup> Euros)	2	3	4	5	Total
de 1 à moins de 1,2	58	10	6	0	74
de 1,2 à moins de 1,4	36	20	8	2	66
de 1,4 à moins de 2	16	16	16	12	60
de 2 à moins de 3	24	10	18	12	64
de 3 à moins de 4,4	10	12	20	24	66
de 4,4 à moins de 6	0	10	20	40	70
<b>Total</b>	144	78	88	90	400

On désigne par X la variable « salaire » en milliers d'Euros et par Y la variable « nombre de pièces ».

- 1) Déterminer les distributions conditionnelles ( en %) du salaire sachant le nombre de pièces.  
On pourra présenter ces distributions dans un seul tableau. ( on arrondira les résultats à un chiffre après la virgule)
- 2) Calculer les salaires moyens des employés selon le nombre de pièces et le salaire moyen dans l'entreprise.
- 3) On choisit d'effectuer pour cette question seulement un regroupement des salaires en 3 classes, à savoir : de 1 à moins de 1,4 ; de 1,4 à moins de 3 ; de 3 à moins de 6. Dresser le tableau de contingence sous hypothèse d'indépendance et calculer le khi-deux ,le V-deux et le V de Cramer.
- 4) Calculer le rapport de corrélation de X sachant Y.
- 5) Commenter les résultats ( en 10 lignes environ) .

**N.B. : On utilisera le résultat suivant :**  $\text{Var}(X) = 2,2008$  (en 10<sup>6</sup> Euros<sup>2</sup> )

**SEANCES N° 7 et N° 8 :**  
**SERIES CHRONOLOGIQUES**

**EXERCICE 1**

Soit le bénéfice (en milliers de francs) d'un entrepreneur individuel, sur une durée de cinq ans.

TRIMESTRE \ ANNEES	1	2	3	4
1986	25,4	43,5	51,0	37,6
1987	26,5	42,5	49,9	39,4
1988	26,6	47,0	66,1	40,0
1989	28,0	46,5	58,2	41,1
1990	26,6	48,4	60,0	38,0

1. Représenter graphiquement cette série.
2. Déterminer le trend par la méthode des moyennes mobiles d'ordre 4.
3. En supposant le mouvement multiplicatif, désaisonnaliser les données et tracer la série C.V.S.

**EXERCICE 2**

Soit l'évolution des ventes trimestrielles d'un produit pendant trois ans (en milliers de francs).

TRIMESTRE \ ANNEES	1988	1989	1990
1	3	3	15
2	6	9	18
3	21	33	30
4	27	36	36

Sachant ce modèle additif :

1. Représenter graphiquement cette série.
2. Calculer le trend par la méthode des moyennes mobiles et le tracer.
3. Etablir la C.V.S.
3. Peut-on prévoir les ventes au 1<sup>er</sup> trimestre 1991 ? Comment et à quelles conditions ?

**EXERCICE 3 (examen 2000)**

Le nombre de voyageurs (en millions) transportés en métro par trimestres au cours de quatre années consécutives est donné dans le tableau suivant :

Trimestre \ Année	I	II	III	IV
1	48	44	40	44
2	56	52	44	48
3	64	52	44	56
4	72	68	48	72

1. Représenter graphiquement cette distribution pour en faire apparaître le caractère saisonnier.
2. Calculer les moyennes mobiles d'ordre 4 .  
En adoptant un modèle multiplicatif déterminer les coefficients saisonniers.
3. Quel nombre de voyageurs ,corrige des variations saisonnières, peut-on espérer transporter si le nombre de voyageurs transportés au cours du 3<sup>ème</sup> trimestre de l'année 5 est de 52 millions.

**EXERCICE 4 (examen 2001)**

On a recensé le nombre de spectateurs (en milliers) des salles de cinéma d'une ville au cours des années 1997, 1998, 1999 et 2000 chaque trimestre :

Trimestre Année	I	II	III	IV
1997	40	31	27	37
1998	37	25	25	34
1999	35	24	24	33
2000	33	22	23	/

De plus, le tableau ci-dessous donne les moyennes mobiles (arrondies à  $10^{-2}$  près) suivantes :

Trimestre Année	I	II	III	IV
1997	/	/	33,38	32,25
1998	31,25	30,63	30,00	29,63
1999	29,38	29,13	28,75	28,25
2000	27,88	/	/	/

- 1) Quelle opération a-t-on effectué pour calculer ces moyennes mobiles ?
- 2) Déterminer les coefficients saisonniers et la série Corrigée des Variations Saisonnières (série CVS) en supposant que le modèle est additif.
- 3) Ajuster les moyennes mobiles par une droite. Justifier ce choix en calculant le coefficient de corrélation linéaire.

**N.B. : On utilisera les résultats suivants :**

$\text{Var}(t) = 10$  ,  $\text{Var}(y) = 2,62$  ,  $\text{Cov}(t, y) = -4,9659$  (où  $y$  représente ici la série des moyennes mobiles).

- 4) Représenter graphiquement la série initiale et la tendance calculée en 3) .
- 5) Estimer le nombre de spectateurs au quatrième trimestre 2000. On reportera le résultat sur le graphique précédent.

## SEANCES N° 9 et 10 :

### LES INDICES

#### EXERCICE 1

Soient les deux valeurs de l'indice élémentaire du prix d'un produit :  $I_{94/85} = 1,3$   $I_{92/85} = 1,5$ .

Quelle a été l'évolution du prix de ce produit de 92 à 94 ? A quel taux d'évolution annuel moyen correspond cette évolution ?

#### EXERCICE 2

En 1994, l'indice des dépenses d'un produit est 135 (base 100 en 1983). Durant cette même période, la quantité consommée de ce produit a augmenté de 17%.

Le prix de ce produit a-t-il augmenté ou diminué ? Et de combien.

#### EXERCICE 3

Une entreprise a augmenté son chiffre d'affaires sur un produit de 22% durant l'année 1993.

L'indice des prix de ce produit sur la même période est égal à 128.

Durant cette année, les quantités vendues ont-elles augmenté ou diminué ? Et de combien.

#### EXERCICE 4

Le montant mensuel du salaire minimum de croissance sur la base de 40 heures par semaine s'élevait en décembre 1977 à 1.743,70F. et en juillet 1991 il était de 5.179,54F.

Pendant cette période l'indice mensuel des prix à la consommation est passé de 189,4 à 469,3 (base 100 en 1970).

1. Calculer pour juillet 1991 sur la base 100 en décembre 1977 l'indice du SMIC, l'indice des prix à la consommation, l'indice du pouvoir d'achat.
2. Evaluer le SMIC de juillet 1991 aux prix de décembre 1977.

#### EXERCICE 5

Soit trois produits A, B et C. On connaît les indices élémentaires des prix en 2000, base 100 en 1999 et le montant des dépenses en francs pur chaque produits en 1999 et 2000.

	Dép. 1999	Dép. 2000	$i_p$ 2000/99
<b>A</b>	100	90	1,2
<b>B</b>	40	90	0,95
<b>C</b>	60	120	1,1

Calculez :

1. L'indice de Laspeyres des prix  $L_p$  00/99.
2. L'indice de Paasche des prix  $P$  00/99.
3. L'indice de Fisher des prix  $F$  00/99.

#### EXERCICE 6

Le tableau suivant indique pour trois années les diverses productions et prix de vente d'une aciérie.

On distingue trois types de production :

- la tôle brute d'un faible prix de vente,
- des tubes de gros diamètres de prix de vente moyen,
- des tubes de petits calibres de prix de vente élevé.

Les productions sont exprimées en tonne. Les prix de vente en francs par tonne.

	1996		1997		1998	
	PRODUCTION	PRIX	PRODUCTION	PRIX	PRODUCTION	PRIX
<b>Tôle</b>	100.000	25	90.000	25	100.000	25
<b>Tube 1</b>	300.000	30	400.000	30	500.000	31
<b>Tube 2</b>	300.000	50	300.000	51,5	300.000	53

1. Calculer les indices de prix et de quantité de la production de l'aciérie en 1998 base 100 en 1996 : selon les formules de Laspeyres, selon les formules de Paasche.
2. Calculer un taux de croissance moyen annuel des prix sur la période 96-98 à partir des deux indices de prix calculés à la Question 1..

### **EXERCICE 7 (examen 1999)**

#### **Partie I :**

Le prix (en Euro bien sûr !) d'un produit évolue de la manière suivante :

Année	1995	1996	1997	1998
prix	60,50	71,20	55,10	65,80

- 1) Calculer l'indice du prix de ce bien en base 100 en 1995
- 2) Pendant la même période, l'indice de la consommation totale, en valeur, pour ce produit, a connu l'évolution suivante :

Année	1995	1996	1997	1998
Indice	100	120,2	140,5	145,3

Calculer les indices de quantités correspondants .

Commenter brièvement la liaison entre le prix et la consommation de ce bien .

#### **Partie II :**

La nomenclature du poste "Boissons" d'un pays A comprend trois biens : le lait, le vin, la bière.

On dispose des données suivantes pour chacun de ces trois postes en 1997 et 1998 :

Année	Quantités		Prix	
	1997	1998	1997	1998
Lait	50	60	3,5	3,6
Vin	80	65	10,2	12,6
Bière	35	55	5,7	6,1

Calculer les indices de Laspeyres, Paasche, Fischer, des prix .

### **EXERCICE 8 (examen 2000)**

Nous disposons de la structure des dépenses selon quatre fonctions de consommation. Il est demandé de calculer l'indice global des prix de l'année 2 en base 100 l'année 0 selon une méthode :

- a) de Laspeyres
- b) de Paasche

Il est demandé de plus de déterminer les indices de volume correspondants

Structure des dépenses  
par fonction de consommation (milliers de F.)

	année 0	année 1	année 2
A	450	500	550
B	360	400	450
C	150	250	300
D	240	350	500
Total	1 200	1 500	1 800

Indices des prix en base 100 année  
précédente

	année 0	année 1	année 2
A	101	103	101
B	102	104	100
C	103	102	102
D	102	102	104

### **EXERCICE 9 (examen 2003)**

Le directeur commercial de la chaîne cherche à apprécier l'évolution de ses ventes annuelles de moulins à café. Pour limiter les calculs, on ne retiendra ici que trois modèles de moulin à café. Les prix sont ici en dollars et les quantités en milliers d'unités.

	1989		1995	
	Prix	Quantités	Prix	Quantités
Modèle n°1	25	146	45	210
Modèle n°2	20	220	42,5	180
Modèle n°3	50	39	79	100

1. Calculez l'indice des volumes en 1995 base 100 en 1989 (indice de valeur globale) .
2. Calculez l'indice de Laspeyres des prix et l'indice de Laspeyres des quantités en 1995 base 100 en 1989.
3. Commentez.