

statistiques

Table des matières

1	Mots clés - Notations - Formules	3
1.1	Vocabulaire	3
1.2	Notations	4
1.3	Formules	5
2	<u>généralités et vocabulaire</u>	6
2.1	à retenir	6
3	<u>généralités et vocabulaire (à compléter)</u>	8
3.1	à retenir	8
4	<u>représentations graphiques</u>	10
4.1	activités	10
4.1.1	activité 1 : diagramme circulaire	10
4.1.2	activité 2 : diagramme en bâtons	11
4.1.3	activité 3 : Histogramme	11
4.2	corrigés activités	12
4.2.1	corrigé activité 1 : diagramme circulaire	12
4.2.2	corrigé activité 2 : diagramme en bâtons	12
4.2.3	corrigé activité 3 : Histogramme	14
4.3	à retenir	15
4.4	exercices	16
4.5	corrigés exercices	17
5	<u>fréquence</u>	18
5.1	à retenir	18
6	<u>mode</u>	18
6.1	à retenir	18
7	<u>étendue</u>	18
7.1	à retenir	18
8	<u>moyenne arithmétique</u>	19
8.1	activités	19
8.1.1	activité 1 : cas des valeurs en vrac	19
8.1.2	activité 2 : données avec valeurs et effectifs	19
8.1.3	activité 3 : cas des données avec valeurs regroupées par intervalles	19
8.2	corrigés activités	20
8.2.1	corrigé activité 1 : cas des données en vrac	20
8.2.2	corrigé activité 2 : cas des données avec effectifs	21
8.2.3	corrigé activité 3 : cas des données avec valeurs regroupées par intervalles	22
8.3	a retenir :	23
8.4	exercices	24
8.5	corrigés exercices	27

9	<u>quartiles et déciles</u>	31
9.1	activités	31
9.1.1	activité 1 : généralités (moyenne, médiane, déciles, diagramme en Boîte)	31
9.1.2	activité 2 : quartiles et déciles avec données en vrac	33
9.1.3	activité 3 : quartiles et déciles avec valeurs et effectifs	33
9.1.4	activité 4 : quartiles et déciles cas des données avec intervalles	33
9.2	corrigés activités	34
9.2.1	corrigé activité 1 : généralités (moyenne, médiane, déciles, diagramme en Boîte)	34
9.2.2	corrigé activité 2 : quartiles et déciles cas des valeurs en vrac	35
9.2.3	corrigé activité 3 : quartiles et déciles cas valeurs et effectifs	37
9.2.4	pré-corrigé et corrigé activité 4 (hommes) : quartiles et déciles cas des valeurs regroupées par intervalles	39
9.2.5	pré-corrigé et corrigé activité 4 (hommes FCC) : quartiles dans le cas des valeurs regroupées par intervalles	40
9.2.6	pré-corrigé et corrigé activité 4 (femmes) : quartiles et déciles cas des valeurs regroupées par intervalles	44
9.2.7	pré-corrigé et corrigé activité 4 (femmes) : quartiles dan le cas des valeurs regroupées par intervalles FCC	45
9.3	a retenir :	47
9.4	exercice	50
10	<u>exercices</u>	53
11	<u>évaluations</u>	57
12	<u>devoir maison</u>	58
12.1	devoir maison 1	58
12.2	corrigé devoir maison 1	59
12.3	évaluation	60
13	<u>travaux pratiques</u>	61
13.1	tp tableur	61
13.1.1	tp1 : avec les formules toutes faites	61
14	<u>activité globale</u>	66
14.1	activité globale 1	67
15	<u>corrigé activité globale</u>	68
15.1	corrigé activité globale 1	69
16	<u>activité globale</u>	72
16.1	activité globale 2	73

1 Mots clés - Notations - Formules

1.1 Vocabulaire

Il faut connaître la signification des mots ou expressions suivantes :

1. population ensemble
2. individu élément
3. effectif effectif total
4. variable
5. nature d'une variable
6. modalité
7. variable qualitative
8. variable quantitative
9. variable quantitative discrète
10. variable quantitative continue
11. diagramme circulaire
12. diagramme en bâtons
13. histogramme
14. diagramme en boîte
15. courbe des fréquences cumulées
16. fréquence
17. fréquences cumulées
18. mode
19. classe modale
20. étendue
21. moyenne
22. médiane
23. quartiles
24. premier quartile
25. second quartile
26. troisième quartile
27. quatrième quartile
28. inter quartile
29. intervalle inter quartile

1.2 Notations

Il faut connaître la signification des notations mathématiques suivantes :

1. x_i
2. \bar{x}
3. n n_i N
4. e e_i
5. α α_i
6. x_{max} x_{min}
7. f f_i
8. *e.c.c*
9. *f.c.c*
10. Q_1
11. Q_2
12. Q_3
13. Q_4
14. Σ
15. $\sum_{i=1}^{i=n} x_i$

1.3 Formules

Il faut connaître par coeur les formules suivantes :

1. $e = \max - \min$

2. $N = \sum n_i$

3. $f = \frac{n}{N}$ $f_i = \frac{n_i}{N}$

4. $\alpha_i = \frac{n_i \times 360}{N}$

5. $h = \frac{n}{b - a}$

6. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p}$

$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i x_i$ où $N = \sum_{i=1}^{i=p} n_i$

$\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$

2 généralités et vocabulaire

2.1 à retenir

définition 1 : (*étude statistique*)

Faire une étude statistique c'est :

1. *définir* un ensemble d'éléments que l'on va étudier (*humains, objets...*)
2. *recueillir* des informations sur l'ensemble d'éléments précédent (*âge, poids, ...*)
3. *organiser* et traiter les informations précédentes (*tableaux, calculs, ...*)
4. *représenter* les résultats (*diagrammes, courbes, ...*)
5. *commenter* les résultats précédents (*remarques, ...*)

définition 2 : (*population*)

la *population* d'une étude statistique est l'ensemble d'éléments duquel on extrait des informations

(*ensemble des élèves d'une classe, ensemble des voitures, ...*)

définition 3 : (*individu*)

Un *individu* est un des éléments appartenant à la population.

(*un des élèves de la classe, une des voitures ...*)

définition 4 : (*effectif*)

L' *effectif* noté « N » d' une population est le nombre d'éléments que contient la population (*c'est un nombre entier naturel, $N \in \mathbb{N}$*)

(*si une classe est de 30 élèves, $N = 30$*)

définition 5 : (*variable et valeurs de la variable*)

Une *variable* X (*ou "caractère"*) est le type d'informations que l'on extrait de chaque individu (*poids, nationalité, ...*)

Les *valeurs* $x_1; x_2; x_3; \dots ; x_i; \dots x_N$ prises

par la variable X peuvent être des nombres ou autre chose que des nombres et sont aussi appelées *modalités* de la variable.

(*nombre de frères et sœurs, couleur des yeux, ...*)

définition 6 : (*nature de la variable*)

La variable est de nature :

QUALITATIVE

si les valeurs possibles de la variable (modalités) ne sont pas des nombres.

(*Nationalité, couleur des yeux, ...*)

QUANTITATIVE

si les valeurs possibles de la variable sont des nombres. (*taille, poids, ...*)

QUANTITATIVE DISCRETE

si les valeurs possibles de la variable sont des nombres isolés.

(*nombre de frères, nombre d'enfants, de diplômes, ...*)

QUANTITATIVE CONTINUE

si les valeurs possibles de la variables forment un intervalle (*poids, taille, ...*)

On procède généralement à une séparation de l'ensemble des valeurs possibles en intervalles disjoints. ($[0; 10[; [10; 20[; \dots$)

exemple

On demande à chaque élève d'une classe de 30 élèves son poids en kg.

- Population : ensemble des élèves de la classe
- Individu : élève
- Effectif total : $N = 30$
- Variable : poids
- Nature de la variable : quantitative continue (*on peut procéder à un regroupement par intervalles*)

3 généralités et vocabulaire (à compléter)

3.1 à retenir

définition 7 : (*étude statistique*)

Faire une étude statistique c'est :

1. ... un ensemble d'éléments que l'on va ... (*humains, objets...*)
2. ... des informations sur l'ensemble d'éléments précédent (*âge, poids, ...*)
3. *organiser* et traiter les ... précédentes (*tableaux, calculs,...*)
4. ... les résultats obtenues précédemment (*diagrammes, courbes, ...*)
5. ... les résultats (*remarques,...*)

définition 8 : (*population*)

la ... d'une étude statistique est l'... des ... duquel
on extrait des ... (*ensemble des élèves d'une classe, ensemble des voitures, ...*)

définition 9 : (*individu*)

Un ... est un des ... appartenant à la
(*un des élèves de la classe, une des voitures ...*)

définition 10 : (*effectif*)

L' ... noté « N » d' une ... est le nombre ...
que contient la population (*c'est un nombre entier naturel, $N \in \mathbb{N}$*)
(*si une classe est de 30 élèves, $N = 30$*)

définition 11 : (*variable et valeurs de la variable*)

Une ... X (ou "caractère") est le type d'...
que l'on extrait de chaque ... (*poids, nationalité,...*)
Les *valeurs* $x_1; x_2; x_3; \dots; x_i; \dots x_N$ prises
par la variable X peuvent être des nombres ou autre chose que des nombres
et sont aussi appelées *modalités* de la variable.
(*nombre de frères et sœurs, couleur des yeux, ...*)

définition 12 : (nature de la variable)

La variable est de nature :

QUALITATIVE

si les valeurs possibles de la ... (modalités) ne sont pas des ...
(Nationalité, couleur des yeux,...)

QUANTITATIVE

si les valeurs possibles de la variable sont des ... (taille, poids,...)

QUANTITATIVE DISCRETE

si les valeurs possibles de la variable sont des nombres ...
(nombre de frères, nombre d'enfants, de diplômes,...)

QUANTITATIVE CONTINUE

si les valeurs possibles de la variables forment un ... (poids, taille,...)
On procède généralement à une séparation de l'ensemble des valeurs possibles

en ... disjoints. ($[0; 10[$; $[10; 20[$; ...)

exemple

(a) On demande à chaque élève d'une classe de 30 élèves son poids en kg.

i. Population : ensemble ...

ii. Individu : ...

iii. Effectif total : ...

iv. Variable : ...

v. Nature de la variable : ...

(b) On recueille pour les 100 familles d'une rue le nombre d'enfants

i. Population : ensemble ...

ii. Individu : ...

iii. Effectif total : ...

iv. Variable : ...

v. Nature de la variable : ...

(c) On observe pour les planètes du système solaire si elle est solide ou gazeuse

i. Population : ensemble ...

ii. Individu : ...

iii. Effectif total : ...

iv. Variable : ...

v. Nature de la variable : ...

4 représentations graphiques

4.1 activités

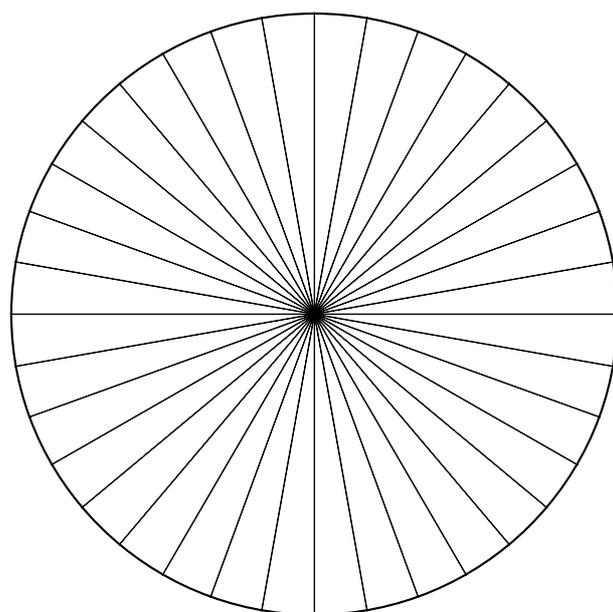
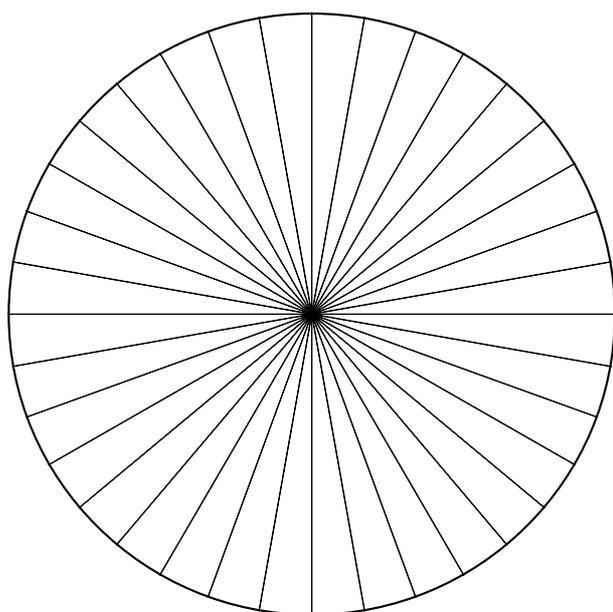
4.1.1 activité 1 : diagramme circulaire

on interroge des élèves sur le bac qu'ils souhaitent passer

A	B	C	D	E	F
1	série générales	ES	S	L	Σ
2	Filles	175	205	120	
3	Garçons	112			
3	Filles (%)	35%			
4	Garçons(%)	28%	64%	8%	100%

H	I	J	K	L
série générales	ES	S	L	Σ
Filles (degrés)	126			
Garçons (degrés)				

1. compléter le tableau de gauche ci dessus
2. préciser la population, les variables étudiées et la nature des variables
3. quel est le "mode" de la variable étudiée pour les filles ? (*valeur la plus fréquente*)
4. quel est le "mode" de la variable étudiée pour les garçons ?
5. retrouver un calcul qui permet d'obtenir le 126 de la cellule I2
6. compléter le tableau des angles des diagrammes circulaires (le cercle pour 100 %)
7. quelles formules entrer en I2 pour que les résultats s'affichent automatiquement si on tire vers la droite (dans un tableur) ?
8. compléter les diagrammes circulaires ci dessous (découpés en tranches de 10 degrés)
(*un pour les garçons et un pour les filles*)



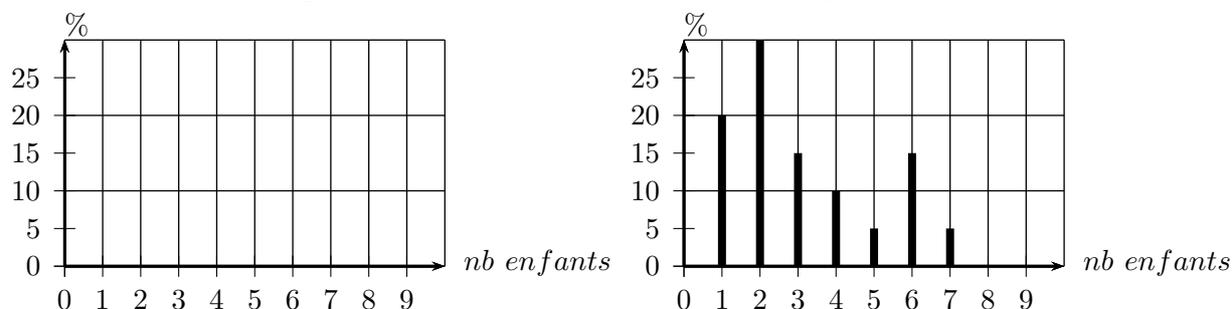
commentaires :

4.1.2 activité 2 : diagramme en bâtons

voici les répartitions des nombres d'enfants par familles dans deux classes A et B

nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
classe A (%)	10	20	25	15	10	10	5	5	100
classe B (%)									

- commenter la valeur 7 du tableau ci dessus
- commenter le deuxième bâton du diagramme ci dessous
- compléter le diagramme en bâtons ci dessous ainsi que le tableau ci dessus



- quelle classe admet le plus grand nombre d'enfants par famille ?
- quel est le "mode" de la variable étudiée pour chacune des classes ?
- quelle est l'étendue de la variable étudiée pour chacune des classes ?

4.1.3 activité 3 : Histogramme

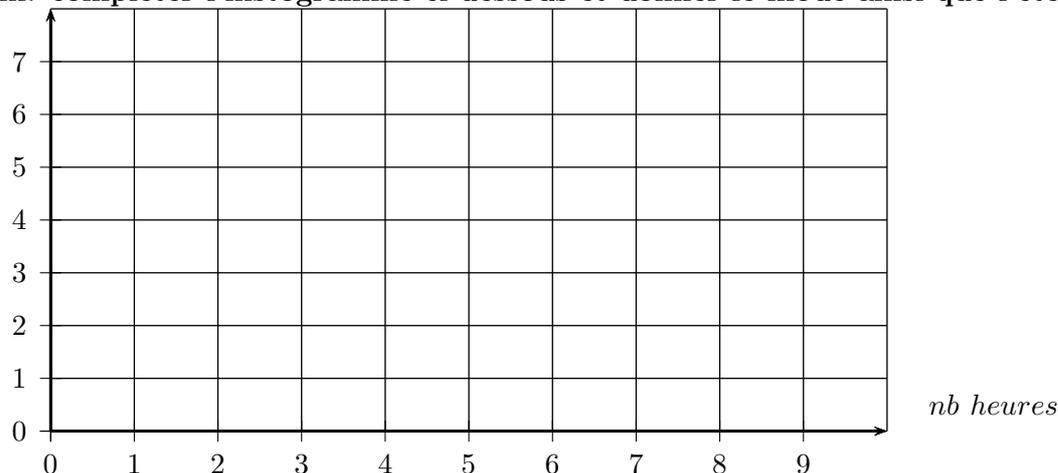
le tableau ci dessous donne le nombre d'heures de fonctionnement du poste de télévision principal par jour et par famille pour les élèves de deux classes

nombre d'heures	[0; 1[[1; 3[[3; 6[[6; 10]	Σ
effectif	8	12	15	8	43

- commenter la valeur 12 du tableau ci dessus
- compléter le tableau de calculs des largeurs et hauteurs des rectangles ci dessous (*c'est l'aire du rectangle qui est proportionnelle à l'effectif*)

nombre d'heures	[0; 1[[1; 3[[3; 6[[6; 10]	Σ	calculs du 2 et du 6
effectif	8	12	15	8	43	
largeur		2				
hauteur		6				

- compléter l'histogramme ci dessous et donner le mode ainsi que l'étendue



4.2 corrigés activités

4.2.1 corrigé activité 1 : diagramme circulaire

concernant les terminales générales de l'année 2009 en France (à 1% près)

A	B	C	D	E	F	H	I	J	K	L
1	série générales	ES	S	L	Σ	série générales	ES	S	L	Σ
2	Filles (%)	35	41	24	100	Filles (degrés)	126	147,6	86,4	360
3	Garçons(%)	28	64	8	100	Garçons (degrés)	100,8	230,4	28,8	360

i. calcul qui permet d'obtenir le 126 de la cellule I2

$$\begin{cases} 360 \longleftrightarrow 100 \\ \alpha \longleftrightarrow 35 \end{cases} \text{ donc } \alpha = \frac{35 \times 360}{100} = 126$$

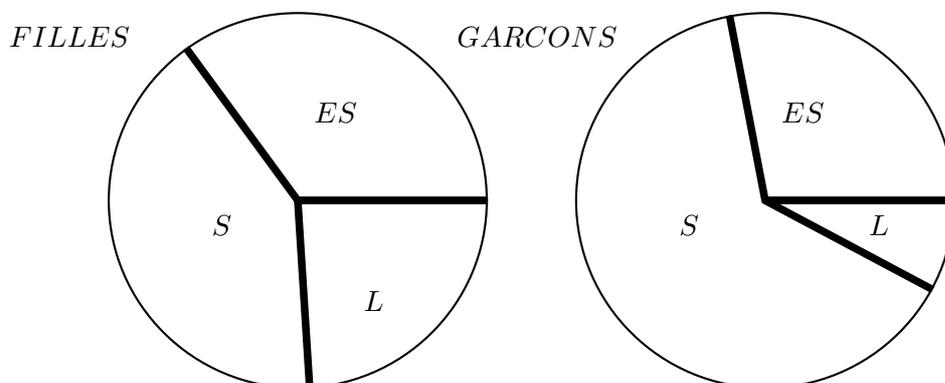
ii. tableau des angles des diagrammes circulaires (le cercle pour 100 %)

iii. formules entrer en I2 et I3 pour que les résultats s'affichent automatiquement si on tire vers la droite (dans un tableur) ?

$$I2=(C2/100)*360 \text{ ou } I2=(C2/\$F2)*360 \text{ ou } I2=(C2/\$F\$2)*360$$

$$I3=(C3/100)*360 \text{ ou } I3=(C3/\$F3)*360 \text{ ou } I3=(C3/\$F\$3)*360$$

iv. diagrammes circulaires ci dessous (découpés en tranches de 10 degrés)



commentaires : les filières sont relativement équiréparties chez les filles alors que chez les garçons, la filières S est prépondérante et L est minoritaire

4.2.2 corrigé activité 2 : diagramme en bâtons

voici les répartitions des nombres d'enfants par familles dans deux classes A et B

nombre d'enfants	1	2	3	4	5	6	7	8	Σ
classe A (%)	10	20	25	15	10	10	5	5	100
classe B (%)									

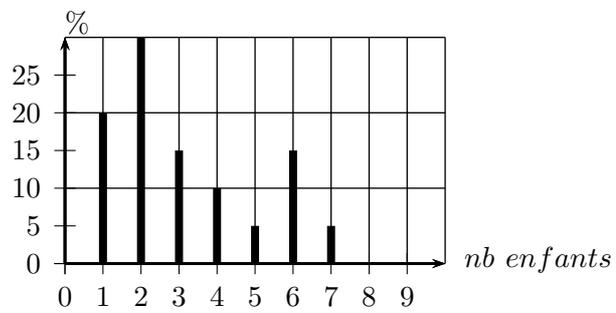
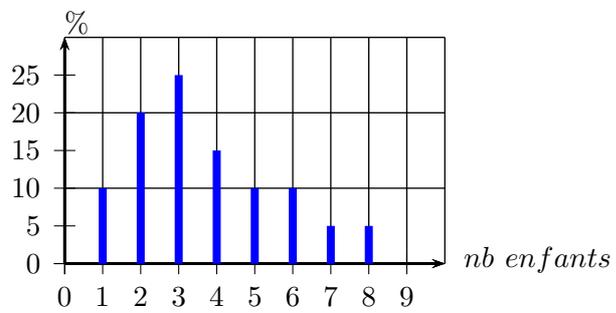
i. la valeur 7 du tableau ci dessus signifie que

5% des familles de la classe A ont 7 enfants

ii. le deuxième bâton du diagramme ci dessous signifie que

30% des familles de la classe B ont 2 enfants

iii. compléter le diagramme en bâtons ci dessous ainsi que le tableau ci dessus



iv. quelle classe admet le plus grand nombre d'enfants par famille ? A avec 8 enfants

4.2.3 corrigé activité 3 : Histogramme

le tableau ci dessous donne le nombre d'heures de fonctionnement du poste de télévision principal par jour et par famille pour les élèves de deux classes

nombre d'heures	$[0; 1[$	$[1; 3[$	$[3; 6[$	$[6; 10]$	Σ
effectif	8	12	15	8	43

i. la valeur 12 du tableau ci dessus signifie que

12 des familles de la classe ont le poste allumé entre 1h incluse et 3h exclu

ii. compléter le tableau de calculs des largeurs et hauteurs des rectangles ci dessous
(c'est l'aire du rectangle qui est proportionnelle à l'effectif)

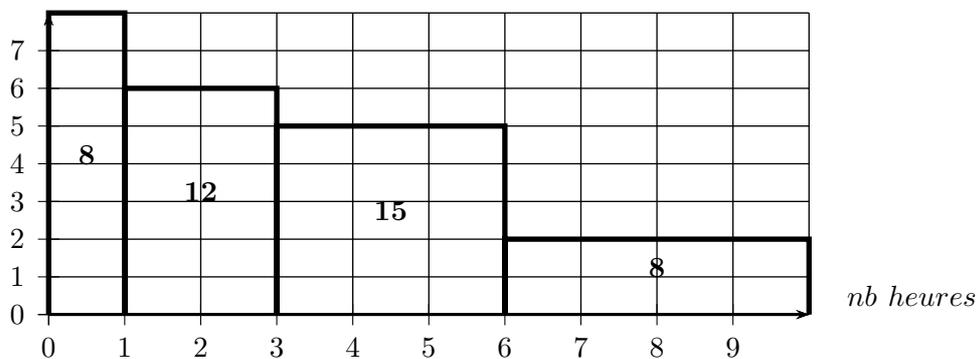
nombre d'heures	$[0; 1[$	$[1; 3[$	$[3; 6[$	$[6; 10]$	Σ
effectif	8	12	15	8	43
largeur	$1 - 0 = 1$	2	$6 - 3 = 3$	$10 - 6 = 4$	
hauteur	$\frac{8}{1} = 8$	6	$\frac{15}{3} = 5$	$\frac{8}{4} = 2$	

calculs du 2 et du 6

$$3 - 1 = 2$$

$$\frac{12}{2} = 6$$

iii. histogramme ci dessous

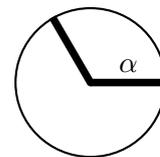


4.3 à retenir

définition 13 : (diagramme circulaire)

dans un diagramme circulaire, l'angle au centre α est proportionnel à l'effectif n (la fréquence f) de la valeur correspondante, avec un angle de 360 degrés pour l'effectif total N (pour la fréquence totale $F = 100\%$)

$$\begin{cases} 360 \longleftrightarrow N \\ \alpha \longleftrightarrow n \end{cases} \text{ donc } \boxed{\alpha = \frac{360 \times n}{N}} \quad \boxed{\text{angle au centre} = \frac{360 \times \text{effectif}}{\text{effectif total}}}$$



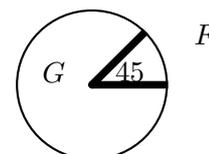
de même pour f à la place de n

Exemple :

Dans un groupe, il y a 5 filles et 35 garçons (40 personnes)

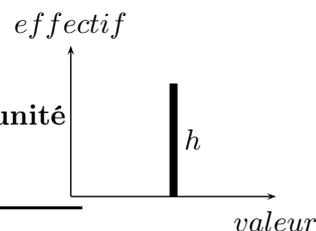
Soit α_f l'angle correspondant aux filles, on a :

$$\begin{cases} 360 \longleftrightarrow 40 \\ \alpha_f \longleftrightarrow 5 \end{cases} \text{ donc } \boxed{\alpha_f = \frac{360 \times 5}{40} = 45} \quad \text{donc } \alpha_g = 360 - 45 = 315$$



définition 14 : (diagramme en bâtons)

dans un diagramme en bâtons, la hauteur du bâton h en unités de longueurs est égale à l'effectif n (la fréquence f) de la valeur correspondante, ($h = n$), il suffit de choisir la longueur en *cm* d'une unité de longueur (...*cm* pour 1 unité de longueur)

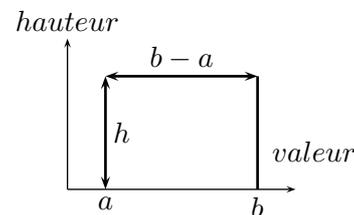


définition 15 : (histogramme)

dans un histogramme, l'aire a du rectangle en unités d'aires est égale à l'effectif n (la fréquence f) de l'intervalle,

pour l'intervalle $[a; b[$ d'effectif n on a

$$\begin{cases} \boxed{\text{largeur} = l = b - a} \\ \boxed{\text{hauteur} = h = \frac{n}{b - a}} \end{cases}$$



il suffit de choisir la valeur en *cm* d'une unité de hauteur.
de même pour f à la place de n

Exemple :

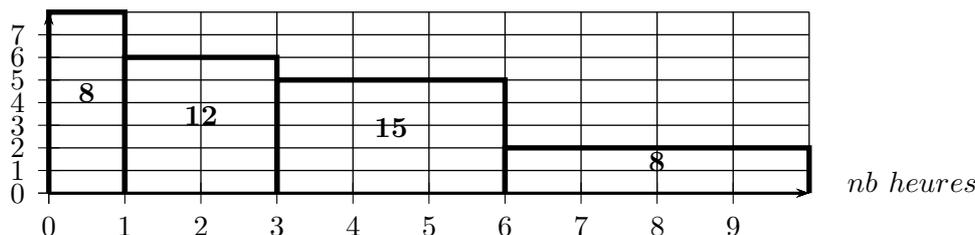
nombre d'heures	$[0; 1[$	$[1; 3[$	$[3; 6[$	$[6; 10]$	Σ
effectif	8	12	15	8	43
largeur	$1 - 0 = 1$	2	$6 - 3 = 3$	$10 - 6 = 4$	
hauteur	$\frac{8}{1} = 8$	6	$\frac{15}{3} = 5$	$\frac{8}{4} = 2$	

calculs du 2 et du 6

$$\boxed{3 - 1 = 2}$$

$$\boxed{\frac{12}{2} = 6}$$

histogramme ci dessous



4.4 exercices

exercice 1 :

- (a) écrire un algorithme qui donne la valeur de l'angle au centre d'un diagramme circulaire si on entre l'effectif total et l'effectif de la valeur
- (b) écrire un algorithme qui donne la hauteur du rectangle d'un histogramme si on entre l'effectif total, l'effectif de l'intervalle ainsi que ses bornes

exercice 2 : (angle diagramme circulaire)

suite aux épreuve du premier groupe d'un examen on obtient :

Admis : 212 ; Convoqués au rattrapage : 84 ; Refusés : 42

1. écrire un algorithme qui calcule et affiche les trois angles angle_A, angle_C et angle_R du diagramme circulaire qui représente les données précédentes
2. modifier l'algorithme précédent afin qu'il fasse la même chose quand on entre :
 - _ le nombre de catégories distinctes (*il peut y en avoir de 2 à autant que l'on veut*)
 - _ les effectifs de chacune des catégories
(*pour le stockage des effectifs on utilisera un tableau indicé*)
(*pour l'entrée des effectifs dans le tableau, pour le calcul de l'effectif total et pour l'affichage des résultats on utilisera une "boucle pour"*)
(en javascript un tableau se déclare : `mon_tableau = new Array()`)

exercice 3 : (hauteur histogramme)

suite aux épreuve du premier groupe d'un examen on obtient :

[0; 8[: 42 (Refusés) ; [8; 10[: 84 (rattrapage) ; [10; 20] : 212 (Admis)

1. écrire un algorithme qui calcule et affiche les trois hauteurs hauteur_A, hauteur_C et hauteur_R de l'histogramme qui représente les données précédentes
2. modifier l'algorithme précédent afin qu'il fasse la même chose quand on entre :
 - _ le nombre d'intervalles (*il peut y en avoir de 2 à autant que l'on veut*)
 - _ les effectifs de chacun des intervalles
 - _ les bornes des intervalles (*pour le stockage des effectifs et des bornes on utilisera un tableau indicé*)
(*pour l'entrée des effectifs dans le tableau, pour le calcul de l'effectif total et pour l'affichage des résultats on utilisera une "boucle pour"*)
(en javascript un tableau se déclare : `mon_tableau = new Array()`)

4.5 corrigés exercices

corrigé exercice 1 :

corrigé exercice 2 :

corrigé exercice 3 :

5 fréquence

5.1 à retenir

définition 16 : (*fréquence*)

quelles que soient les p valeurs distinctes $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ (*valeurs*)
quels que soient les p nombres entiers naturels $n_1, n_2, n_3, \dots, n_p$ (*effectifs respectifs des x_i*)
quelle que soit la valeur x_i de la série,
la fréquence de la valeur x_i est le nombre notée f_i

avec $f_i = \frac{\text{effectif de la valeur } x_i}{\text{effectif total de la série}} = \frac{n_i}{n_1 + \dots + n_p} = \frac{n_i}{N}$ (où $N = n_1 + n_2 + \dots + n_p$)

exemple

pour la série de valeurs : $G, G, G, G, F, F, F, F, F$

la fréquence de la valeur F est : $f = \frac{5}{9} \simeq 0,5555$ soit 55,55%

On peut écrire la fréquence sous forme fractionnaire, décimale (exacte ou approchée)
ou sous forme de pourcentage (exacte ou approchée)

6 mode

6.1 à retenir

définition 17 : (*mode*)

quelles que soient les p valeurs distinctes $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ (*valeurs*)
quels que soient les p nombres entiers naturels $n_1, n_2, n_3, \dots, n_p$ (*effectifs respectifs des x_i*)

x_i est un "mode" de la série $\iff x_i$ a le plus grand effectif

exemple

pour la série de valeurs : $G, G, G, G, F, F, F, F, F, A, A, A, A, A$

F est un mode de la série car il a le plus grand effectif (5)

A est un mode de la série car il a le plus grand effectif (5)

remarques

- i. une série de valeurs peut avoir plusieurs modes
- ii. dans le cas d'une série de valeurs regroupées par intervalle, on parle de "classe modale" pour l'intervalle de plus grand effectif
- iii. plus grand effectif équivaut à plus grande fréquence

7 étendue

7.1 à retenir

définition 18 : (*étendue*)

quelle que soit la série de N valeurs réelles $x_1; x_2; \dots, x_N$,

e est l'étendue de la série $\iff e = \text{valeur maximale} - \text{valeur minimale}$

exemple

pour la série de valeurs : 2; 8; 15; 18

$e = 18 - 2 = 16$

8 moyenne arithmétique

8.1 activités

8.1.1 activité 1 : cas des valeurs en vrac

voici des mesures de profondeurs de deux lacs en mètres en différents endroits :

lac A : 0,2 ; 0,5 ; 0,8 ; 0,9 ; 100

lac B : 10 ; 15 ; 20 ; 30

- calculer les profondeurs moyennes respectives $\overline{x_A}$ et $\overline{x_B}$ des lacs A et B
- quel lac est le plus profond en moyenne ? quel est l'effet du 100 ?
- peut-on raisonnablement se fier à la profondeur moyenne d'un lac pour juger du danger de plonger de 5m de haut ?
- quelle mesure de profondeur supplémentaire du lac B lui donnerait la même profondeur moyenne que le lac A ?
- rappeler la formule de la moyenne \overline{x} de n nombres $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

8.1.2 activité 2 : données avec valeurs et effectifs

voici les nombres d'écrans par foyers (téléviseur, PC,...) pour les élèves de deux classes.

classe A :	nombre d'écrans : x_i	3	5	8	10	Σ	classe B :	x_i	4	9	12
	effectifs : n_i	2	7	12	9	30		n_i	4	6	10

- que signifient les 12 de chaque tableaux ?
- vrai ou faux :
classe A : nombre moyen d'écran = $\frac{3 + 5 + 8 + 10}{4} = \frac{26}{4} = 6,5$ écrans par foyer
- calculer les nombres moyens d'écrans par foyers $\overline{x_A}$ et $\overline{x_B}$ pour chaque classe
- vrai ou faux :
c'est la classe qui a le plus grand nombre moyen qui a le plus grand nombre d'écrans ?
- l'arrivée dans la classe B de nouveaux élèves ayant chacun 7 écrans dans leur foyer fait passer la moyenne à 9 écrans, combien d'élèves sont arrivés dans cette classe ?
- rappeler la formule de la moyenne \overline{x} de p nombres $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ d'effectifs respectifs $n_1, n_2, n_3, \dots, n_p$

8.1.3 activité 3 : cas des données avec valeurs regroupées par intervalles

Voici la répartition des salaires dans une entreprise.

salaires : x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
centres c_i	1100			
fréquences hommes : h_i	10%	50%	40%	100%
fréquences femmes : f_i	40%	50%	10%	100%

- que signifie chaque 10% du tableau ?
- comparer le salaire moyen des femmes $\overline{x_F}$ et celui des hommes $\overline{x_H}$
- est-ce possible ? :
"dans cette entreprise, pour chacune des tranches de salaires ci dessus, les femmes gagnent plus que les hommes !"
- par combien doit-on remplacer le 4000 pour que le salaire moyen des femmes passe à 2000 euros ? est-ce équitable ?
- rappeler comment on calcule la moyenne dans le cas de valeurs par intervalles

8.2 corrigés activités

8.2.1 corrigé activité 1 : cas des données en vrac

1. a. lac A : $\overline{x_A} = \frac{0,2 + 0,5 + 0,8 + 0,9 + 100}{5} = \frac{102,4}{5} = \boxed{20,48\text{m de profondeur moyenne}}$

lac B : $\overline{x_B} = \frac{10 + 15 + 20 + 30}{4} = \frac{75}{4} = \boxed{18,75\text{m de profondeur moyenne}}$

b. $\boxed{\text{le lac A est le plus profond en moyenne}}$ car $20,48 > 18,75$

$\boxed{\text{le 100 fait fortement augmenter la moyenne } \overline{x_A}}$
la moyenne est sensible aux valeurs extrêmes

c. $\boxed{\text{on ne peut raisonnablement pas se fier}}$ à la profondeur moyenne d'un lac pour juger du danger de plonger de 5m de haut car ce n'est qu'une moyenne.

d. soit x la mesure de profondeur supplémentaire du lac B qui lui donnerait la même profondeur moyenne que le lac A :

$$\overline{x_B} = \frac{10 + 15 + 20 + 30 + x}{5} = 20,48$$

$$\Leftrightarrow \frac{75 + x}{5} = 20,48$$

$$\Leftrightarrow 75 + x = 5 \times 20,48 = 102,4$$

$$\Leftrightarrow x = 102,4 - 75 = 27,4$$

$\boxed{\text{la nouvelle mesure doit-être de 27,4m}}$

e. moyenne \overline{x} de n nombres $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$: $\boxed{\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} x_i}$

8.2.2 corrigé activité 2 : cas des données avec effectifs

2. voici les nombres d'écrans par foyers (téléviseur, PC,...) pour les élèves de deux classes.

classe A :	nombre d'écrans : x_i	3	5	8	10	Σ
	effectifs : n_i	2	7	12	9	30

classe B :	x_i	4	9	12
	n_i	4	6	10

a. 12 foyers de la classe A ont 8 écrans

12 écrans pour 10 foyers de la classe B

b. faux car $\frac{3+5+8+10}{4} = \frac{26}{4} = 6,5$ ne tient pas compte des effectifs

c. $\bar{x}_A = \frac{2 \times 3 + 7 \times 5 + 12 \times 8 + 9 \times 10}{30} = \frac{227}{30} \simeq$ 7,6 écrans par foyer en moyenne

$\bar{x}_B = \frac{4 \times 4 + 6 \times 9 + 10 \times 12}{20} = \frac{190}{20} \simeq$ 9,5 écrans par foyer en moyenne

d. faux car c'est la classe B qui a le plus grand nombre moyen ($9,5 > 7,6$) et c'est la classe A qui a le plus grand nombre d'écrans ($227 > 190$)

e. l'arrivée dans la classe B de nouveaux élèves ayant chacun 7 écrans dans leur foyer fait passer la moyenne à 9 écrans, soit x le nombre d'élèves arrivés dans cette classe.

$$\bar{x}_B = \frac{4 \times 4 + 6 \times 9 + 10 \times 12 + x \times 7}{20 + x} = 9$$

$$\Leftrightarrow \frac{190 + 7x}{20 + x} = 9$$

$$\Leftrightarrow 9(20 + x) = 190 + 7x$$

$$\Leftrightarrow 180 + 9x = 190 + 7x$$

$$\Leftrightarrow 2x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

il est arrivé 5 nouveaux élèves

f. moyenne \bar{x} de p nombres $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ d'effectifs respectifs $n_1, n_2, n_3, \dots, n_p$

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_px_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=p} n_i x_i \text{ où } n = \sum_{i=1}^{i=p} n_i$$

8.2.3 corrigé activité 3 : cas des données avec valeurs regroupées par intervalles

3. Voici la répartition des salaires dans une entreprise.

salaires : x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
centres c_i	1100	$\frac{1200 + 1600}{2} = 1400$	2800	
fréquences hommes : h_i	10%	50%	40%	100%
fréquences femmes : f_i	40%	50%	10%	100%

a. 10% des hommes gagnent entre 1000 euros inclu et 1200 euros exclu

10% des femmes gagnent entre 1600 euros inclu et 4000 euros exclu

$$b. \bar{x}_F = \frac{40 \times 1100 + 50 \times 1400 + 10 \times 2800}{100} = \frac{142000}{100} = \boxed{1420 \text{ euros en moyenne}}$$

$$\bar{x}_H = \frac{10 \times 1100 + 50 \times 1400 + 40 \times 2800}{100} = \frac{193000}{100} = \boxed{1930 \text{ euros en moyenne}}$$

c. **il est possible que** :

"dans cette entreprise, pour chacune des tranches de salaires ci dessus, les femmes gagnent plus que les hommes!"

en effet, les moyennes sont calculées par rapport aux centres des intervalles, si chaque femme de chaque tranche gagne la valeur du centre et chaque homme 100 euros de moins, on aura bien les mêmes moyennes que ci dessus et la phrase sera bien vrai!

d. soit x le nombre par lequel on doit remplacer le 4000 pour que le salaire moyen des femmes passe à 2000 euros.

$$\bar{x}_F = \frac{40 \times 1100 + 50 \times 1400 + 10 \times \frac{1600 + x}{2}}{100} = 2000$$

$$\Leftrightarrow \frac{114000 + 10 \times (800 + 0,5x)}{100} = 2000$$

$$\Leftrightarrow \frac{114000 + 8000 + 5x}{100} = 2000$$

$$\Leftrightarrow \frac{122000 + 5x}{100} = 2000$$

$$\Leftrightarrow 122000 + 5x = 200000$$

$$\Leftrightarrow 5x = 200000 - 122000 = 78000$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{78000}{5} = 15600$$

il faut remplacer le 4000 euros par 15600 euros

ce n'est pas équitable dans la mesure où on augmente des hauts salaires

e. dans le cas de valeurs par intervalles, on calcule la moyenne

en prenant les centres des intervalles et les effectifs

8.3 a retenir :

définition 19 : (moyenne arithmétique)

quels que soient les n nombres réels $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$

\bar{x} est la moyenne arithmétique de $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \iff$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \\ \text{notée : } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=n} x_i \\ \text{aussi notée : } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \end{array} \right.$$

exemple :

la moyenne arithmétique de 8 ; 12 ; 10 est $\bar{x} = \frac{8 + 12 + 10}{3} = \frac{30}{3} = 10$

définition 20 : (moyenne arithmétique avec effectifs)

quels que soient les p nombres réels $x_1, x_2, x_3, \dots, x_p$ (valeurs)

quels que soient les p nombres réels $n_1, n_2, n_3, \dots, n_p$ (effectifs)

$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} \text{ est la moyenne de } x_1, x_2, x_3, \dots, x_p \\ \text{de coefficients respectifs } n_1, n_2, n_3, \dots, n_p \end{array} \right. \iff$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} \\ \text{notée } \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=p} n_i x_i \text{ où } N = \sum_{i=1}^{i=p} n_i \\ \text{aussi notée : } \bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i} \end{array} \right.$$

exemple :

x_i	4	9	12
n_i	4	6	10

$$\bar{x} = \frac{4 \times 4 + 6 \times 9 + 10 \times 12}{4 + 6 + 10} = \frac{190}{20} = 9,5$$

définition 21 : (moyenne arithmétique avec intervalles)

quels que soient les p intervalles ce centres respectifs $c_1, c_2, c_3, \dots, c_p$,

(le centre de l'intervalle $[a; b]$ est $c = \frac{a + b}{2}$)

quels que soient les p nombres réels $n_1, n_2, n_3, \dots, n_p$ (coefficients)

$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} \text{ est la moyenne des valeurs regroupées} \\ \text{dans les } p \text{ intervalles} \\ \text{de coefficients respectifs } n_1, n_2, n_3, \dots, n_p \end{array} \right. \iff$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_p c_p}{n_1 + n_2 + \dots + n_p} \\ \text{notée } \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{i=p} n_i x_i \text{ où } n = \sum_{i=1}^{i=p} n_i \\ \text{aussi notée : } \bar{x} = \frac{\sum n_i c_i}{\sum n_i} \end{array} \right.$$

exemple

x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
centres c_i	1100	$\frac{1200 + 1600}{2} = 1400$	2800	
n_i	40%	50%	10%	100%

$$\bar{x} = \frac{40 \times 1100 + 50 \times 1400 + 10 \times 2800}{100} = \frac{142000}{100} = 1420$$

8.4 exercices

exercice 4 :

Suite à une évaluation, voici les notes de deux groupes d'élèves :

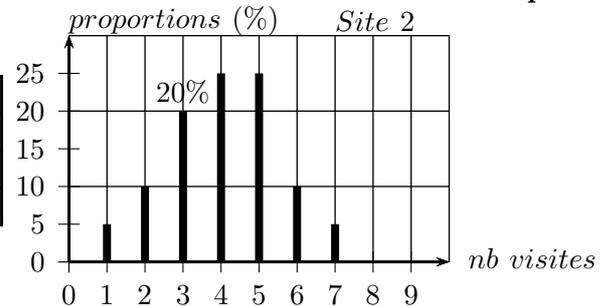
Groupe 1 : 8 ; 12 ; 13 ; 6 ; 5 ; 14 Groupe 2 : 5 ; 18 ; 10 ; 7

- calculer les étendues e_1 et e_2 et les moyennes \bar{x}_1 et \bar{x}_2 pour chacun des groupes et préciser le groupe qui a le mieux réussi en moyenne et celui qui a les notes les "plus étendues"
- calculer l'étendue e et la moyenne \bar{x} pour l'ensemble des deux groupes réunis
- Vrai ou Faux : " \bar{x} est la moyenne de \bar{x}_1 et \bar{x}_2 "
- quelle 7^e note x ajouter au Groupe 1 pour que les deux moyennes soient égales ?

exercice 5 :

Concernant deux sites internet, voici un bilan des nombres de visites des abonnés pour la semaine dernière

Site 1						Σ	
visites : x_i	1	2	3	4	5	6	
effectif : n_i	30	50	120	80	40	20	
$n_i x_i$							

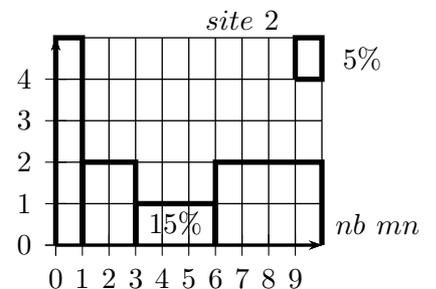


- que signifient le 50 et le 20% ?
- combien de personnes sont abonnées au site 1 ? au site 2 ?
- calculer les étendues e_1 et e_2 ainsi que \bar{x}_1 et \bar{x}_2 les nombres moyens de visites par abonné pour chaque site la semaine dernière et en déduire celui qui a eu le plus de visite de ses abonnés en moyenne.
- quel site a eu le plus de visites des ses abonnés au total ?
- combien d'abonnés x à 7 visites aurait-il fallu en plus au site 1 pour avoir la même moyenne qu'au site 2 ?

exercice 6 :

Concernant deux sites internet, voici un bilan des durées de visites des abonnés pour la semaine dernière

Site 1					Σ
durée (mn) : x_i	[0; 5[[5; 15[[15; 30[[30; 60]	
centres : c_i					
effectif : n_i	284	50	3	3	
$n_i c_i$					



- que signifient le 50 et le 15% ?
- calculer les étendues e_1 et e_2 ainsi que \bar{x}_1 et \bar{x}_2 les durées moyennes des visites par abonné pour chaque site la semaine dernière et en déduire celui qui voit ses abonnés rester connectés le plus longtemps en moyenne
- quelle durée x aurait-il fallu au site 1 à la place du 60 pour avoir la même moyenne qu'au site 2 ?

exercice 7 :

Suite à une évaluation, voici les notes de deux groupes d'élèves :

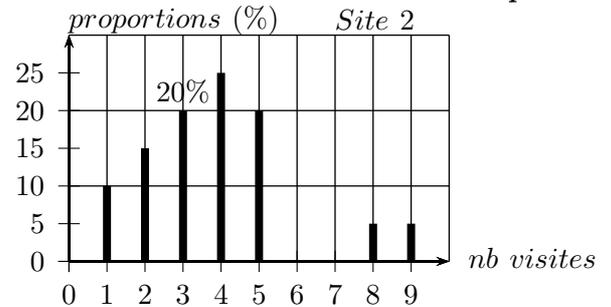
Groupe 1 : 9 ; 13 ; 14 ; 7 ; 6 ; 15 Groupe 2 : 6 ; 19 ; 11 ; 8

- A. calculer les étendues e_1 et e_2 et les moyennes \bar{x}_1 et \bar{x}_2 pour chacun des groupes et préciser le groupe qui a le mieux réussi en moyenne et celui qui a les notes les "plus étendues"
- B. quelle 5^e note x ajouter au Groupe 2 pour que les deux moyennes soient égales ?

exercice 8 :

Concernant deux sites internet, voici un bilan des nombres de visites des abonnés pour le mois dernier

Site 1						
visites : x_i	1	2	3	4	5	6
effectif : n_i	300	500	1200	800	400	200
$n_i x_i$						

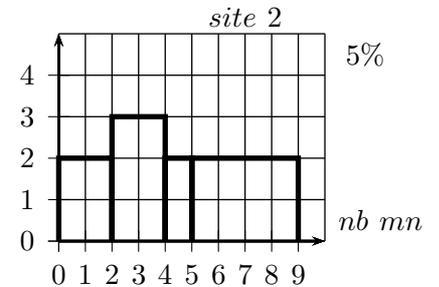


- A. calculer les étendues e_1 et e_2 ainsi que \bar{x}_1 et \bar{x}_2 les nombres moyens de visites par abonné pour chaque site le mois dernier et en déduire celui qui a eu le plus de visite de ses abonnés en moyenne.
- B. combien d'abonnés x à 8 visites aurait-il fallu en plus au site 1 pour avoir la même moyenne qu'au site 2 ?

exercice 9 :

Concernant deux sites internet, voici un bilan des durées de visites des abonnés pour le mois dernier

Site 1					Σ
durée (mn) : x_i	[0; 5[[5; 10[[10; 15[[15; 20]	
centres : c_i					
effectif : n_i	500	10	1	2	
$n_i c_i$					



- A. calculer les étendues e_1 et e_2 ainsi que \bar{x}_1 et \bar{x}_2 les durées moyennes des visites par abonné pour chaque site le mois dernier et en déduire celui qui voit ses abonnés rester connectés le plus longtemps en moyenne
- B. quelle durée x aurait-il fallu au site 1 à la place du 20 pour avoir la même moyenne qu'au site 2 ?

exercice 10 : (moyenne sans coefficients)

suite aux épreuves à un examen un candidat obtient les notes suivantes : 8; 12; 7; 14; 11; 12

- (a) écrire un algorithme qui calcule et affiche la moyenne des notes précédentes
- (b) modifier l'algorithme précédent afin qu'il fasse la même chose quand on entre :
 - _ le nombre de notes (*il peut y en avoir de 2 à autant que l'on veut*)
 - _ les notes (*pour le stockage des notes on utilisera un tableau indicé*)(*pour l'entrée des notes dans le tableau et pour le calcul du total, on utilisera une "boucle pour"*)
(en javascript un tableau se déclare : *mon_tableau = new Array()*)

exercice 11 : (moyenne avec coefficients)

suite aux épreuves à un examen un candidat obtient les notes suivantes : 8; 12; 7; 14; 11; 12
avec pour coefficients respectifs 2; 3; 5; 7; 2; 4

- (a) écrire un algorithme qui calcule et affiche la moyenne des notes précédentes
- (b) modifier l'algorithme précédent afin qu'il fasse la même chose quand on entre :
 - _ le nombre de notes (*il peut y en avoir de 2 à autant que l'on veut*)
 - _ les notes _ les coefficients (*pour le stockage des notes, des coefficients on utilisera un tableau indicé*)(*pour l'entrée des notes et des coefficients dans le tableau puis pour le calcul du total, on utilisera une "boucle pour"*)
(en javascript un tableau se déclare : *mon_tableau = new Array()*)

8.5 corrigés exercices

corrigé exercice 4 :

Suite à une évaluation, voici les notes de deux groupes d'élèves :

Groupe 1 : 8 ; 12 ; 13 ; 6 ; 5 ; 14 Groupe 2 : 5 ; 18 ; 10 ; 7

— Les populations sont les ensembles constitués des élèves

— la variable est la note obtenue par l'élève

— la variable est de type quantitatif (continu)

A. $e_1 = 14 - 5 = \boxed{9}$

$$e_2 = 18 - 5 = \boxed{13}$$

$$\bar{x}_1 = \frac{8 + 12 + 13 + 6 + 5 + 14}{6} = \frac{58}{6} = \frac{29}{3} \simeq \boxed{9,7}$$

$$\bar{x}_2 = \frac{5 + 18 + 10 + 7}{4} = \frac{40}{4} = \boxed{10}$$

le groupe 2 a le mieux réussi en moyenne car $10 > 9,7$

le groupe 2 a les notes les "plus étendues" car $13 > 9$

B. $e = 18 - 5 = \boxed{13}$

$$\bar{x} = \frac{8 + 12 + 13 + 6 + 5 + 14 + 5 + 18 + 10 + 7}{10} = \frac{98}{10} = \boxed{9,8}$$

C. **Faux** car : $\bar{x} = 9,8$ alors que $\frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2} = \frac{\frac{58}{6} + 10}{2} = \frac{118}{12} = \frac{59}{6} \simeq 9,83$

donc $\bar{x} \neq \frac{\bar{x}_1 + \bar{x}_2}{2}$

D. quelle 7^e note x ajouter au Groupe 1 pour que les deux moyennes soient égales ?

$$\frac{8 + 12 + 13 + 6 + 5 + 14 + x}{7} = 10$$

$$\Leftrightarrow \frac{58 + x}{7} = 10$$

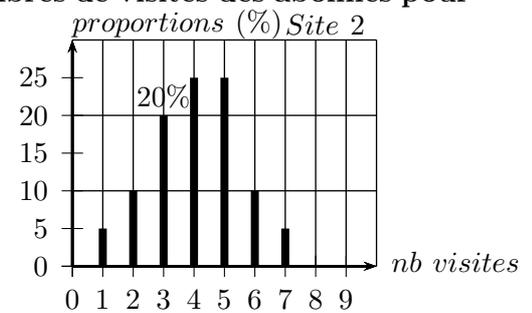
$$\Leftrightarrow 58 + x = 70$$

$$\Leftrightarrow x = 70 - 58 = \boxed{12}$$

corrigé exercice 5 :

Concernant deux sites internet, voici un bilan des nombres de visites des abonnés pour la semaine dernière

Site 1							Σ
visites : x_i	1	2	3	4	5	6	
effectif : n_i	30	50	120	80	40	20	340
$n_i x_i$	30	100	360	320	200	120	1130



- _ Les populations sont les ensembles des abonnés
- _ la variable est le nombre de visites la semaine dernière
- _ la variable est de type quantitatif (discret)

- A. 50 abonnés du site 1 ont fait 2 visites la semaine dernière
20% des abonnés du site 2 ont fait 3 visites la semaine dernière
- B. 340 personnes sont abonnées au site 1
on ne peut pas savoir pour la site 2 car on ne dispose que des proportions

C. $e_1 = 6 - 1 = \boxed{5}$

$e_2 = 7 - 1 = \boxed{6}$

$\bar{x}_1 = \frac{1130}{340} \simeq \boxed{3,3}$

$\bar{x}_2 = \frac{1 \times 5 + 2 \times 10 + 3 \times 20 + 4 \times 25 + 5 \times 25 + 6 \times 10 + 7 \times 5}{100} = \frac{405}{100} = \boxed{4,05}$

le site 2 a eu le plus de visites de ses abonnés en moyenne car $4,05 > 3,3$

- D. quel site a eu le plus de visites des ses abonnés au total ?
On ne peut pas savoir car pour le site 2 on ne dispose que des pourcentages
- E. combien d'abonnés x à 7 visites aurait-il fallu en plus au site 1 pour avoir la même moyenne qu'au site 2 ?

x vérifie l'équation suivante :

$$\bar{x}_1 = \frac{1130 + 7x}{340 + x} = 4,05$$

$$\Leftrightarrow 1130 + 7x = 4,05(340 + x)$$

$$\Leftrightarrow 1130 + 7x = 1377 + 4,05x$$

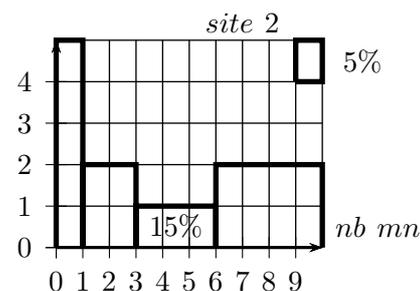
$$\Leftrightarrow x = \frac{1377 - 1130}{7 - 4,05} = \frac{247}{2,95} \simeq 83,73 \text{ soit environ } 84 \text{ abonnés}$$

$$\Leftrightarrow x \simeq \boxed{83,73}$$

corrigé exercice 6 :

Concernant deux sites internet, voici un bilan des durées de visites des abonnés pour la semaine dernière

Site 1					Σ
durée (mn) : x_i	[0; 5[[5; 15[[15; 30[[30; 60]	
centres : c_i	2,5	10	22,5	45	
effectif : n_i	284	50	3	3	340
$n_i c_i$	710	500	67,5	135	1412,5



- _ Les populations sont les ensembles constitués des abonnés
- _ la variable est la durée de la visite en minutes
- _ la variable est de type quantitatif continu

A. 50 des abonnés du site 1 sont restés entre 5 et 15 minutes la semaine dernière
15% des abonnés du site 2 sont restés entre 3 et 6 minutes la semaine dernière

B. $e_1 = 60 - 0 = \boxed{60}$

$e_2 = 10 - 0 = \boxed{10}$

$\bar{x}_1 = \frac{1412,5}{340} = \boxed{4,15}$

$\bar{x}_2 = \frac{0,5 \times 25 + 2 \times 20 + 4,5 \times 15 + 8 \times 40}{100} = \frac{440}{100} = \boxed{4,4}$

le site 2 voit ses abonnés rester connectés le plus longtemps en moyenne car $4,22 > 4,15$

C. quelle durée x aurait-il fallu au site 1 à la place du 60 pour avoir la même moyenne qu'au site 2 ?

x est solution de l'équation suivante :

$$\bar{x}_1 = \frac{710 + 500 + 67,5 + 3 \times \frac{30 + x}{2}}{340} = 4,4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1277,5 + \frac{90 + 3x}{2}}{340} = 4,4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1277,5 + 45 + 1,5x}{340} = 4,4$$

$$\Leftrightarrow \frac{1322,5 + 1,5x}{340} = 4,4$$

$$\Leftrightarrow 1322,5 + 1,5x = 340 \times 4,4 = 1496$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1496 - 1322,5}{1,5} \simeq 115,7$$

$$\Leftrightarrow x \simeq \boxed{115,7} \text{ soit } 115,7 \text{ minutes}$$

corrigé exercice 7 :

corrigé exercice 8 :

corrigé exercice 9 :

9 quartiles et déciles

9.1 activités

9.1.1 activité 1 : généralités (moyenne, médiane, déciles, diagramme en Boîte)

1. En 2007, en France (*sources Insee*)

a. "le salaire moyen net a été de $\bar{x} = 1990$ euros", signifie que :
le total des ... divisé par le nombre total de ... vaut ...

b. "le salaire médian net a été de $Q_2 = 1600$ euros", signifie que :

au moins ... des salaires sont ...

au moins ... des salaires sont ...

c. est-il vrai que l'on a toujours 50% des valeurs supérieures à la moyenne et 50% des valeurs inférieures à la moyenne ? : ...

2. a partir d'une série de valeurs (âges, salaires, ...) il est utile de déterminer les 4 quartiles (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4) où les 10 déciles (D_1, D_2, \dots, D_{10}) pour rendre compte de la répartition de cette série de valeurs (sont-elles dispersées ?, regroupées ? ...)

Q_1 est la plus petite valeur de la série telle que au moins ... % des valeurs de la série soient inférieures ou égales à Q_1 et au moins ... % des valeurs lui soient supérieures ou égales.

pour Q_2 : au moins ... % en ... et au moins ... % au ...

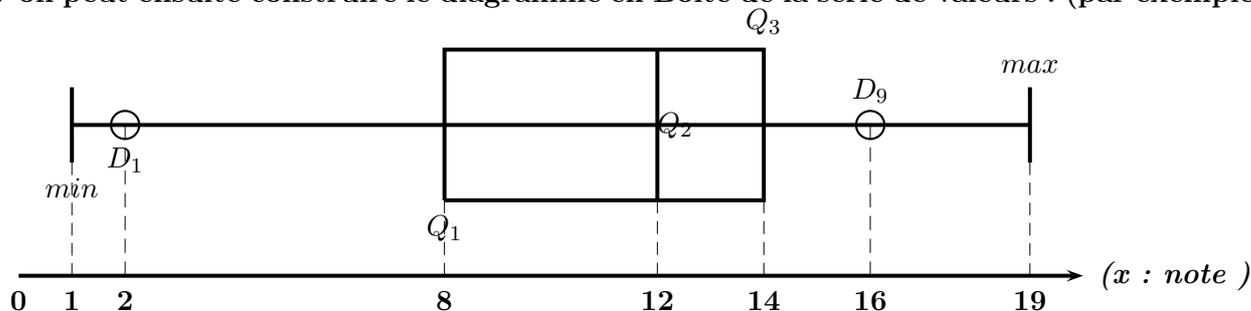
pour Q_3 : au moins ... % en ... et au moins ... % au ...

Q_4 est la valeur maximale de la série.

pour D_1 : au moins ... % en ... et au moins ... % au ...

pour D_9 : au moins ... % en ... et au moins ... % au ...

3. on peut ensuite construire le diagramme en Boîte de la série de valeurs : (par exemple)



ce diagramme permet de lire que :

- la meilleure note est : ...
- au moins 25% des notes sont inférieures ou égales à : ...
- au moins 25% des notes sont supérieures ou égales à : ...
- au moins 50% des notes sont supérieures ou égales à : ...
- au moins 10% des notes sont inférieures ou égales à : ...
- au moins 75% des notes sont supérieures ou égales à : ...

— au moins la moitié des notes sont comprises entre : ...

9.1.2 activité 2 : quartiles et déciles avec données en vrac

voici des mesures de profondeurs de deux lacs en mètres en différents endroits :

lac A : 0,2 ; 0,5 ; 0,8 ; 0,9 ; 0,1 ; 0,8 ; 0,6 ; 0,4 ; 0,2 ; 0,6 ; 100

lac B : 10 ; 15 ; 20 ; 30 ; 13 ; 15 ; 17 ; 14 ; 17 ; 12

- déterminer Q_1, Q_2, Q_3, D_1, D_9 pour chacune des séries de valeurs et construire le diagramme en boîte
- faire une phrase de commentaire utilisant la médiane et sa signification
- comparer les profondeurs des deux lacs en utilisant les déciles.
- le 100 a-t-il un effet important sur la valeur de la médiane ?

9.1.3 activité 3 : quartiles et déciles avec valeurs et effectifs

voici les nombres d'écrans par foyers (téléviseur, PC,...) pour les élèves de deux classes.

classe A :	nombre d'écrans : x_i	3	5	8	10	Σ
	effectifs : n_i	2	7	12	9	30
	effectifs cumulés : ecc					

classe B :	x_i	4	9	12	14
	n_i	4	6	10	2
	effectifs cumulés : ecc				

- construire le diagramme en boîte pour chacune des séries
- comparer les deux séries avec la médiane

9.1.4 activité 4 : quartiles et déciles cas des données avec intervalles

Voici la répartition des salaires dans une entreprise.

salaires : x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
effectifs hommes : h_i	100	500	400	1000
effectifs cumulés croissants : ecc				
effectifs femmes : f_i	200	250	50	500
effectifs cumulés croissants : ecc				

- construire la courbe des effectifs cumulés croissants pour les hommes
- en déduire graphiquement les valeurs des quartiles et du premier et dernier décile.
- retrouver algébriquement les valeurs précédentes.
- construire le diagramme en boîte
- procéder de même pour les salaires des femmes
- comparer les répartitions de salaires avec la médiane

9.2 corrigés activités

9.2.1 corrigé activité 1 : généralités (moyenne, médiane, déciles, diagramme en Boîte)

1. En 2007, en France (*sources Insee*)

a. "le salaire moyen net a été de $\bar{x} = 1990$ euros", signifie que :

le total des **salaires** divisé par le nombre total de **salariés** vaut **1990**

b. "le salaire médian net a été de $Q_2 = 1600$ euros", signifie que :

au moins **50%** des salaires sont **supérieurs aux égaux à 1600**

au moins **50%** des salaires sont **inférieurs aux égaux à 1600**

c. est-il vrai que l'on a toujours 50% des valeurs supérieures à la moyenne et 50% des valeurs inférieures à la moyenne ? :

non, car ci dessus 50% des salaires sont supérieurs ou égaux à 1600 et non pas 1990

2. a partir d'une série de valeurs (âges, salaires, ...) il est utile de déterminer les 4 quartiles (Q_1, Q_2, Q_3, Q_4) où les 10 déciles (D_1, D_2, \dots, D_{10}) pour rendre compte de la répartition de cette série de valeurs (sont-elles dispersées ?, regroupées ? ...)

Q_1 est la plus petite valeur de la série telle que au moins **25%** des valeurs de la série soient inférieurs ou égaux à Q_1 et au moins **75%** des valeurs lui soient supérieures ou égales.

pour Q_2 : au moins **50%** en **dessous** et au moins **50%** au **dessus**

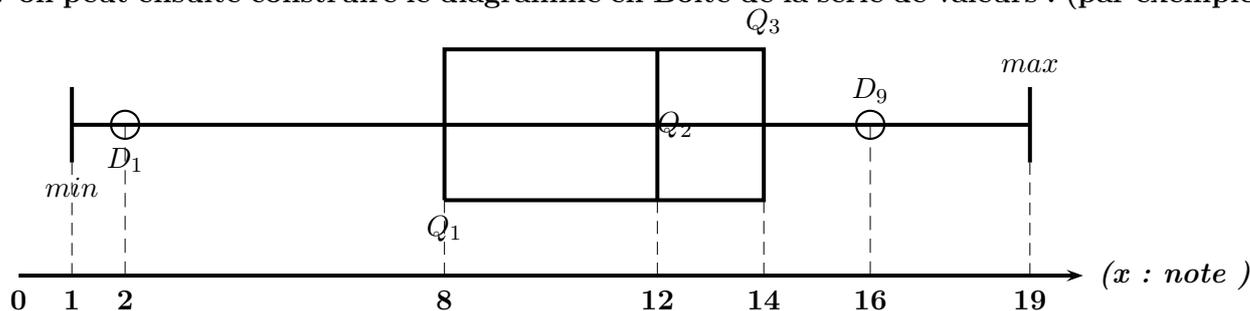
pour Q_3 : au moins **75%** en **dessous** et au moins **25%** au **dessus**

Q_4 est la valeur maximale de la série.

pour D_1 : au moins **10%** en **dessous** et au moins **90%** au **dessus**

pour D_9 : au moins **90%** en **dessous** et au moins **10%** au **dessus**

3. on peut ensuite construire le diagramme en Boîte de la série de valeurs : (par exemple)



ce diagramme permet de lire que :

- la meilleure note est : **19**
- au moins **25%** des notes sont inférieures ou égales à : **8**
- au moins **25%** des notes sont supérieures ou égales à : **14**
- au moins **50%** des notes sont supérieures ou égales à : **12**
- au moins **10%** des notes sont inférieures ou égales à : **2**
- au moins **75%** des notes sont supérieures ou égales à : **8**
- au moins la moitié des notes sont comprises entre : **2 et 12** ou **8 et 14** ou **12 et 19**

9.2.2 corrigé activité 2 : quartiles et déciles cas des valeurs en vrac

voici des mesures de profondeurs de deux lacs en mètres en différents endroits :

lac A : 0,2 ; 0,5 ; 0,8 ; 0,9 ; 0,1 ; 0,8 ; 0,6 ; 0,4 ; 0,2 ; 0,6 ; 100

lac B : 10 ; 15 ; 20 ; 30 ; 13 ; 15 ; 17 ; 14 ; 17 ; 12

a. détermination de Q_1, Q_2, Q_3, D_1, D_9 et diagramme en boîte

i. série du lac A :

• on ordonne les valeurs dans l'ordre croissant :

$0,1 ; 0,2 ; 0,2 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,6 ; 0,8 ; 0,8 ; 0,9 ; 100$

• pour Q_1 :

Il y a 11 valeurs au total

25% de 11 = $0,25 \times 11 = 2,75$ arrondi à 3 car Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% de valeurs soient inférieures ou égales à Q_1

Q_1 est la 3^e valeur ordonnée

$Q_1 = 0,2$

• pour Q_2 :

Il y a 11 valeurs au total

50% de 11 = $0,5 \times 11 = 5,5$ arrondi à 6 car Q_2 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 50% de valeurs soient inférieures ou égales à Q_2

Q_2 est la 6^e valeur ordonnée

$Q_2 = 0,6$

• pour Q_3 :

75% de 11 = $0,75 \times 11 = 8,25$ arrondi à 9

Q_3 est la 9^e valeur ordonnée

$Q_3 = 0,8$

• pour D_1 :

10% de 11 = $0,1 \times 11 = 1,1$ arrondi à 2

D_1 est la 2^e valeur ordonnée

$D_1 = 0,2$

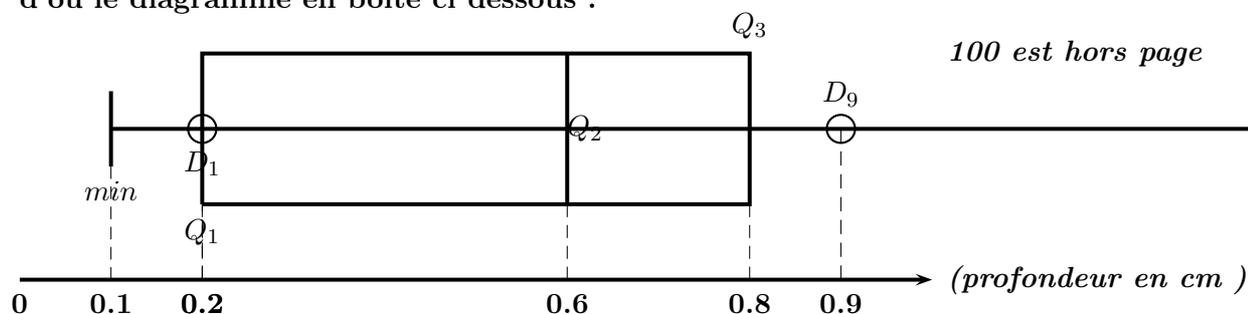
• pour D_9 :

90% de 11 = $0,9 \times 11 = 9,9$ arrondi à 10

D_9 est la 10^e valeur ordonnée

$D_9 = 0,9$

d'où le diagramme en boîte ci dessous :



ii. série du lac B :

• on ordonne les valeurs dans l'ordre croissant :

$\boxed{10; 12; 13; 14; 15; 15; 17; 17; 20; 30}$

• pour Q_1 :

Il y a 10 valeurs au total

25% de 10 = $0,25 \times 10 = 2,5$ arrondi à 3 car Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% de valeurs soient inférieures ou égales à Q_1

Q_1 est la 3^e valeur ordonnée

$\boxed{Q_1 = 13}$

• pour Q_2 :

Il y a 10 valeurs au total

50% de 10 = $0,5 \times 10 = 5$

Q_2 est la 5^e valeur ordonnée car Q_2 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 50% de valeurs soient inférieures ou égales à Q_2

$\boxed{Q_2 = 15}$

• pour Q_3 :

75% de 10 = $0,75 \times 10 = 7,5$ arrondi à 8

Q_3 est la 8^e valeur ordonnée

$\boxed{Q_3 = 17}$

• pour D_1 :

10% de 10 = $0,1 \times 10 = 1$

D_1 est la 1^{re} valeur ordonnée

$\boxed{D_1 = 10}$

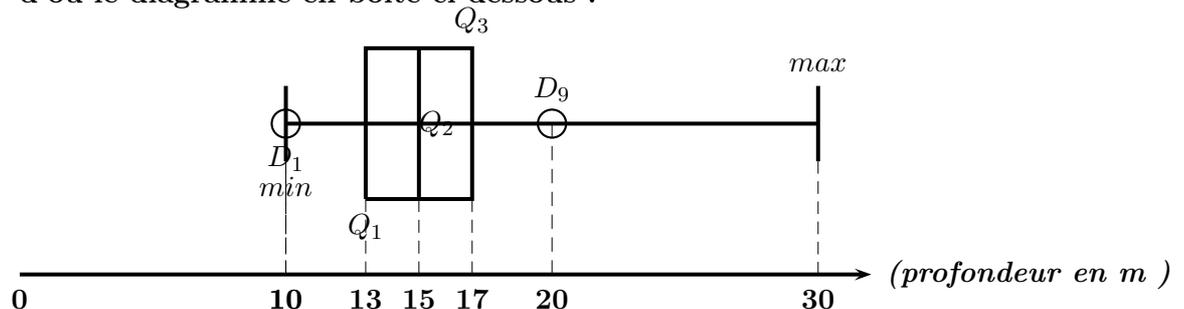
• pour D_9 :

90% de 10 = $0,9 \times 10 = 9$

D_9 est la 9^e valeur ordonnée

$\boxed{D_9 = 20}$

d'où le diagramme en boîte ci dessous :



b. phrase de commentaire utilisant la médiane et sa signification pour le lac B :

$Q_2 = 15$ signifie que

$\boxed{\text{au moins 50\% des valeurs sont inférieures ou égales à 15m}}$

$\boxed{\text{au moins 50\% des valeurs sont supérieures ou égales à 15m}}$.

c. comparaison des profondeurs des deux lacs en utilisant les déciles. selon les mesures ci dessus, le lac B semble plus profond que le lac A car :

A : $D_9 = 0,9$ donc au moins 90% des mesures sont inférieures ou égales à 0,9m

B : $D_1 = 10$ donc au moins 90% des mesures sont supérieures ou égales à 10m

d. le 100 a-t-il un effet important sur la valeur de la médiane ?

non, car si on le remplace par 1000 ou 10000 la médiane reste la même

$\boxed{\text{la médiane est peu sensible aux valeurs extrêmes}}$

9.2.3 corrigé activité 3 : quartiles et déciles cas valeurs et effectifs

voici les nombres d'écrans par foyers (téléviseur, PC,...) pour les élèves de deux classes.

a. diagrammes en boîtes :

i. pour la séries A :

classe A :	nombre d'écrans : x_i	3	5	8	10	Σ
	effectifs : n_i	2	7	12	9	30
	effectifs cumulés : ecc	2	9	21	30	

- les valeurs sont déjà rangées dans l'ordre croissant dans le tableau :

- pour Q_1 :

Il y a 30 valeurs au total

25% de 30 = $0,25 \times 30 = 7,5$ arrondi à 8 car Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% de valeurs soient inférieures ou égales à Q_1

Q_1 est la 8^e valeur ordonnée

{ la 2^e valeur est un 3
de la 3^e valeur à la 9^e valeur, il n'y a que des 5

la 8^e valeur est un 5 ($Q_1 = 5$)

- pour Q_2 :

50% de 30 = $0,5 \times 30 = 15$

Q_2 est la 15^e valeur ordonnée

{ la 9^e valeur est un 5
de la 10^e valeur à la 21^e valeur, il n'y a que des 8

la 15^e valeur est un 8 ($Q_2 = 8$)

- pour Q_3 :

75% de 30 = $0,75 \times 30 = 22,5$ arrondi à 23

Q_3 est la 23^e valeur ordonnée

{ la 21^e valeur est un 8
de la 22^e valeur à la 30^e valeur, il n'y a que des 10

la 22^e valeur est un 10 ($Q_3 = 10$)

- pour D_1 :

10% de 30 = $0,1 \times 30 = 3$

D_1 est la 3^e valeur ordonnée

($D_1 = 5$)

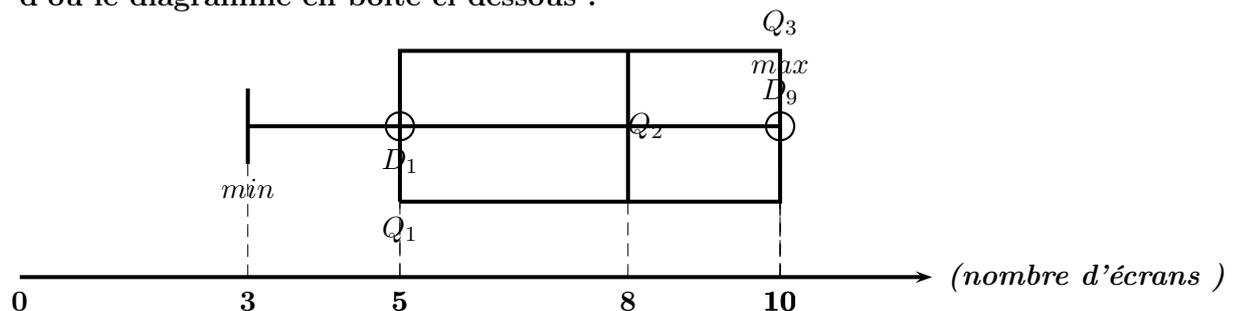
- pour D_9 :

90% de 30 = $0,9 \times 30 = 27$

D_9 est la 27^e valeur ordonnée

($D_9 = 10$)

d'où le diagramme en boîte ci dessous :



ii. pour la série B :

	x_i	4	9	12	14	total
classe B :	n_i	4	6	10	2	22
	effectifs cumulés : <i>ecc</i>	4	10	20	22	

• les valeurs sont déjà rangées dans l'ordre croissant dans le tableau :

• pour Q_1 :

Il y a 22 valeurs au total

25% de 22 = $0,25 \times 22 = 5,5$ arrondi à 6 car Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% de valeurs soient inférieures ou égales à Q_1

Q_1 est la 6^e valeur ordonnée

{ la 4^e valeur est un 4

{ de la 5^e valeur à la 10^e valeur, il n'y a que des 9

la 6^e valeur est un 9

$$Q_1 = 9$$

• pour Q_2 :

50% de 22 = $0,5 \times 22 = 11$

Q_2 est la 11^e valeur ordonnée

$$Q_2 = 12$$

• pour Q_3 :

75% de 22 = $0,75 \times 22 = 16,5$ arrondi à 17

Q_3 est la 17^e valeur ordonnée

$$Q_3 = 12$$

• pour D_1 :

10% de 22 = $0,1 \times 22 = 2,2$ arrondi à 3

D_1 est la 3^e valeur ordonnée

$$D_1 = 4$$

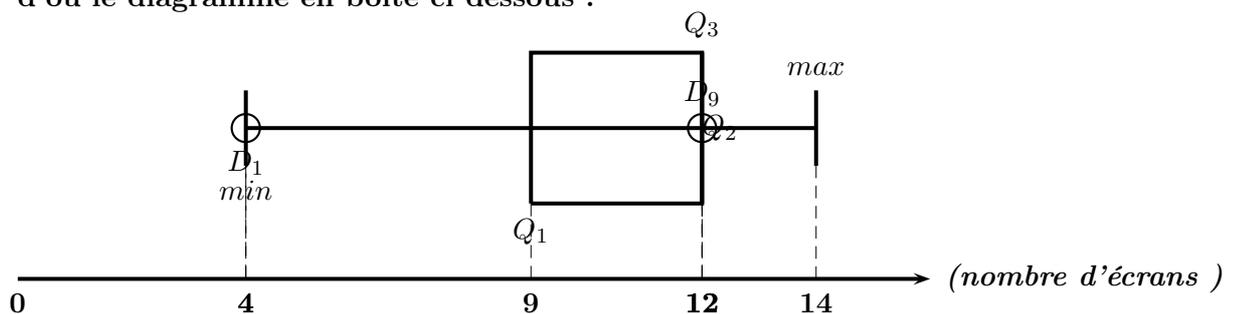
• pour D_9 :

90% de 22 = $0,9 \times 22 = 19,8$ arrondi à 20

D_9 est la 20^e valeur ordonnée

$$D_9 = 12$$

d'où le diagramme en boîte ci dessous :



b. comparaison des deux séries avec la médiane :

classe A : $Q_2 = 8$ donc au moins 50% des élèves ont moins de 5 écrans au foyer.

classe B : $Q_2 = 12$ donc au moins 50% des élèves ont plus de 12 écrans au foyer.

les élèves de la classe B ont majoritairement plus d'écrans au foyer que ceux de la classe A.

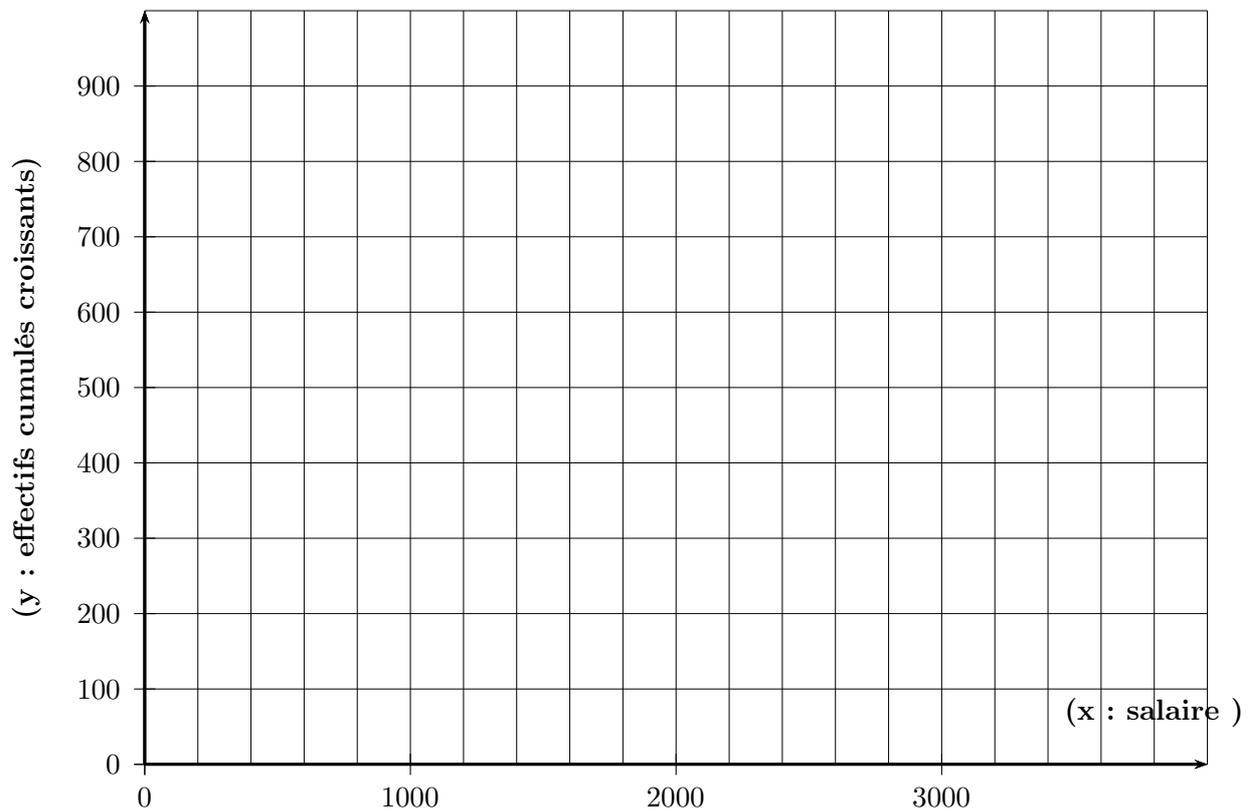
9.2.4 pré-corrigé et corrigé activité 4 (hommes) : quartiles et déciles cas des valeurs regroupées par intervalles

Voici la répartition des salaires des hommes dans une entreprise.

salaires : x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
effectifs : e_i	100	500	400	1000
ecc_i				

pour les hommes :

a. courbe des effectifs cumulés croissants



b. déduction graphique des valeurs des quartiles et du premier et dernier décile.

$D_1 \simeq$

$Q_1 \simeq$

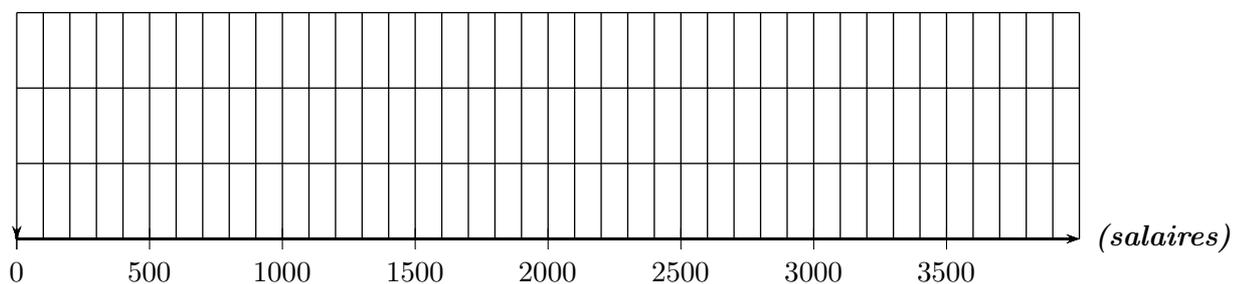
$Q_2 \simeq$

$Q_3 \simeq$

$D_9 \simeq$

c. algébriquement : (sur cahier)

d. diagramme en boîte

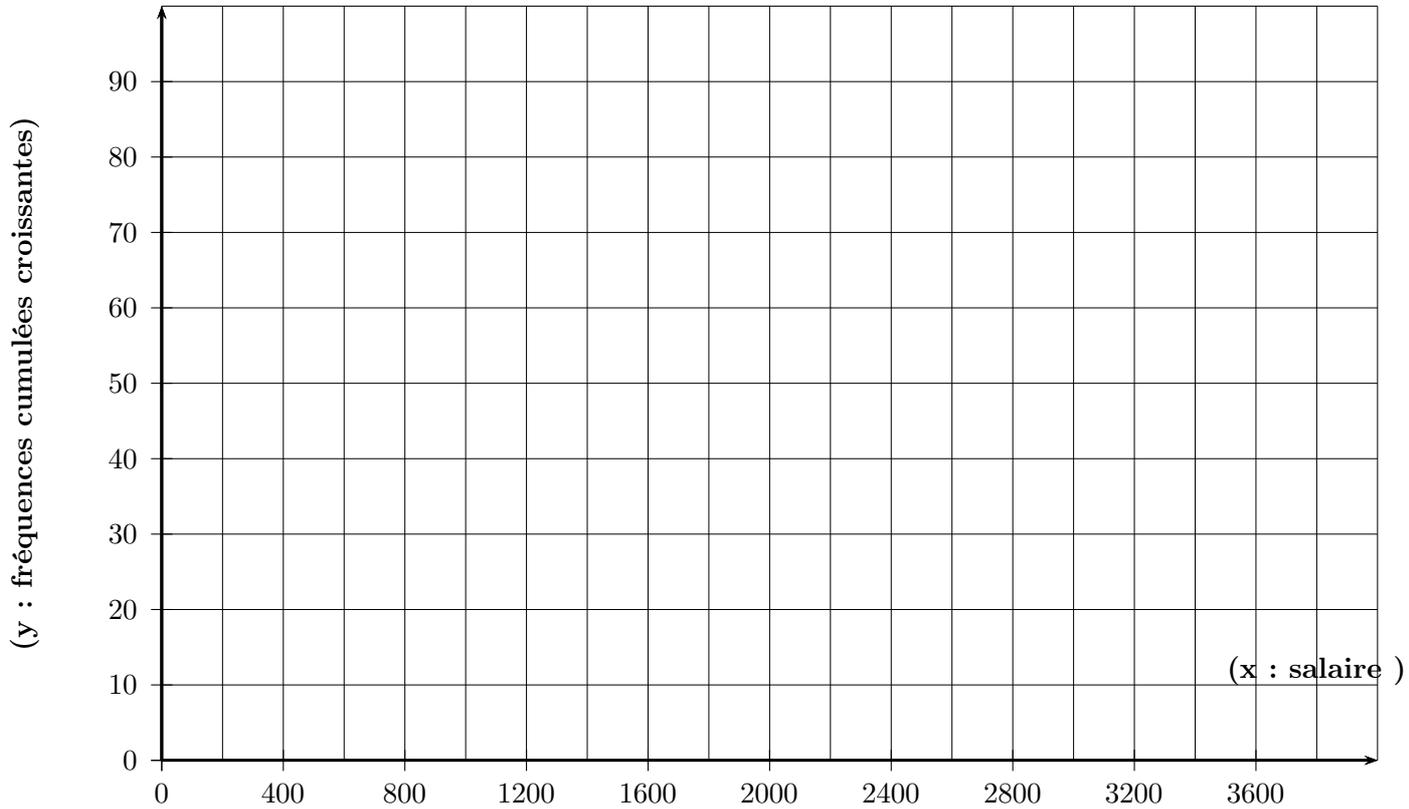


9.2.5 pré-corrigé et corrigé activité 4 (hommes FCC) : quartiles dans le cas des valeurs regroupées par intervalles

Voici la répartition des salaires des hommes dans une entreprise.

salaires : x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
effectifs : e_i	100	500	400	1000
Fréquences (%)				
F.C.C (%)				

a. courbe des fréquences cumulées croissantes



b. déduction graphique des valeurs des quartiles et du premier et dernier décile.

$Min =$

$Q_1 \simeq$

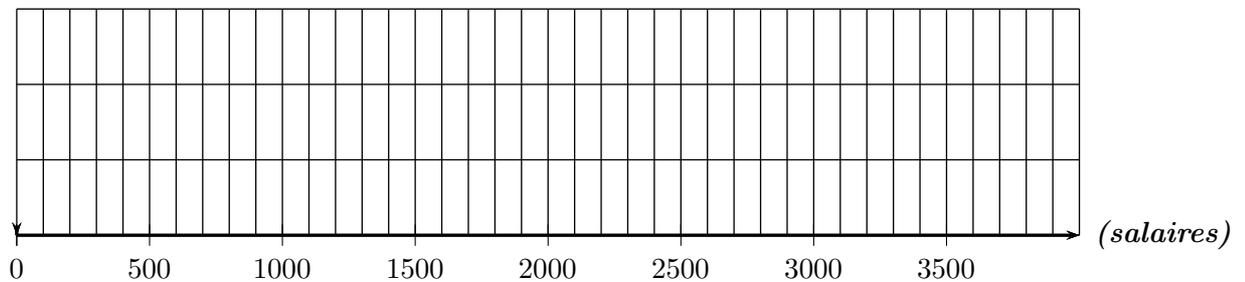
$Q_2 \simeq$

$Q_3 \simeq$

Max

c. algébriquement : (sur cahier)

d. diagramme en boîte



Interprétation de la valeur de Q_1 :

Interprétation de la valeur de Q_2 :

Interprétation de la valeur de Q_3 :

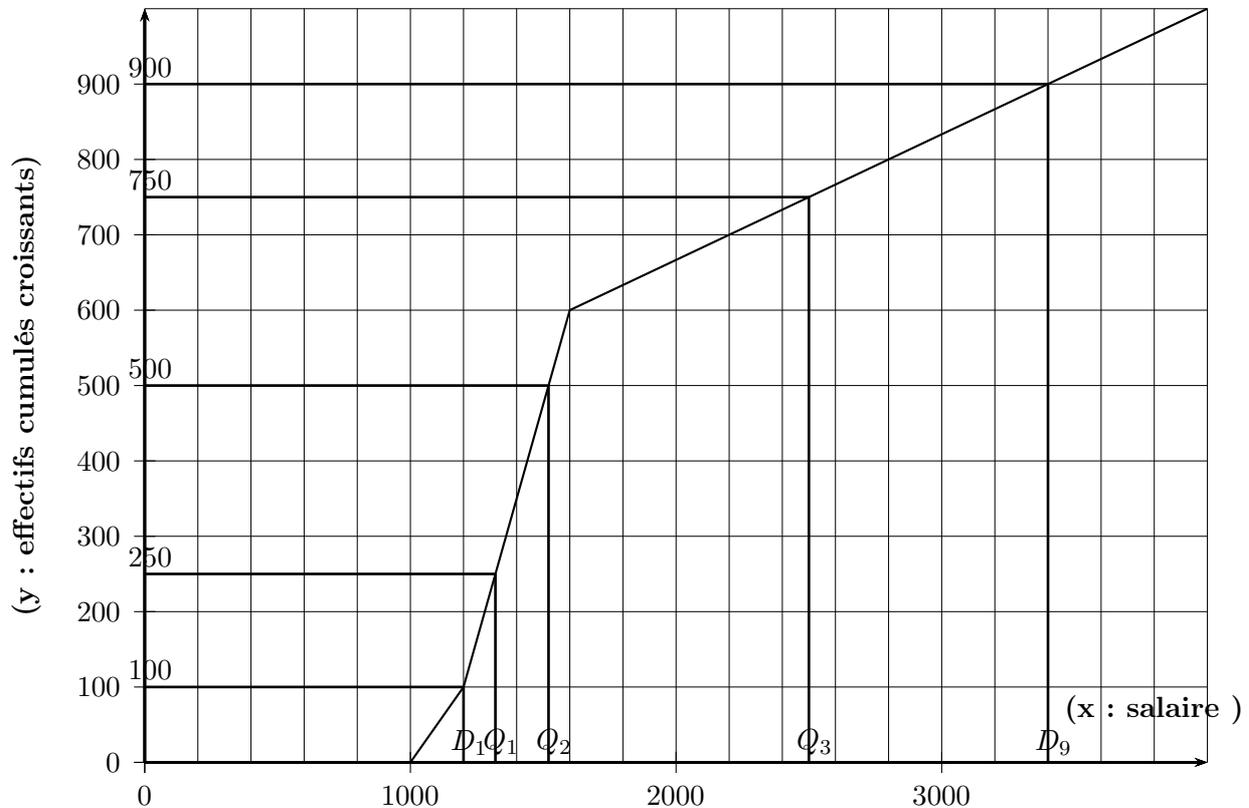
Inter quartile (et phrase) : ...

Voici la répartition des salaires des hommes dans une entreprise.

salaires : x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
effectifs : e_i	100	500	400	1000
ecc_i	100	600	1000	

pour les hommes :

a. courbe des effectifs cumulés croissants



b. déduction graphique des valeurs des quartiles et du premier et dernier décile.

$$D_1 = 1200 \text{ euros}$$

$$Q_1 \simeq 1300 \text{ euros}$$

$$Q_2 \simeq 1500 \text{ euros}$$

$$Q_3 \simeq 2500 \text{ euros}$$

$$D_9 \simeq 3400 \text{ euros}$$

c. algébriquement :

- pour D_1 : aucun calcul, $D_1 = 1200 \text{ euros}$

- pour Q_1 :

Il y a 1000 valeurs au total

$$25\% \text{ de } 1000 = 0,25 \times 1000 = 250$$

Q_1 est la 250^e valeur ordonnée

$$\begin{cases} \text{la } 100^{\text{e}} \text{ valeur est considérée comme étant } 1200 \\ \text{la } 600^{\text{e}} \text{ valeur est considérée comme étant } 1600 \end{cases}$$

la 250^e valeur Q_1 est donc comprise entre 1200 et 1600, dans l'intervalle [1200 ; 1600 [

on considère que les 500 valeurs de l'intervalle [1200 ; 1600 [sont réparties uniformément, ce qui donne :

$$\begin{cases} 100^{\text{e}} \text{ valeur : } 1200 \\ 250^{\text{e}} \text{ valeur : } Q_1 \\ 600^{\text{e}} \text{ valeur : } 1600 \end{cases} \quad \text{ou encore} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 100^{\text{e}} & 250^{\text{e}} & 600^{\text{e}} \\ \hline 1200 & Q_1 & 1600 \\ \hline \end{array}$$

$$Q_1 \text{ est solution de l'équation : } \frac{600 - 100}{250 - 100} = \frac{1600 - 1200}{Q_1 - 1200} \quad (\textit{interpolation})$$

$$\frac{500}{150} = \frac{400}{Q_1 - 1200}$$

$$400 \times 150 = (Q_1 - 1200) \times 500$$

$$\frac{400 \times 150}{500} = Q_1 - 1200$$

$$\frac{400 \times 150}{500} + 1200 = Q_1$$

$$1320 = Q_1$$

$$\boxed{Q_1 = 1320}$$

- pour Q_2 :

$$50\% \text{ de } 1000 = 0,5 \times 1000 = 500$$

Q_2 est la 500^e valeur ordonnée

$$\begin{cases} \text{la } 100^{\text{e}} \text{ valeur est considérée comme étant } 1200 \\ \text{la } 600^{\text{e}} \text{ valeur est considérée comme étant } 1600 \end{cases}$$

la 500^e valeur Q_2 est donc dans l'intervalle [1200 ; 1600 [

on considère que les 500 valeurs de l'intervalle [1200 ; 1600 [sont réparties uniformément, ce qui donne :

$$\begin{cases} 100^{\text{e}} \text{ valeur : } 1200 \\ 500^{\text{e}} \text{ valeur : } Q_2 \\ 600^{\text{e}} \text{ valeur : } 1600 \end{cases} \quad \text{ou encore} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 100^{\text{e}} & 500^{\text{e}} & 600^{\text{e}} \\ \hline 1200 & Q_2 & 1600 \\ \hline \end{array}$$

$$Q_2 \text{ est solution de l'équation : } \frac{600 - 100}{500 - 100} = \frac{1600 - 1200}{Q_2 - 1200} \quad (\textit{Interpolatoin})$$

$$\frac{500}{400} = \frac{400}{Q_2 - 1200}$$

$$400 \times 400 = (Q_2 - 1200) \times 500$$

$$\frac{400 \times 400}{500} = Q_2 - 1200$$

$$\frac{400 \times 400}{500} + 1200 = Q_2$$

$$\boxed{Q_2 = 1520}$$

- pour Q_3 :
75% de 1000 = $0,75 \times 1000 = 750$
 Q_3 est la 750^e valeur ordonnée

$\left\{ \begin{array}{l} \text{la } 600^{\text{e}} \text{ valeur est considérée comme étant } 1600 \\ \text{la } 1000^{\text{e}} \text{ valeur est considérée comme étant } 4000 \end{array} \right.$

la 750^e valeur Q_3 est donc dans l'intervalle [1600 ; 4000 [

on considère que les 400 valeurs de l'intervalle [1600 ; 4000 [sont réparties uniformément, ce qui donne :

$\left\{ \begin{array}{l} 600^{\text{e}} \text{ valeur : } 1600 \\ 750^{\text{e}} \text{ valeur : } Q_3 \\ 1000^{\text{e}} \text{ valeur : } 4000 \end{array} \right.$ ou encore

600 ^e	750 ^e	1000 ^e
1600	Q_3	4000

Q_3 est solution de l'équation : $\frac{1000 - 600}{750 - 600} = \frac{4000 - 1600}{Q_3 - 1600}$ (*interpolation*)

$$\frac{400}{150} = \frac{2400}{Q_3 - 1600}$$

$$150 \times 2400 = (Q_3 - 1600) \times 400$$

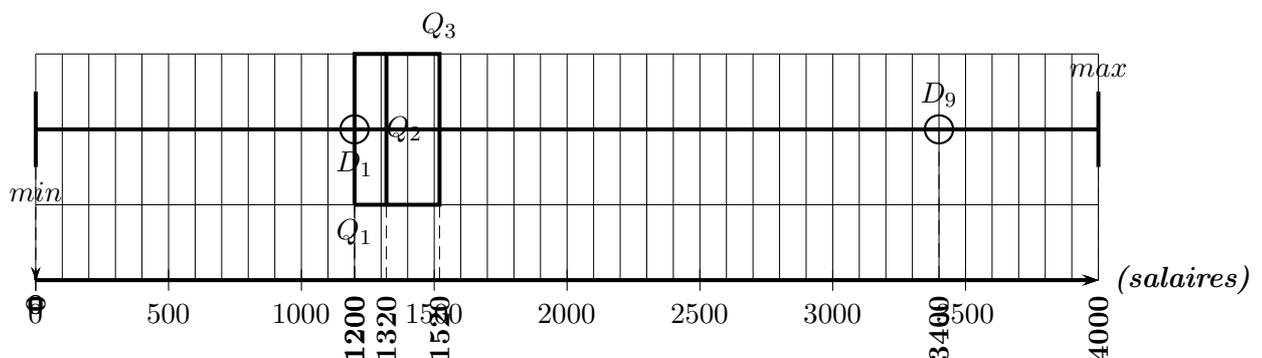
$$\frac{150 \times 2400}{400} = Q_3 - 1600$$

$$\frac{150 \times 2400}{400} + 1600 = Q_3$$

$$\boxed{Q_3 = 2500}$$

- pour D_9 : on trouve de même $\boxed{D_9 = 3400}$

d. diagramme en boîte

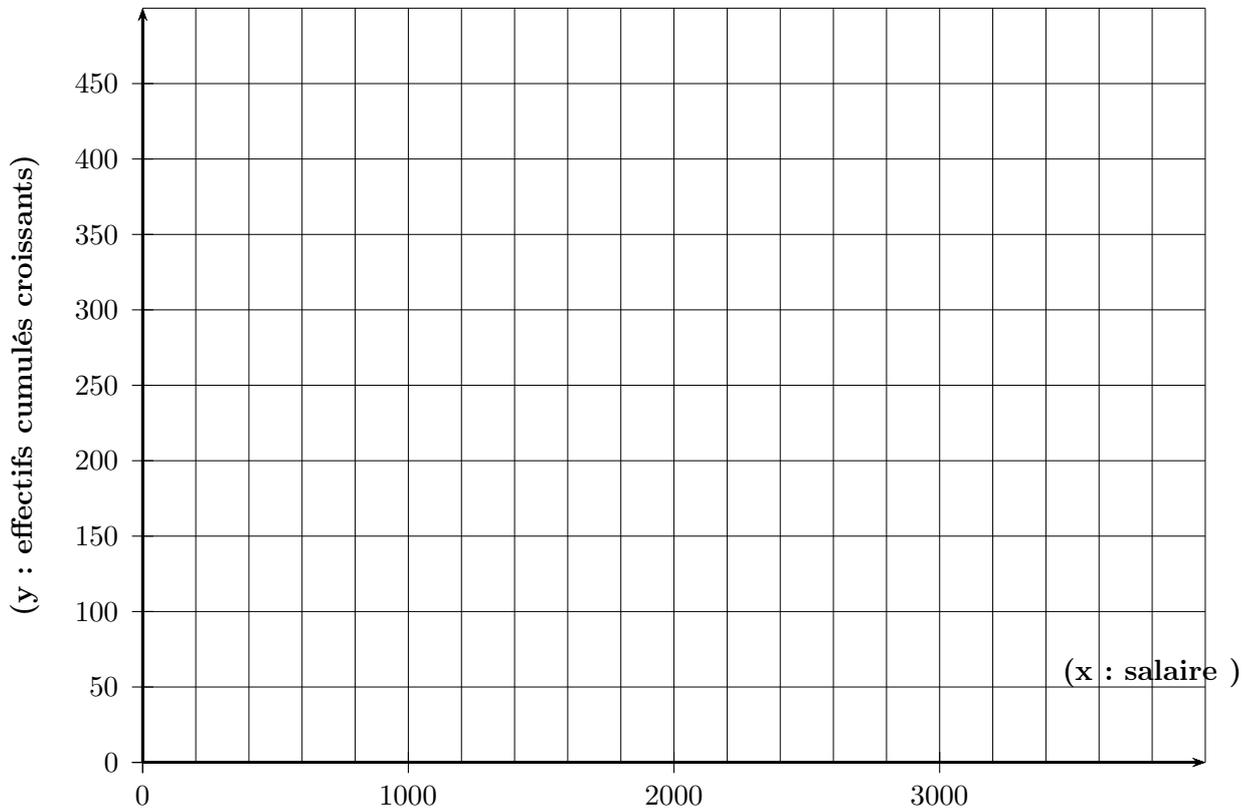


9.2.6 pré-corrigé et corrigé activité 4 (femmes) : quartiles et déciles cas des valeurs regroupées par intervalles

Voici la répartition des salaires dans une entreprise.

salaires : x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
effectifs : e_i	200	250	50	500
ecc_i				

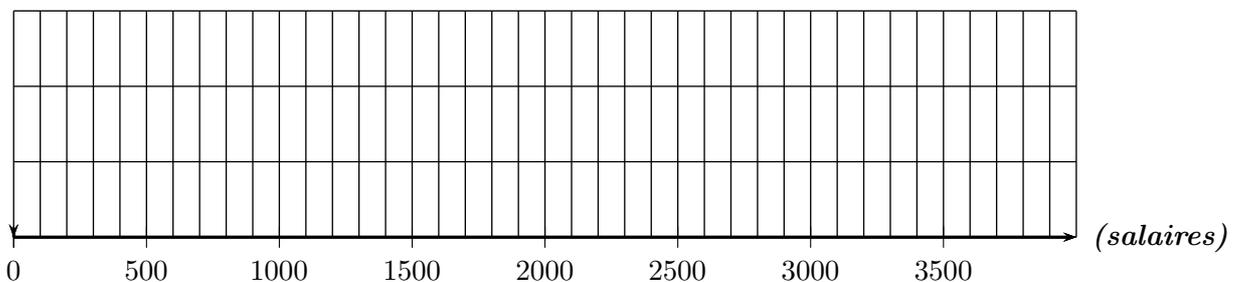
courbe des effectifs cumulés croissants



déduction graphique (et algébrique) des valeurs des quartiles et du premier et dernier décile.

$D_1 = \dots$ euros $Q_1 = \dots$ euros $Q_2 = \dots$ euros
 $Q_3 = \dots$ euros $D_9 = \dots$ euros

diagramme en boîte



f. comparaison des répartitions de salaires avec la médiane :

Hommes : $Q_2 = \dots$ donc au moins ... % des hommes ont plus de ... euros.

Femmes : $Q_2 = \dots$ donc au moins ... % des femmes ont moins de ... euros.

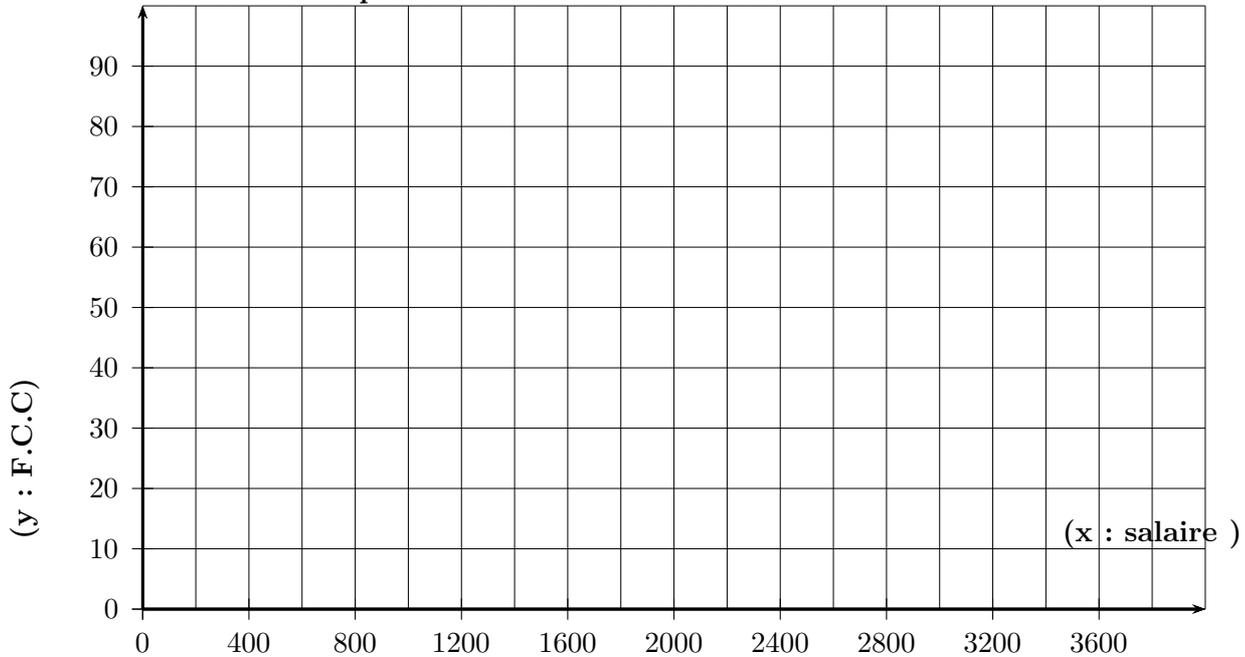
les hommes ont ... des salaires plus ... que ceux des ...

9.2.7 pré-corrigé et corrigé activité 4 (femmes) : quartiles dan le cas des valeurs regroupées par intervalles FCC

Voici la répartition des salaires dans une entreprise.

salaires : x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
effectifs : e_i	200	250	50	500
fréquences				
FCC				

courbe des fréquences cumulées croissantes

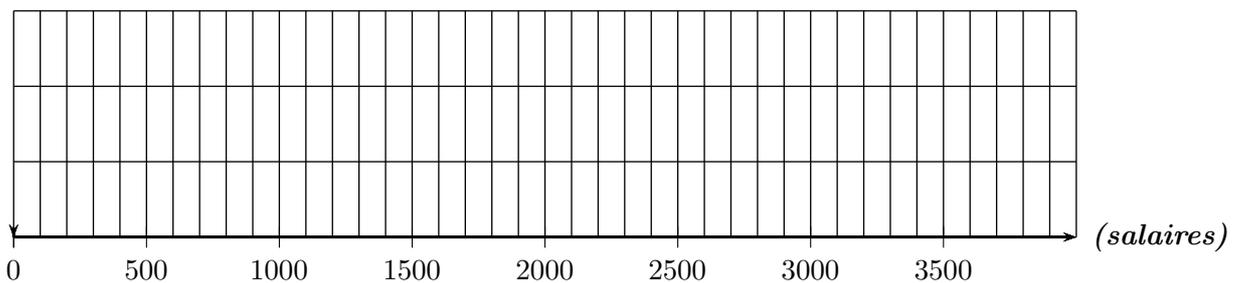


déduction graphique des valeurs des quartiles .

$Min = \dots$ euros $Q_1 = \dots$ euros $Q_2 = \dots$ euros

$Q_3 = \dots$ euros $Max = \dots$ euros

diagramme en boîte



f. comparaison des répartitions de salaires avec la médiane :

Hommes : $Q_2 = \dots$ donc au moins ... % des hommes ont plus de ... euros.

Femmes : $Q_2 = \dots$ donc au moins ... % des femmes ont moins de ... euros.

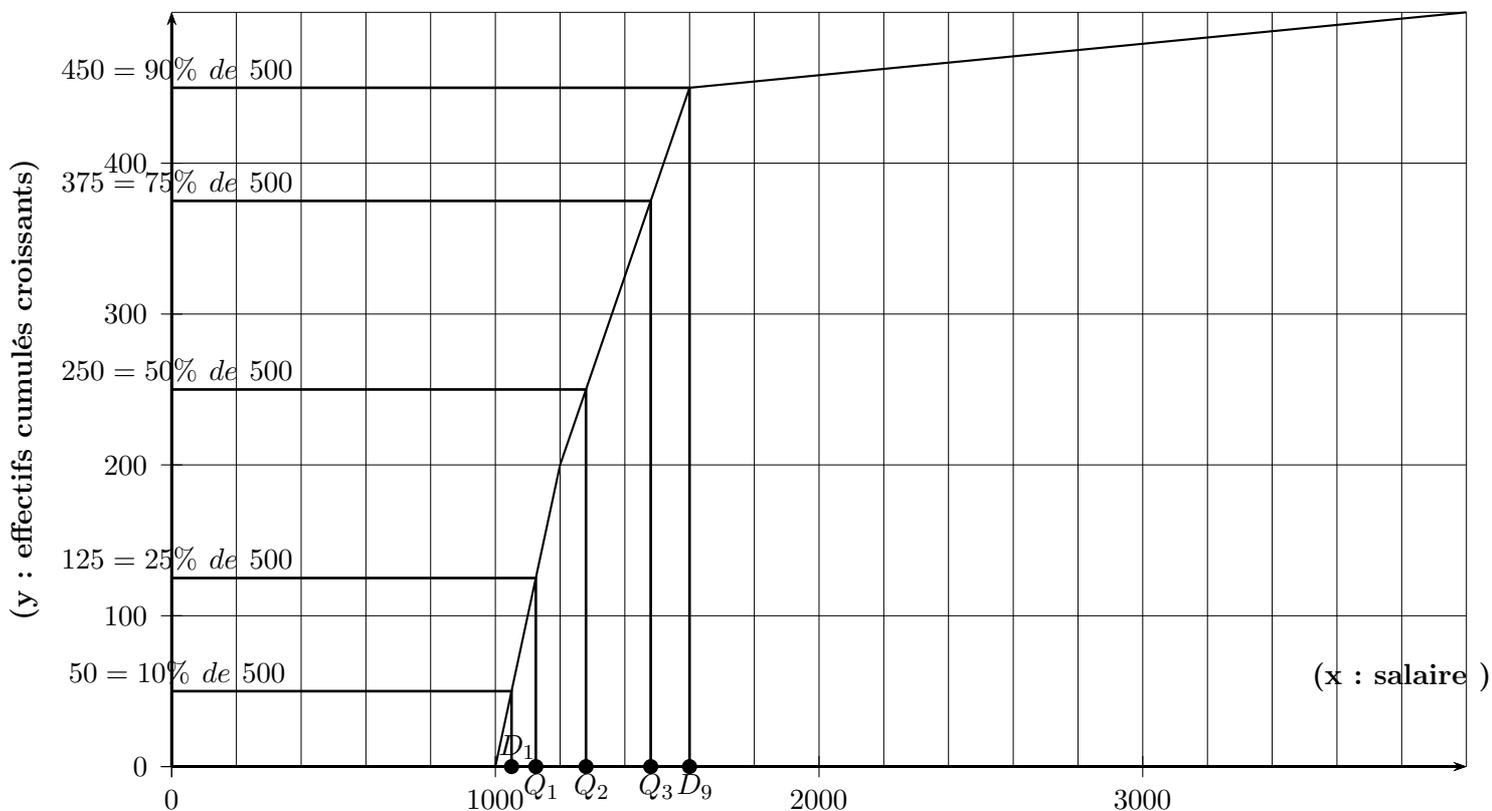
les hommes ont ... des salaires plus ... que ceux des ...

Inter quartile (phrase et interprétation)...

e. procéder de même pour les salaires des femmes Voici la répartition des salaires dans une entreprise.

salaires : x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
effectifs : e_i	200	250	50	500
ecc_i	200	450	500	

courbe des effectifs cumulés croissants

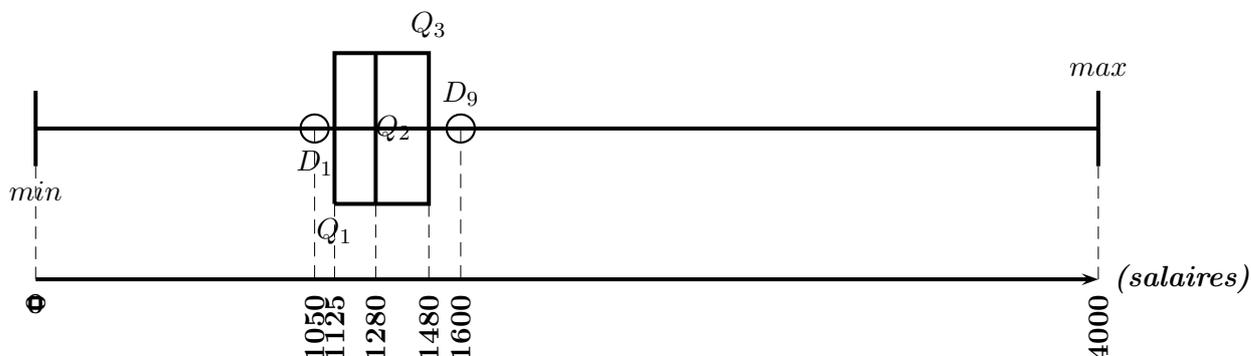


déduction graphique (et algébrique) des valeurs des quartiles et du premier et dernier décile.

$$D_1 = 1050 \text{ euros} \quad Q_1 = 1125 \text{ euros} \quad Q_2 = 1280 \text{ euros}$$

$$Q_3 = 1480 \text{ euros} \quad D_9 = 1600 \text{ euros}$$

diagramme en boîte



f. comparaison des répartitions de salaires avec la médiane :

Hommes : $Q_2 = 1320$ donc au moins 50% des hommes ont plus de 1320 euros.

Femmes : $Q_2 = 1280$ donc au moins 50% des femmes ont moins de 1280.

les hommes sont majoritairement des salaires plus élevés que ceux des femmes.

9.3 a retenir :

définition 22 :

quelle que soit la série de n valeurs réelles $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$,
le nombre noté m_e (aussi Q_2) est une médiane

$$\iff \begin{cases} \text{au moins 50\% des valeurs de la série sont supérieures ou égales à } m_e \\ \text{et} \\ \text{au moins 50\% des valeurs de la série sont inférieures ou égales à } m_e \end{cases}$$

remarques :

a. pour la série : 10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10

$m_e = 10$ vérifie bien la *définition 1* et il n'y a qu'une seule médiane possible

b. pour la série : 9 ; 10 ; 12 ; 14 ; 20

$m_e = 12$ vérifie bien la *définition 1* et il n'y a qu'une seule médiane possible

c. pour la série : 9 ; 10 ; 12 ; 16 ; 18 ; 20

$m_e = 12$ vérifie bien la *définition 1*

$m_e = 12,1$ vérifie aussi la *définition 1*

$m_e = 12,2$ vérifie aussi la *définition 1*

... $m_e = 16$ vérifie aussi la *définition 1* et il y a une infinité de médianes possibles

on peut prendre la moyenne de 12 et 16 c'est à dire $m_e = \frac{12 + 16}{2} = 14$

pour simplifier nous prendrons la médiane donnée par la propriété suivante :

propriété 1 :

quelle que soit la série de n valeurs réelles $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$,
la plus petite valeur de la série telle que :

$$\begin{cases} \text{au moins 50\% des valeurs de la série sont supérieures ou égales à cette médiane} \\ \text{et} \\ \text{au moins 50\% des valeurs de la série sont inférieures ou égales à cette médiane} \end{cases}$$

existe et est une médiane de la série

démonstration : (cette propriété est admise)

Remarques :

de même :

- le premier quartile Q_1 a pour pourcentages respectifs : 25% et 75%
- le second quartile Q_2 est la médiane
- le troisième quartile Q_3 a pour pourcentages respectifs : 75% et 25%

et aussi

- le premier décile D_1 a pour pourcentages respectifs : 10% et 90%
- ...
- le neuvième décile D_9 a pour pourcentages respectifs : 90% et 10%

propriété 2 :

quelle que soit la série de n valeurs réelles $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$,

soit le nombre m_e tel que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{si } 50\% \times n \text{ est un entier : } m_e = \text{la valeur de rang } (50\% \times n) \\ \text{et} \\ \text{si } 50\% \times n \text{ n'est pas entier : } m_e = \text{la valeur de rang "l'arrondi supérieur de } (50\% \times n) \end{array} \right.$$

m_e est une médiane de la série de valeurs

démonstration : (cette propriété est admise)

remarque : on procède de même pour chacun des quartiles ou des déciles.

exemples :

A. soit la série de valeurs : 0,2 ; 0,5 ; 0,8 ; 0,9 ; 0,1 ; 0,8 ; 0,6 ; 0,4 ; 0,2 ; 0,6 ; 100

• on ordonne les valeurs dans l'ordre croissant :

$$\boxed{0,1 ; 0,2 ; 0,2 ; 0,4 ; 0,5 ; 0,6 ; 0,6 ; 0,8 ; 0,8 ; 0,9 ; 100}$$

• pour Q_1 :

— Il y a 11 valeurs au total

25% de 11 = $0,25 \times 11 = 2,75$ arrondi à 3 car Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 25% de valeurs soient inférieures ou égales à Q_1

Q_1 est la 3^e valeur ordonnée $\boxed{Q_1 = 0,2}$

x_i	3	5	8	10	Σ
effectifs : n_i	2	7	12	9	30
effectifs cumulés : ecc	2	9	21	30	

• les valeurs sont déjà rangées dans l'ordre croissant dans le tableau :

• pour Q_2 :

50% de 30 = $0,5 \times 30 = 15$

Q_2 est la 15^e valeur ordonnée

{ la 9^e valeur est un 5

{ de la 10^e valeur à la 21^e valeur, il n'y a que des 8

la 15^e valeur est un 8 $\boxed{Q_2 = 8}$

x_i	[1000 ; 1200 [[1200 ; 1600 [[1600 ; 4000 [Σ
effectifs : e_i	100	500	400	1000
ecc_i	100	600	1000	

• pour Q_1 :

Il y a 1000 valeurs au total, 25% de 1000 = $0,25 \times 1000 = 250$, Q_1 est la 250^e valeur ordonnée

{ la 100^e valeur est considérée comme étant 1200

{ la 600^e valeur est considérée comme étant 1600

la 250^e valeur Q_1 est donc comprise entre 1200 et 1600, dans l'intervalle [1200 ; 1600 [

on considère que les 500 valeurs de l'intervalle [1200 ; 1600 [sont réparties uniformément, ce qui donne :

$$\left\{ \begin{array}{l} 100^e \text{ valeur : } 1200 \\ 250^e \text{ valeur : } Q_1 \\ 600^e \text{ valeur : } 1600 \end{array} \right. \quad \text{ou encore} \quad \begin{array}{|c|c|c|} \hline 100^e & 250^e & 600^e \\ \hline 1200 & Q_1 & 1600 \\ \hline \end{array}$$

Q_1 est solution de l'équation : $\frac{600 - 100}{250 - 100} = \frac{1600 - 1200}{Q_1 - 1200}$ (Interpolation)

$$\frac{500}{150} = \frac{400}{Q_1 - 1200}$$

$$400 \times 150 = (Q_1 - 1200) \times 500$$

$$\frac{400 \times 150}{500} = Q_1 - 1200, \quad \frac{400 \times 150}{500} + 1200 = Q_1, \quad 1312 = Q_1, \quad \boxed{Q_1 = 1312}$$

propriété 3 :

quelle que soit la série de n valeurs réelles $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$,

si n est impair alors la $\left(\frac{n+1}{2}\right)^e$ valeur ordonnée est une médiane de la série

si n est pair alors la moyenne des $\left(\frac{n}{2}\right)^e$ et $\left(\frac{n}{2} + 1\right)^e$ valeurs ordonnées est une médiane de la série

démonstration : (cette propriété est admise)

Exemples :

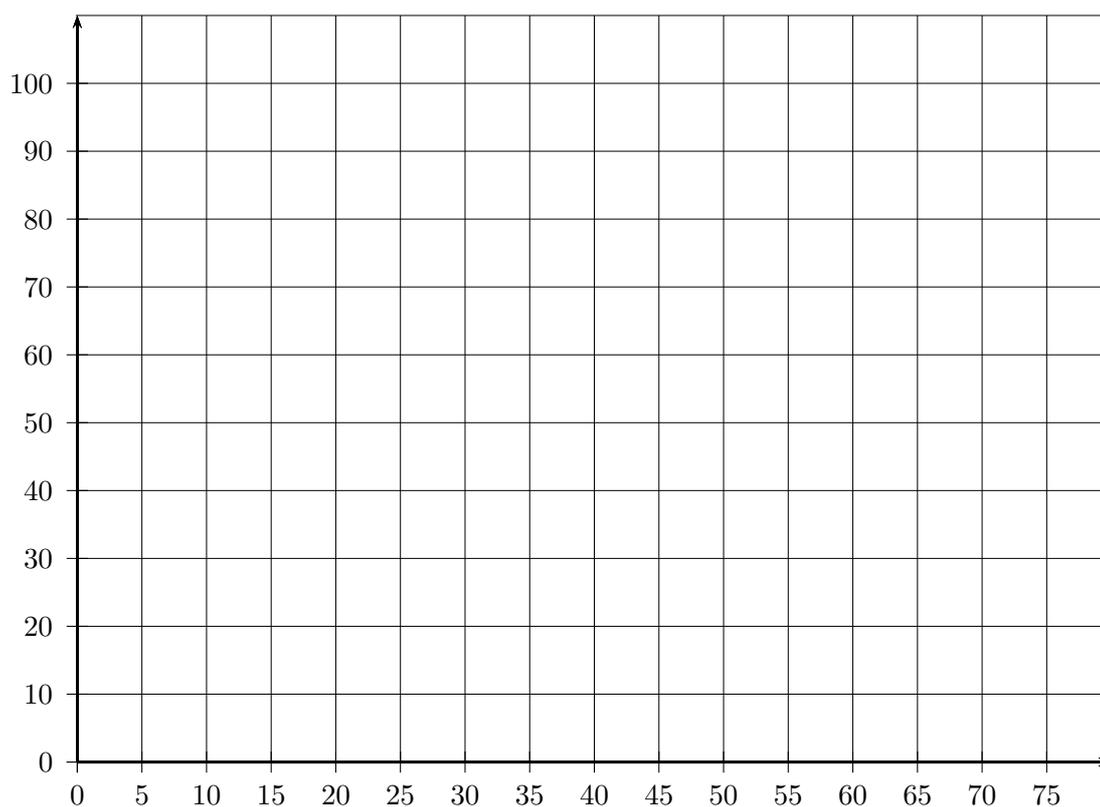
- la série 1, 5, 10, , 20 de 4 valeur a pour médiane la moyenne des $\left(\frac{4}{2}\right)^e$ et $\left(\frac{4}{2} + 1\right)^e$ valeurs soit les 2^e et 3^e valeurs qui sont 5 et 10 soit $m_e = \frac{5 + 10}{2} = 7,5$
- la série 1, 5, 10 de 3 valeur a pour médiane la $\left(\frac{3+1}{2}\right)^e$ valeurs soit la 2^e valeurs qui est 5 soit $m_e = 5$

9.4 exercice

exercice 12 : Voici la répartition des âges de médecins remplaçants dans une région de France.

âge : x	[25 ; 35 [[35 ; 45 [[45 ; 60 [[60 ; 75 [Σ
effectif : n	89	65	36	10	
fréquence (%) : f	(1)				
fréquence cumulée croissante (%) : f_{cc}					

1. que signifie le 65 du tableau ?
2. compléter le tableau à la précision de 0,1% en détaillant le calcul de la case (1)
3. représenter graphiquement la courbe des fréquences cumulées croissantes ci dessous.
(mettre une légende aux axes)



4. Déterminer graphiquement et à un an près (tracés apparents).
 - a. la valeur du premier quartile. (donner une phrase d'interprétation)
 - b. la valeur de la médiane.
 - c. la valeur du troisième quartile.
 - d. que dire de l'âge des médecins remplaçants ? (utiliser la médiane)

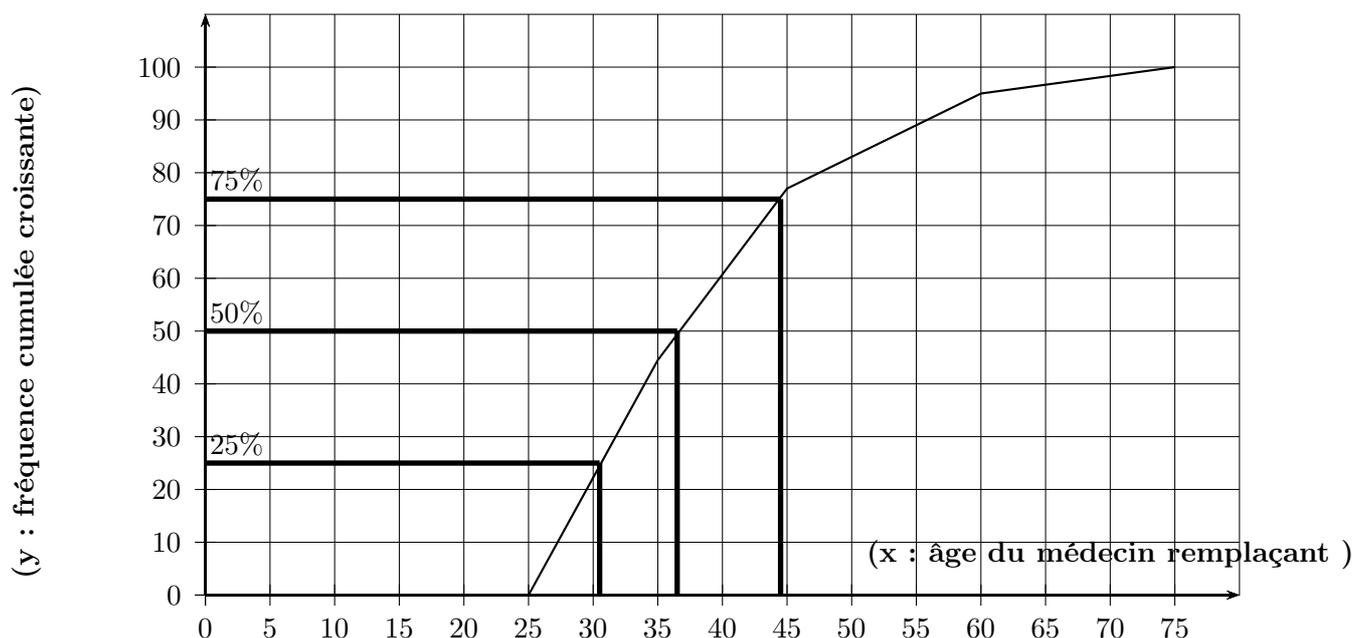
5. Retrouver par le calcul la valeur de la médiane et du premier quartile.
(détailler les calculs sur le cahier)

corrigés exercices

Voici la répartition des âges de médecins remplaçants dans une région de France.

âge : x	[25 ; 35 [[35 ; 45 [[45 ; 60 [[60 ; 75 [Σ
effectif : n	89	65	36	10	200
fréquence (%) : f	(1)44,5%	32,5 %	18%	5%	100%
fréquence cumulée croissante (%) : f_{cc}	44,5%	77%	95%	100%	

- que signifie le 65 du tableau ?
65 médecins remplaçants ont entre 35 ans inclu et 45 ans exclu.
- compléter le tableau à la précision de 0,1% en détaillant le calcul de la case (1)
(1) : $\frac{89}{200} = 0,445 = 44,5\%$
- représenter graphiquement la courbe des fréquences cumulées croissantes ci dessous.
(mettre une légende aux axes)



- Déterminer graphiquement et à un an près (tracés apparents).
 - la valeur du premier quartile : $Q_1 \simeq 30$ ans
donc au moins 25% des médecins remplaçants ont de 25 à 30ans
 - la valeur de la médiane : $M_e \simeq 36$ ans
 - la valeur du troisième quartile : $Q_3 \simeq 44$ ans
 - que dire de l'âge des médecins remplaçants ?
ils sont relativement jeunes car 50% ont moins de 36 ans.
- Retrouver par le calcul la valeur de la médiane et des premiers et derniers quartiles.

Pour Q_1 : Q_1 est dans l'intervalle [25 ; 35 [

$$\frac{35 - 25}{x - 25} = \frac{44,5 - 0}{25 - 0} \iff \frac{10}{x - 25} = \frac{44,5}{25} \iff 44,5(x - 25) = 10 \times 25 \iff 44,5x - 1112,5 = 250$$

$$\iff 44,5x = 1112,5 + 250 \iff 44,5x = 1362,5 \iff x = \frac{1362,5}{44,5} \simeq 30,61 \text{ soit } \mathbf{31 \text{ ans.}}$$

Pour Q_2 : Q_2 est dans l'intervalle [35 ; 45 [

$$\frac{45 - 35}{x - 35} = \frac{77 - 44,5}{50 - 44,5} \iff \frac{10}{x - 35} = \frac{32,5}{5,5} \iff 32,5(x - 35) = 10 \times 5,5 \iff 32,5x - 1137,5 = 55$$

$$\iff 32,5x = 1137,5 + 55 \iff 32,5x = 1192,5 \iff x = \frac{1192,5}{32,5} \simeq 36,7 \text{ soit } \mathbf{38 \text{ ans.}}$$

10 exercices

exercice 1 :

- écrire un algorithme qui donne la valeur de l'angle au centre d'un diagramme circulaire si on entre l'effectif total et l'effectif de la valeur
- écrire un algorithme qui donne la hauteur du rectangle d'un histogramme si on entre l'effectif total, l'effectif de l'intervalle ainsi que ses bornes

exercice 2 : (angle diagramme circulaire)

suite aux épreuve du premier groupe d'un examen on obtient :

Admis : 212 ; Convoqués au rattrapage : 84 ; Refusés : 42

- écrire un algorithme qui calcule et affiche les trois angles angle $_A$, angle $_C$ et angle $_R$ du diagramme circulaire qui représente les données précédentes
- modifier l'algorithme précédent afin qu'il fasse la même chose quand on entre :
 - $_$ le nombre de catégories distinctes (*il peut y en avoir de 2 à autant que l'on veut*)
 - $_$ les effectifs de chacune des catégories
(pour le stockage des effectifs on utilisera un tableau indicé)
(pour l'entrée des effectifs dans le tableau, pour le calcul de l'effectif total et pour l'affichage des résultats on utilisera une "boucle pour")
(en javascript un tableau se déclare : `mon_tableau = new Array()`)

exercice 3 : (hauteur histogramme)

suite aux épreuve du premier groupe d'un examen on obtient :

[0; 8[: 42 (Refusés) ; [8; 10[: 84 (rattrapage) ; [10; 20] : 212 (Admis)

- écrire un algorithme qui calcule et affiche les trois hauteurs hauteur $_A$, hauteur $_C$ et hauteur $_R$ de l'histogramme qui représente les données précédentes
- modifier l'algorithme précédent afin qu'il fasse la même chose quand on entre :
 - $_$ le nombre d'intervalles (*il peut y en avoir de 2 à autant que l'on veut*)
 - $_$ les effectifs de chacun des intervalles
 - $_$ les bornes des intervalles (*pour le stockage des effectifs et des bornes on utilisera un tableau indicé*)
(pour l'entrée des effectifs dans le tableau, pour le calcul de l'effectif total et pour l'affichage des résultats on utilisera une "boucle pour")
(en javascript un tableau se déclare : `mon_tableau = new Array()`)

exercice 4 :

Suite à une évaluation, voici les notes de deux groupes d'élèves :

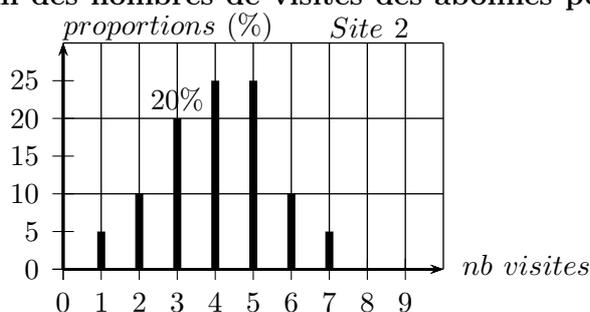
Groupe 1 : 8 ; 12 ; 13 ; 6 ; 5 ; 14 Groupe 2 : 5 ; 18 ; 10 ; 7

- calculer les étendues e_1 et e_2 et les moyennes \bar{x}_1 et \bar{x}_2 pour chacun des groupes et préciser le groupe qui a le mieux réussi en moyenne et celui qui a les notes les "plus étendues"
- calculer l'étendue e et la moyenne \bar{x} pour l'ensemble des deux groupes réunis
- Vrai ou Faux : " \bar{x} est la moyenne de \bar{x}_1 et \bar{x}_2 "
- quelle 7^e note x ajouter au Groupe 1 pour que les deux moyennes soient égales ?

exercice 5 :

Concernant deux sites internet, voici un bilan des nombres de visites des abonnés pour la semaine dernière

Site 1						Σ	
visites : x_i	1	2	3	4	5	6	
effectif : n_i	30	50	120	80	40	20	
$n_i x_i$							

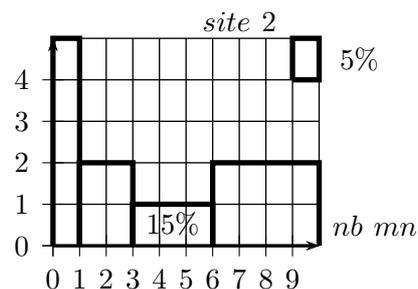


- que signifient le 50 et le 20% ?
- combien de personnes sont abonnées au site 1 ? au site 2 ?
- calculer les étendues e_1 et e_2 ainsi que \bar{x}_1 et \bar{x}_2 les nombres moyens de visites par abonné pour chaque site la semaine dernière et en déduire celui qui a eu le plus de visite de ses abonnés en moyenne.
- quel site a eu le plus de visites des ses abonnés au total ?
- combien d'abonnés x à 7 visites aurait-il fallu en plus au site 1 pour avoir la même moyenne qu'au site 2 ?

exercice 6 :

Concernant deux sites internet, voici un bilan des durées de visites des abonnés pour la semaine dernière

Site 1				Σ	
durée (mn) : x_i	$[0; 5[$	$[5; 15[$	$[15; 30[$	$[30; 60]$	
centres : c_i					
effectif : n_i	284	50	3	3	
$n_i c_i$					



- que signifient le 50 et le 15% ?
- calculer les étendues e_1 et e_2 ainsi que \bar{x}_1 et \bar{x}_2 les durées moyennes des visites par abonné pour chaque site la semaine dernière et en déduire celui qui voit ses abonnés rester connectés le plus longtemps en moyenne
- quelle durée x aurait-il fallu au site 1 à la place du 60 pour avoir la même moyenne qu'au site 2 ?

exercice 7 : (moyenne sans coefficients)

suite aux épreuves à un examen un candidat obtient les notes suivantes : 8; 12; 7; 14; 11; 12

1. écrire un algorithme qui calcule et affiche la moyenne des notes précédentes
2. modifier l'algorithme précédent afin qu'il fasse la même chose quand on entre :
 - _ le nombre de notes (*il peut y en avoir de 2 à autant que l'on veut*)
 - _ les notes (*pour le stockage des notes on utilisera un tableau indicé*)
(*pour l'entrée des notes dans le tableau et pour le calcul du total, on utilisera une "boucle pour"*)(en javascript un tableau se déclare : `mon_tableau = new Array()`)

exercice 8 : (moyenne avec coefficients)

suite aux épreuves à un examen un candidat obtient les notes suivantes : 8; 12; 7; 14; 11; 12
avec pour coefficients respectifs 2; 3; 5; 7; 2; 4

1. écrire un algorithme qui calcule et affiche la moyenne des notes précédentes
2. modifier l'algorithme précédent afin qu'il fasse la même chose quand on entre :
 - _ le nombre de notes (*il peut y en avoir de 2 à autant que l'on veut*)
 - _ les notes _ les coefficients (*pour le stockage des notes, des coefficients on utilisera un tableau indicé*)
(*pour l'entrée des notes et des coefficients dans le tableau puis pour le calcul du total, on utilisera une "boucle pour"*)(en javascript un tableau se déclare : `mon_tableau = new Array()`)

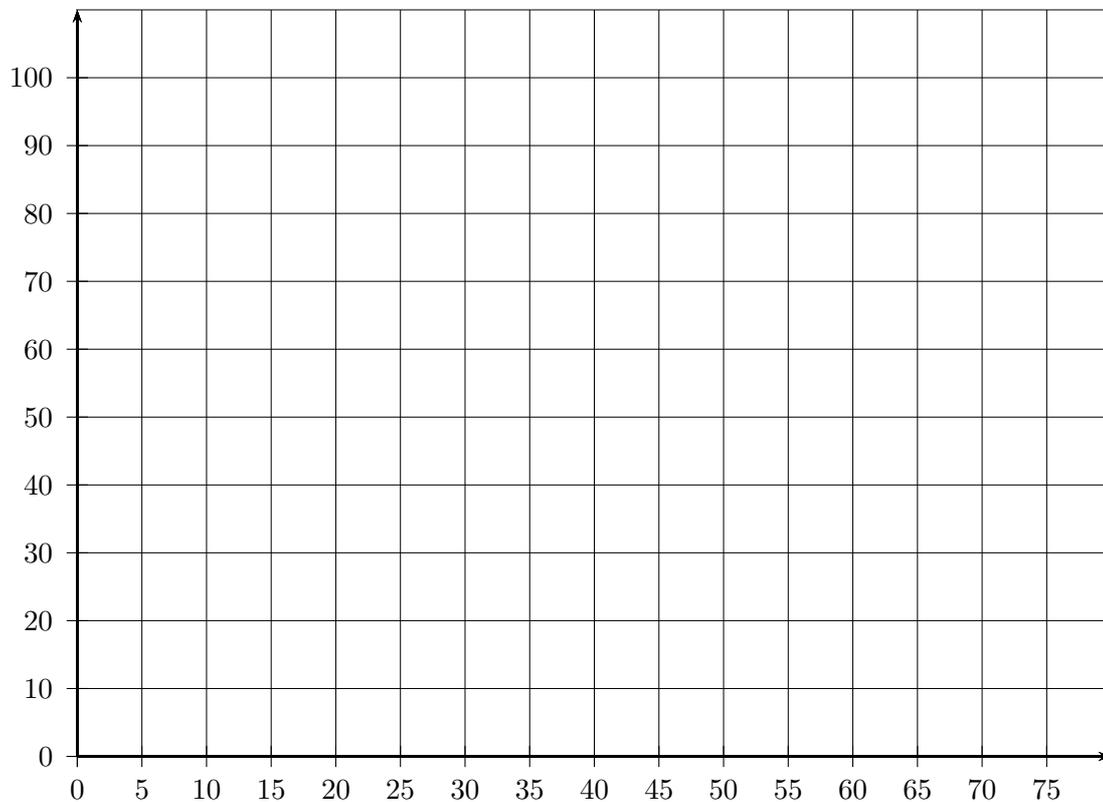
exercice 9 : Voici la répartition des âges de médecins remplaçants dans une région de France.

âge : x	[25 ; 35 [[35 ; 45 [[45 ; 60 [[60 ; 75 [Σ
effectif : n	89	65	36	10	
fréquence (%) : f	(1)				
fréquence cumulée croissante (%) : f_{cc}					

1. que signifie le 65 du tableau ?

2. compléter le tableau à la précision de 0,1% en détaillant le calcul de la case (1)

3. représenter graphiquement la courbe des fréquences cumulées croissantes ci dessous.
(mettre une légende aux axes)



4. Déterminer graphiquement et à un an près (tracés apparents).

a. la valeur du premier quartile. (donner une phrase d'interprétation)

b. la valeur de la médiane.

c. la valeur du troisième quartile.

d. que dire de l'âge des médecins remplaçants ? (utiliser la médiane)

5. Retrouver par le calcul la valeur de la médiane et du premier quartile.

(détailler les calculs sur le cahier)

12 devoir maison

12.1 devoir maison 1

Devoir Maison

Exercice 1 : (7 page 116) auquel sont ajoutées les questions suivantes :

5. calculer la moyenne
6. calculer l'étendue
7. donner le mode

Exercice 2 : (14 page 119) auquel sont ajoutées les questions suivantes :

- 3.d. construire le diagramme en boîte avec légende
- 3.e. retrouver la médiane Q_2 par le calcul
4. calculer la moyenne
5. calculer l'étendue
6. donner la classe modale

Exercice 3 : (22 page 121)

Exercice 4 : (45 page 129)

12.2 corrigé devoir maison 1

12.3 évaluation

13 travaux pratiques

13.1 tp tableur

13.1.1 tp1 : avec les formules toutes faites

Nom :

TP :

Statistiques : utilisation du Tableur

1. ouvrir et enregistrer dans votre dossier Math, le fichier "tp (tableur)" de la ligne "Statistiques" de la page d'accueil de "secondes" du site "site.math.free.fr" sous le nom "tp_statistiques"
2. diagramme circulaire
 - (a) ouvrir l'onglet "calcul_nature" de la feuille "tp_statistiques" qui contient des informations sur les élèves d'une classe
 - (b) quelle formule entrer en $D4$ pour obtenir le nombre de fois où la chaîne "g" apparaît dans la plage $A2 : A28$? : ...
 - (c) quelle formule entrer en $E4$ pour obtenir le nombre de fois où la chaîne "f" apparaît dans la plage $A2 : A28$? : ...
 - (d) donner une autre formule pour la cellule $F4$: ...
 - (e) formule entrée en $D5$ pour obtenir la fréquence : ...
 - (f) formule entrée en $E5$ pour obtenir la fréquence : ...
 - (g) formule entrée en $F5$: ...
 - (h) obtenir le diagramme circulaire comme indiqué dans la *feuille annexe*
 - (i) obtenir l'affichage de valeurs (*clic droit sur la zone de graphique* → *options du graphique* → *étiquettes de données* → *afficher valeurs*)
 - (j) population : ...
 - (k) nature de la variable : ...
 - (l) mode : ...
3. diagramme en bâtons
 - (a) ouvrir l'onglet "calcul_enfants" de la feuille "tp_statistiques" qui contient des informations sur les nombres d'enfants à la maison pour les familles des élèves d'une classe
 - (b) quelle formule entrer en $D5$ pour obtenir le nombre de fois où la valeur présente en $D3$ apparaît dans la plage $A2 : A30$? : ...
 - (c) à quoi sert le dollar dans la formule = $D4/\$O4$ entrée en $D5$? : ...
 - (d) formule entrée en $O5$: ...
 - (e) obtenir le diagramme en bâtons comme indiqué dans la *feuille annexe*
 - (f) population : ...
 - (g) nature de la variable : ...
 - (h) mode : ...
 - (i) étendue : ...
4. calculs statistiques (*on utilisera au mieux l'annexe donnée*)
 - (a) ouvrir l'onglet "calcul_statistiques" de la feuille "tp_statistiques" qui contient les notes obtenues à un contrôle par les élèves d'une classe
 - (b) donnez ci dessous et entrez dans la cellule $C10$ la formule qu'il faut pour qu'elle affiche le *nombre de cellules qui ne sont pas vides* dans la plage de cellules $A2 : A29$:
...
quel est alors l'effectif total ? : ...
 - (c) donnez et entrez en $C11$ la formule pour obtenir le *minimum* de la plage de cellules $A2 : A29$: ...
 - (d) de même dans $C12$ pour obtenir le *maximum* de la plage de cellules $A2 : A29$:
...

- (e) donnez et entrez en C13 la formule pour obtenir le *mode* de la plage de cellules A2 : A29 :
...
- (f) donnez et entrez en C14 la formule pour obtenir la *moyenne* de la plage de cellules A2 : A29 : ...
- (g) donnez et entrez en C15 la formule pour obtenir la *médiane* de la plage de cellules A2 : A29 :
...
- (h) donnez et entrez en C16 la formule pour obtenir le *premier quartile* de la plage de cellules A2 : A29 : ...
- (i) donnez et entrez en C17 la formule pour obtenir le *second quartile* de la plage de cellules A2 : A29 : ...
- (j) donnez et entrez en C18 la formule pour obtenir le *troisième quartile* de la plage de cellules A2 : A29 : ...
- (k) effacer les valeurs présentes dans la plage A2 : A29
voici les notes d'un élève pour un trimestre : élève A : 10, 5, 1, 2, 8, 4, 6, 8, 7, 9, 7, 2
donner les résultats ci dessous : effectif : ... min : ... max : ... mode : ...
moyenne : ... médiane : ...
- (l) expliquer ce que signifie la valeur de la médiane : ...
- (m) un élève B a les notes suivantes : 2, 3, 4, 8, 9, 7, 4, 2, 9, 7, 1, 1
 - i. lequel des deux élèves est le meilleur d'après la moyenne? (*justifier*) : ...
 - ii. lequel des deux élèves est le meilleur d'après la médiane? (*justifier*) : ...

5. courbe des fréquences cumulées

- (a) entrer dans la cellule A2 la formule suivante =ent(11*alea())
tirer cette formule jusqu'à A29 (*on obtient des nombres entiers aléatoires entre 0 et 10*)
- (b) entrer dans la cellule C3 la formule suivante =NB.SI(\$A2 :\$A29 ;C2)
puis étirer la formule vers la droite jusqu'à la cellule M3
expliquer ce que fait la formule entrée en C3 :
...
- (c) obtenir la somme des cellules C3 à M3 dans la cellule N3
- (d) quelle formule faut-il entrer en C4 pour obtenir le résultat attendu? : ...
- (e) étirer la formule C4 jusqu'à M4 puis obtenir le total en N4
- (f) en déduire la formule à entrer en C22 pour obtenir la moyenne : ...
- (g) entrer une formule en C21 pour obtenir l'étendue : ...
- (h) entrer la formule = C3/\$N3 dans la cellule C6 puis étirer jusqu'à M6 et obtenir le total en N6. quel total obtenez vous en N6? : ...
- (i) entrer la formule = C6 dans la cellule C7
- (j) entrer dans la cellule D7 la formule suivante = C7 + D6
- (k) étirer la formule D7 jusqu'à M7, valeur obtenue en M7 : ...
- (l) obtenir la courbe des fréquences cumulées avec titre et légende en utilisant l'annexe
- (m) retrouver la valeur de la médiane graphiquement. valeur trouvée graphiquement : ...
- (n) trouver grâce aux formules toutes faites le premier et le dernier décile.
interpréter la valeur du dernier décile : ...

FORMULES TABLEUR (1/2)

pour faire	formule type	exemple
compter le <u>nombre de cellules</u> qui ne sont <u>pas vides</u>	=NBVAL(cellule départ : cellule fin)	=NBVAL(B1 : B5) donne le nombre de cellules non vides dans la plage B1 : B5
Calculer la <u>plus petite</u> valeur d'une plage de valeurs	=MIN(cellule départ : cellule fin)	=MIN(B1 :B5) calcule la plus petite valeur dans la plage B1 : B5
Calculer la <u>plus grande</u> valeur d'une plage de valeurs	=MAX(cellule départ : cellule fin)	=MAX(B1 :B5) calcule la plus grande valeur dans la plage B1 : B5
Calculer le <u>mode</u> d'une plage de valeurs	=MODE(cellule départ : cellule fin)	=MODE(B1 :B5) calcule le mode dans la plage B1 : B5
Calculer la <u>moyenne</u> d'une plage de valeurs	=MOYENNE(cellule départ : cellule fin)	=MOYENNE(B1 :B5) calcule la moyenne dans la plage B1 : B5
Calculer la <u>variance</u> d'une plage de valeurs	=VAR(cellule départ : cellule fin)	=VAR(B1 :B5) calcule la variance dans la plage B1 : B5
Calculer l' <u>écart type</u> d'une plage de valeurs	=ECARTYPE(cellule départ : cellule fin)	=ECARTYPE(B1 :B5) calcule la variance dans la plage B1 : B5
Calculer la <u>médiane</u> d'une plage de valeurs	=MEDIANE(cellule départ : cellule fin)	=MEDIANE(B1 :B5) calcule la médiane dans la plage B1 : B5
Calculer le <u><i>i</i>^{eme} quartile</u> d'une plage de valeurs (i = 1 à 4)	=QUARTILE(cellule départ : cellule fin ;i)	=QUARTILE(B1 :B5 ;1) calcule le premier quartile dans la plage B1 : B5
Compter le <u>nombre de cellules</u> à l'intérieur d'une plage qui <u>répondent à un critère</u>	=NB.SI(plage ; critère)	=NB.SI(B1 :B5 ; 10) donne le nombre de cellules qui contiennent 10 à l'intérieur de la plage dans la plage B1 : B5
Calculer la <u>somme</u> des valeurs d'une plage de valeurs	=SOMME(cellule départ : cellule fin)	=SOMME(B1 :B5) calcule la somme dans la plage B1 : B5
<u>Étirer une formule</u>	La poignée de recopie est située en bas à droite des cellules sélectionnées et marquée par un petit carré à capturer et à tirer	on tire le petit carré
Créer une <u>référence absolue</u> : la référence sera verrouillée et ne subira aucune modification lors d'un étirage de formule	Faire précéder la référence du symbole \$ (dollard)	\$A1 fera toujours référence à la colonne A, A\$1 fera toujours référence à la ligne 1, \$A\$1 fera toujours référence à la cellule A1

FORMULES TABLEUR (2/2)

pour faire	formule type
Obtenir un diagramme circulaire	insertion Graphique Secteurs Suivant Série Supprimer (toutes les séries) Ajouter Etiquettes de catégories :  flèche rouge sélectionner les valeurs à la souris puis  flèche rouge Valeurs :  flèche rouge sélectionner les valeurs à la souris puis  flèche rouge Suivant titre du graphique Suivant En tant qu'objet dans Terminer
Obtenir un diagramme en bâtons	insertion Graphique Histogramme Suivant Série Supprimer (toutes les séries) Ajouter Etiquettes des abscisses(X) :  flèche rouge sélectionner les valeurs à la souris puis  flèche rouge Valeurs :  flèche rouge sélectionner les valeurs à la souris puis  flèche rouge Suivant remplir titre et légendes des axes Suivant En tant qu'objet dans Terminer
Obtenir une courbe	insertion Graphique Nuage de points Nuage de points reliés par une courbe Suivant Série Supprimer (toutes les séries) Ajouter Valeur X :  flèche rouge sélectionner les valeurs à la souris puis  flèche rouge Valeurs Y :  flèche rouge sélectionner les valeurs à la souris puis  flèche rouge Suivant remplir titre et légendes des axes Suivant En tant qu'objet dans Terminer

14.1 activité globale 1

On souhaite comparer le niveau scolaire atteint par 4 élèves d'une classe. Pour cela, on considère l'ensemble des évaluations passées et on relève les notes obtenues

Elève A : 10 ; 10 ; 9 ; 11 ; 12 ; 15 ; 8 ; 9 ; 11 ; 10 (notes en vrac)

Elève B :

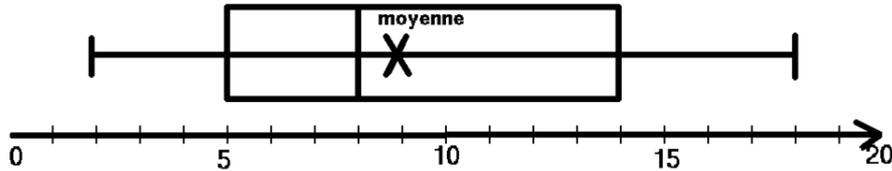
notes : x_i	7	9	10	10,5	11	12	16	Σ
effectifs : n_i	1	2	3	2	2	1	1	12

(notes avec effectifs)

Elève C :

notes :	[0;5]]5;10]]10;15]]15;20]	Σ
centre : x_i	2,5	7,5			Σ
effectifs : n_i	0	7		0	10
fréquences (%) f_i	0%	70%		0%	100%
f.c.c (%) f_{cc_i}	0%	70%			

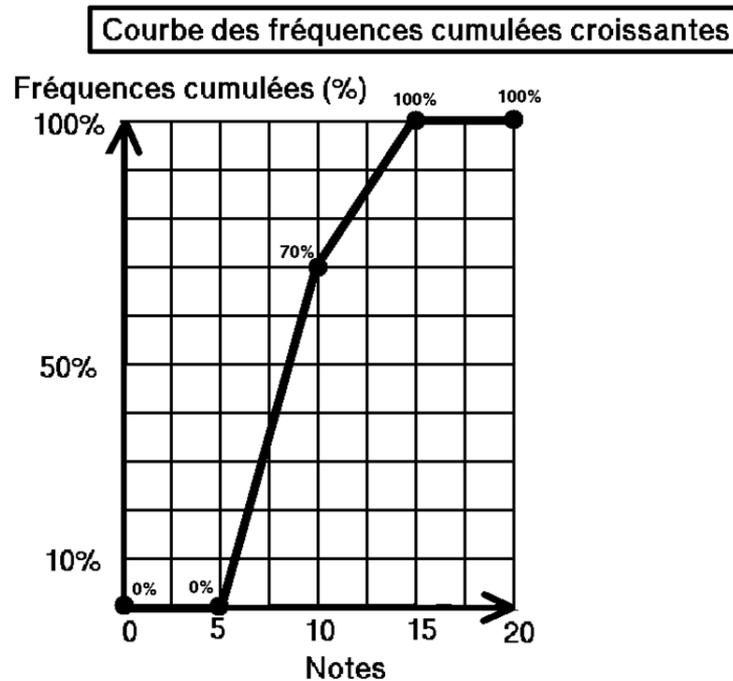
(avec intervalles)



Elève D : (diagramme en boîte)

1. pour chaque élève :
 - (a) Population de l'étude statistique ? : ...
 - (b) Variable étudiée sur cette population ? : ...
 - (c) Nature de la variable étudiée ? : ...
(qualitative, quantitative, continue ou discrète)
2. Pour chaque élève, déterminer les indicateurs statistiques suivants en détaillant les calculs éventuels ou les tracés graphiques

Elève	A	B	C	D
N effectif total				
Mode ou classe modale				
x_{min}				
x_{max}				
$e =$ étendue				
$m =$ moyenne				
Médiane M_e				
Q_1 1 ^{er} Quartile				
Q_2 2 nd Quartile				
Q_3 3 ^e Quartile				
$Q_3 - Q_1$ Inter-Quartiles				



3. classer les élèves (meilleurs résultats, plus régulier) en fonction des indicateurs que vous choisirez (moyenne, médiane, ...) et faire un commentaire

4. retrouver les résultats du tableau en utilisant les fonctions statistiques de la calculatrice

15.1 corrigé activité globale 1

On souhaite comparer le niveau scolaire atteint par trois élèves d'une classe.
Pour cela, on considère l'ensemble des évaluations passées et on relève les notes obtenues

Elève A : 10 ; 10 ; 9 ; 11 ; 12 ; 15 ; 8 ; 9 ; 11 ; 10 (notes en vrac)

Elève B :

notes : x_i	7	9	10	10,5	11	12	16	Σ
effectifs : n_i	1	2	3	2	2	1	1	12

(notes avec effectifs)

Elève C :

notes : x_i	[0;5]]5;10]]10;15]]15;20]	Σ
effectifs : n_i	0	7	3	0	10

(notes avec intervalles)

1. pour chaque élève :

- (a) la population de l'étude statistique est l'ensemble des évaluations passées
- (b) la variable étudiée sur cette population est la note obtenue à l'évaluation
- (c) la variable étudiée est de nature quantitative (car c'est une valeur numérique) et discrète (car une note ne peut pas prendre toutes les valeurs entre 0 et 20)

2. Pour chaque élève, déterminer les indicateurs statistiques suivants en détaillant les calculs éventuels sur le cahier où les x_i sont les notes des élèves

Elève	A	B	C
$N =$ effectif total	10	12	10
Mode ou classe modale	10	10]5;10]
x_{min}	8	7	5
x_{max}	15	16	15
$e =$ étendue	15-8 = 7	16-7 = 9	15 - 5 = 10
$m =$ moyenne	10,5	10,5	9
Médiane	10	10	$\simeq 8,6$
$Q_1 =$ Premier Quartile			
$Q_2 =$ second Quartile			
$Q_3 =$ troisième Quartile			
Inter-Quartiles			

- (a) Effectif total : N
ici, N est le nombre total de valeurs (notes)
- (b) Mode ou classe modale :
ici, c'est la (les) valeur(s) qui revient(reviennent) le plus souvent ;
Pour un intervalle, on l'appelle la "classe modale"

(c) **Maximum** : x_{max}
ici, c'est la plus grande des valeurs
pour un intervalle, on prend la borne supérieure de l'intervalle

(d) **Minimum** : x_{min}
ici, c'est la plus petite des valeurs
pour un intervalle, on prend la borne inférieure de l'intervalle

(e) **étendue** : e
 $e = x_{max} - x_{min}$
ici, c'est la plus grande valeur - la plus petite valeur

(f) **moyenne** : \bar{x} ou \bar{m}

$$\bar{x} = \frac{\text{somme des notes}}{\text{effectif total}}$$

avec des intervalles, on prend les centres des intervalles pour valeurs

le centre de l'intervalle $[a; b]$ est $c = \frac{a+b}{2}$

$$\text{pour } A : \bar{x} = \frac{10 + 10 + 9 + 11 + 12 + 15 + 8 + 9 + 11 + 10}{10} = \frac{105}{10} = \boxed{10,5}$$

$$\text{pour } B : \bar{x} = \frac{1 \times 7 + 1 \times 9 + 3 \times 10 + 2 \times 10,5 + 2 \times 11 + 1 \times 12 + 1 \times 16}{12} = \frac{126}{12} = \boxed{10,5}$$

$$\text{pour } C : \text{on calcule les centres des intervalles : } \frac{5+10}{2} = \boxed{7,5} \text{ et } \frac{10+15}{2} = \boxed{12,5}$$

$$\text{puis on calcule la moyenne : } \bar{x} = \frac{7 \times 7,5 + 3 \times 12,5}{10} = \frac{90}{10} = \boxed{9}$$

(g) **médiane** : m_e

sans intervalles :

si l'effectif total est pair, la médiane est la moyenne de la $(\frac{N}{2})^e$ valeur ordonnée et de la $(\frac{N}{2} + 1)^e$

si l'effectif total est impair, la médiane est la $(\frac{N+1}{2})^e$ valeur ordonnée

avec intervalles : , on utilise la courbe des fréquences cumulées et la fréquence cumulée de 50%

pour A : les valeurs ordonnées sont : 8 ; 9 ; 9 ; 10 ; 10 ; 10 ; 11 ; 11 ; 12 ; 15 ;

$N = 10$ est pair et $\frac{10}{2} = 5$

la 5^e valeur ordonnée est 10

la 6^e valeur ordonnée est 10

la médiane est : $\frac{10+10}{2} = 10$

pour B : les valeurs ordonnées sont : 7 ; 9 ; 9 ; 10 ; 10 ; 10 ; 10,5 ; 10,5 ; 11 ; 11 ; 12 ; 16

$N = 12$ est pair et $\frac{12}{2} = 6$

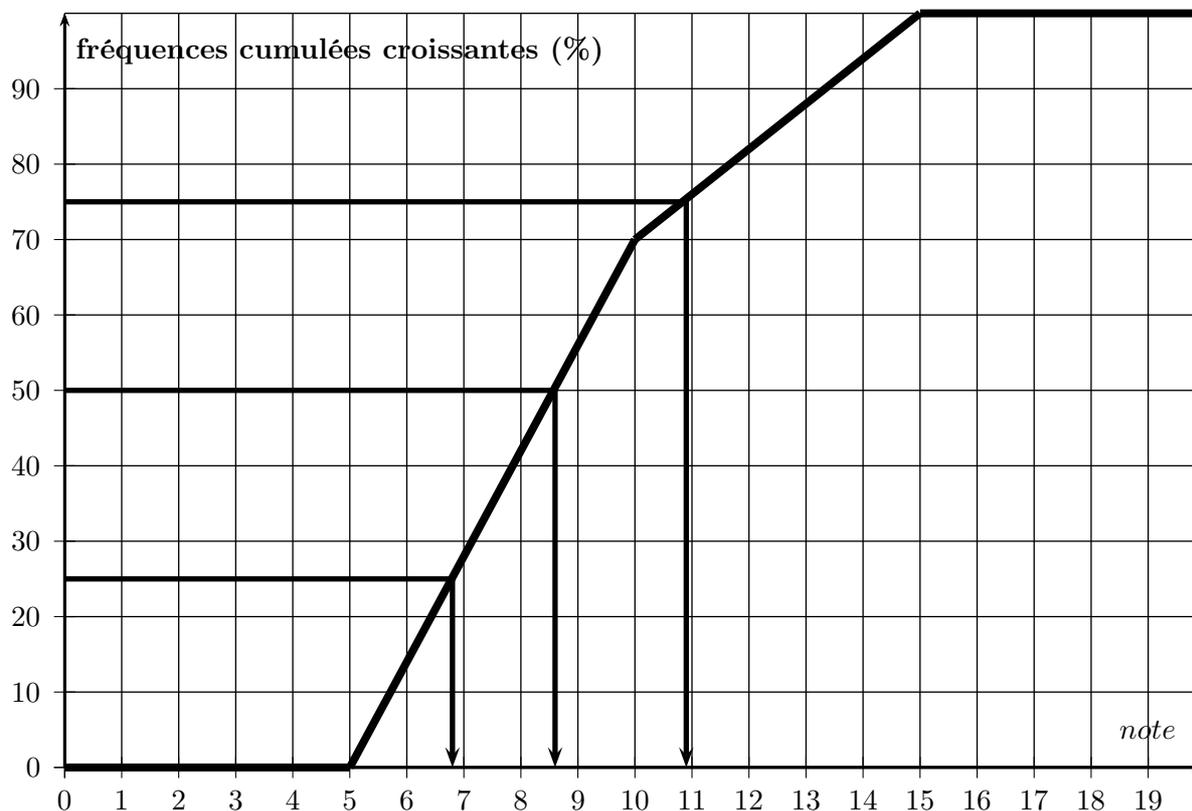
la 6^e valeur ordonnée est 10

la 7^e valeur ordonnée est 10

la médiane est : $\frac{10 + 10}{2} = 10$

pour C : on utilise la courbe des fréquences cumulées

notes : x_i	[0 ;5]	[5 ;10]	[10 ;15]	[15 ;20]	Σ
effectifs : n_i	0	7	3	0	10
fréquences : f_i	0%	$\frac{7}{10} = 0,7 = 70\%$	$\frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$	0%	100%
fréquences cumulées : f_{cc_i}	0%	70%	70% + 30% = 100%		



On lit que la médiane est d'environ : $m_e \simeq 8,6$

le premier quartile est d'environ $Q_1 \simeq 6,9$

le troisième quartile est d'environ $Q_3 \simeq 10,9$

premier quartile et troisième quartile : Q_1 et Q_3

sans intervalles :

Q_1 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 50% des valeurs soient inférieures ou égales à Q_1

Q_3 est la plus petite valeur de la série telle qu'au moins 75% des valeurs soient inférieures ou égales à Q_3

avec intervalles :

on utilise la courbe des fréquences cumulées et les fréquences cumulées de 25% et 75%

- classer les élèves en fonction des indicateurs que vous choisirez (moyenne, médiane, ...) et faire un commentaire
- quelle note ajouter à l'élève C pour que sa moyenne passe à 10 ? (*justifier par calcul*)
- retrouver les résultats du tableau en utilisant les fonctions statistiques de la calculatrice

16.1 activité globale 2

On souhaite comparer le niveau scolaire atteint par 4 élèves d'une classe. Pour cela, on considère l'ensemble des évaluations passées et on relève les notes obtenues

Elève A : 10 ; 10 ; 9 ; 11 ; 12 ; 15 ; 8 ; 9 ; 11 ; 10 ; 18 (notes en vrac)

Elève B :

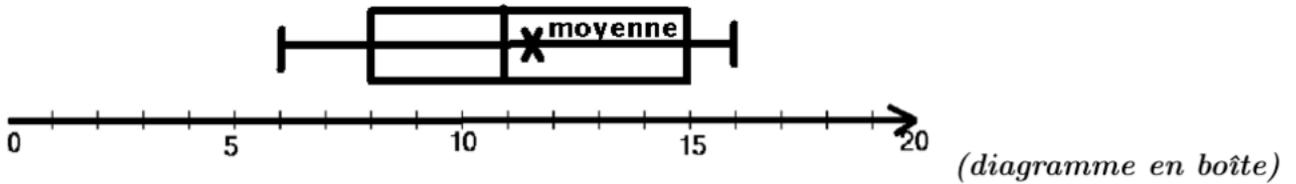
notes : x_i	7	9	10	10,5	11	12	16	Σ
effectifs : n_i	1	2	4	2	2	1	3	...

(notes avec effectifs)

Elève C :

notes :	[0;5]	[5;10]	[10;15]	[15;20]	Σ
centre : x_i	2,5	7,5			Σ
effectifs : n_i	5	8	3		20
fréquences (%) f_i	... %	... %	... %	... %	100%
f.c.c (%) f_{cc_i}	... %	... %	... %	... %	

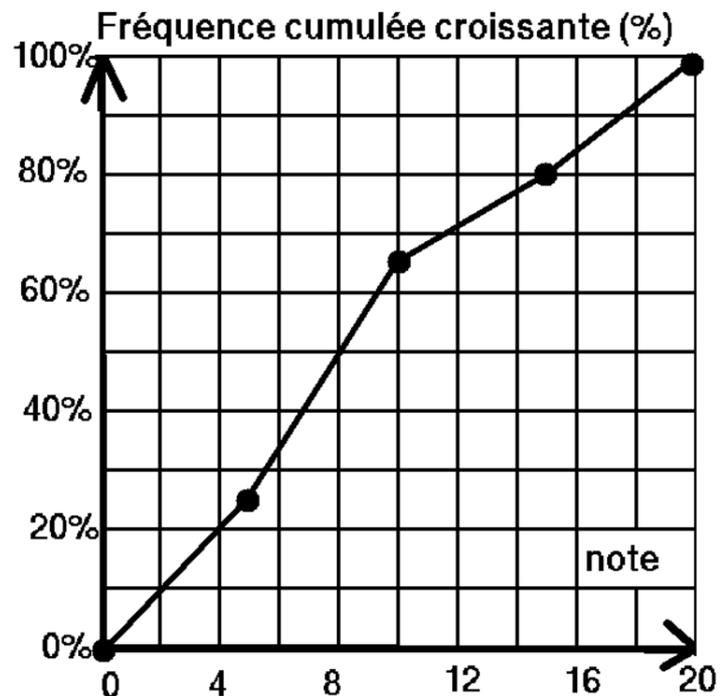
(avec intervalles)



Elève D :

1. pour chaque élève :
 - (a) Population de l'étude statistique ? : ...
 - (b) Variable étudiée sur cette population ? : ...
 - (c) Nature de la variable étudiée ? : ...
(qualitative, quantitative, continue ou discrète)
2. Pour chaque élève, déterminer les indicateurs statistiques suivants en détaillant les calculs éventuels ou les tracés graphiques

Elève	A	B	C	D
N effectif total				
Mode ou classe modale				
x_{min}				
x_{max}				
$e =$ étendue				
$m =$ moyenne				
Médiane M_e				
Q_1 1 ^{er} Quartile				
Q_2 2 nd Quartile				
Q_3 3 ^e Quartile				
$Q_3 - Q_1$ Inter-Quartiles				



3. classer les élèves (meilleurs résultats, plus régulier) en fonction des indicateurs que vous choisirez (moyenne, médiane, ...) et faire un commentaire

4. retrouver les résultats du tableau en utilisant les fonctions statistiques de la calculatrice

Partie Cours Résumé SP

STATISTIQUES

Médiane, quartiles et déciles; Diagrammes en boîtes

Dans ce chapitre, on suppose qu'on dispose d'une série ordonnée: les valeurs ont été rangées dans l'ordre croissant, de la plus petite à la plus grande.

Médiane

La médiane sépare une série statistique en deux groupes de même effectif, l'un contient les valeurs les plus petites et l'autre les valeurs les plus grandes.

Comment déterminer la médiane d'une série de N valeurs si N est pair:

- on vérifie que les valeurs sont rangées par ordre croissant
- on prend la moyenne des deux valeurs situées au milieu: pour cela on calcule l'entier $n = N:2$, et on calcule la moyenne entre la $n^{\text{ième}}$ et la $(n+1)^{\text{ème}}$ valeur

Exemple

Prenons les valeurs (notes à un DS, vitesses de vents, ...) rangées dans l'ordre croissant :

1-3-3-3-5-5-6-7-7-8-8-8-9-9-10-10-10-10-11-11-12-13-13-13-14-15-16-19

Il y a $N = 28$ valeurs; $N:2 = 14$; les deux valeurs du milieu sont la 14ème et la 15ème qui sont 9 et 10 ; la médiane est la moyenne entre la 14ème et le 15ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant, cad $Me = 9,5$

Comment déterminer la médiane d'une série de N valeurs si N est impair:

- on vérifie que les valeurs sont rangées par ordre croissant
- on prend la valeur située au centre de la série: pour cela on calcule le décimal $N : 2$, sa partie entière n est l'effectif des deux sous groupes encadrant la médiane, la médiane est donc la $(n+1)$ ème valeur

Exemple

Prenons les valeurs (notes à un DS, vitesses de vents, ...) rangées dans l'ordre croissant :

3-5-5-6-7-8-8-9-9-10-10-10-10-11-11-12-13-13-13-14-15-16-19

Il y a $N = 23$ valeurs; $N:2 = 11,5$, la médiane est la 12ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant, cad $Me = 10$

Comment interpréter une médiane donnée?

si on connaît la médiane d'une série, que peut-on en déduire?

Au moins **la moitié (50%) des valeurs sont inférieures** ou égales à la médiane.

Au moins **la moitié (50%) des valeurs sont supérieures** ou égales à la médiane.

Exemple: dans une classe, la médiane des notes à un contrôle est 11. On peut dire que:

*au moins **la moitié des élèves a** une note **inférieure** ou égale à **11***

*au moins **la moitié des élèves a** pour note **11** ou **moins de 11***

*au moins **la moitié des élèves a** une note **supérieure** ou égale à **11***

*au moins **la moitié des élèves** pour note **11** ou **plus de 11***

Quartiles

Les quartiles permettent de séparer une série statistique en quatre groupes de même effectif (à une unité près).

- Un quart des valeurs sont inférieures au premier quartile Q1.
- Un quart des valeurs sont supérieures au troisième quartile Q3.

On appelle **intervalle interquartile** l'intervalle]Q1; Q3[.

On appelle **écart interquartile** la différence Q3 – Q1.

Comment déterminer les quartiles Q1 et Q3 d'une série de N valeurs ?

on calcule la quantité $\frac{1}{4}$ de N = $\frac{1}{4} \times N = N:4$

Deux cas sont possibles: soit le résultat est entier (la division tombe juste), soit non

cas n°1: le résultat est entier (la division tombe juste)

- on vérifie que les valeurs sont rangées par ordre croissant
- Q1 est la n^{ème} valeur où n = N:4
- Q3 est le n' ^{ème} valeur où l'entier n' = $\frac{3}{4}$ de N = $\frac{3}{4} \times N = 3 \times N:4$

Exemple

Prenons les valeurs rangées dans l'ordre croissant :

1-3-3-3-5-5-6-7-7-8-8-8-9-9-10-10-10-10-11-11-12-13-13-13-14-15-16-19

Il y a N = 28 valeurs, qui est divisible par 4 car 28:4=7 qui est entier

n=N:4 = 7 donc Q1 = la 7ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant= 6

et n' = 3N:4 = 21 donc Q3 = la 21ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant= 13

cas n°2: le résultat n'est pas entier

- on vérifie que les valeurs sont rangées par ordre croissant
- on arrondit le **décimal** N:4 à l'**entier supérieur** : l'entier n ; Q1 est la n^{ème} valeur
- on arrondit le **décimal** $\frac{3}{4}$ de N = $\frac{3}{4} \times N = 3N:4$ à l'**entier supérieur** : l'entier n' ; Q3 est la n' ^{ème} valeur

Exemple

Prenons les valeurs rangées dans l'ordre croissant :

3-5-5-6-7-8-8-9-9-10-10-10-10-11-11-12-13-13-13-14-15-16-19

Il y a N = 23 valeurs;

N:4 = 5,75 donc Q1 est la 6ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant donc Q1= 8,

3N:4 = 17,25 donc Q3 est la 18ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant donc Q3= 13

Comment interpréter des quartiles donnés?

si on connaît les quartiles Q1 et Q3 d'une série, que peut-on en déduire?

Au moins **un quart (25%) des valeurs sont inférieures** ou égales à **Q1**.

Au moins **trois quarts (75%) des valeurs sont inférieures** ou égales à **Q3**.

Environ la moitié des valeurs se trouvent dans l'intervalle interquartile]Q1 ; Q3[.

Exemple: dans une classe, les notes présentent un premier quartile Q1 égal à 10 et un troisième quartile égal à 14. On peut dire que:

*au moins **un quart des élèves** a une note **inférieure** ou égale à **10***

*au moins **un quart des élèves** a pour note **10** ou **moins de 10***

*En pratique: **environ un quart des élèves a moins de 10, (et environ trois quarts des élèves ont plus)***

*au moins **trois quarts des élèves** a une note **inférieure** ou égale à **14***

*au moins **trois quarts des élèves** a pour note **14** ou **plus de 14***

*En pratique: **environ trois quarts des élèves a moins de 14, (et environ un quart des élèves ont plus)***

L'intervalle interquartile est l'intervalle]10 ; 14[.

Environ la moitié des élèves a une note entre 10 et 14

Diagramme en boîtes

La médiane comme paramètre de position et l'intervalle interquartile comme paramètre de dispersion fournissent une bonne description d'une série statistique.

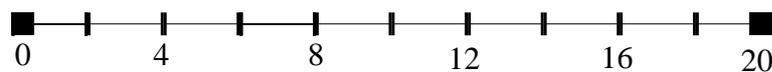
On utilise ces deux données pour construire un diagramme en boîte de la série

Soit une série de valeurs qui se résume en:

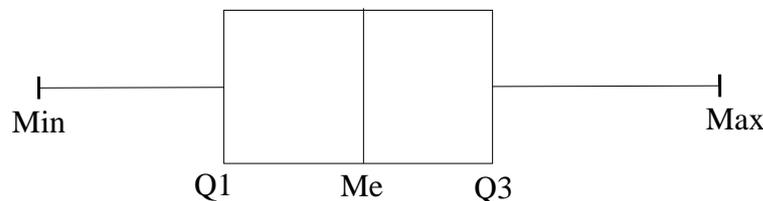
- le minimum Min = 1
- le 1er quartile Q1 = 6
- la médiane Me = 9,5
- le 3ème quartile Q3 = 13
- le maximum Max = 19

Ces 5 données permettent de construire un diagramme en boîtes :

Echelle



DS1



Déciles

Les déciles permettent de séparer une série statistique en dix groupes de même effectif (à une unité près).

Un dixième des valeurs sont inférieures au premier décile D1.

Un dixième des valeurs sont supérieures au neuvième décile D9.

Comment déterminer les déciles D1 et D9 d'une série de N valeurs ?

On calcule la quantité $\frac{1}{10}$ de $N = \frac{1}{10} \times N = N:10$

Deux cas sont possibles: soit le résultat est entier (la division tombe juste), soit non

cas n°1: le résultat est entier (la division tombe juste)

- on vérifie que les valeurs sont rangées par ordre croissant

- D1 est la $n^{\text{ème}}$ valeur où $n = N:10$

- D9 est le $n^{\text{ème}}$ valeur où l'**entier** $n' = \frac{9}{10}$ de $N = \frac{9}{10} \times N = 9 \times N : 10$

Exemple

Prenons les valeurs rangées dans l'ordre croissant :

1-3-3-3-5-5-6-7-7-8-8-8-8-9-9-10-10-10-10-11-11-12-12-13-13-13-13-14-15-16-19

Il y a N = 30 valeurs, qui est divisible par 10 car $30:10=3$ qui est entier

$n=N:10 = 3$ donc D1 est la 3ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant donc $D1 = 3$

et $n' = 9N:10 = 27$ donc D9 est la 27ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant donc $D9 = 14$

cas n°2: le résultat n'est pas entier

- on vérifie que les valeurs sont rangées par ordre croissant

- on arrondit le **décimal** $N:10$ à l'**entier supérieur** : l'entier n ; D1 est la $n^{\text{ème}}$ valeur

- on arrondit le **décimal** $\frac{9}{10}$ de $N = \frac{9}{10} \times N = 9 \times N : 10$ à l'**entier supérieur** : l'entier n' ; D_9 est la n' ème valeur

Exemple

Prenons les valeurs rangées dans l'ordre croissant :

3-5-5-6-7-8-8-9-9-10-10-10-10-11-11-12-13-13-13-14-15-16-19

Il y a $N = 23$ valeurs;

$N:10 = 2,3$ donc D_1 est la 3ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant donc $D_1 = 5$

$9N:10 = 20,7$ donc D_9 est la 21 ème valeur de la série rangée dans l'ordre croissant donc $D_9 = 15$

Comment interpréter des déciles donnés?

si on connaît les déciles D_1 et D_9 d'une série, que peut-on en déduire?

Au moins **un dixième (10%) des valeurs sont inférieures ou égales à D_1** .

En pratique: environ 10% des valeurs sont inférieurs à D_1

Au moins neuf dixièmes (**90%**) **des valeurs sont inférieures ou égales à Q_3** .

En pratique: environ 10% des valeurs sont supérieurs à D_9

Diagramme en boîtes

On remplace parfois les extrémités des pattes du diagramme en boîte par D_1 et D_9 , comme dans l'EXERCICE 1 sur la mesure des vents

On rajoute alors parfois un petit rond pour le min et un petit rond pour le max, comme dans l'EXERCICE 2 sur la pluviométrie

Correction EXERCICE 2 sur la pluviométrie :

Partie A

1. $m = 859,2 \text{ mm/m}^2$

2. $38:2 = 19$ donc la médiane est la demi-somme des 19ème et 20ème valeurs: $Me = (1099,8 + 1101,0)/2 = 1100,4$

$38:4 = 9,5$ donc $Q_1 =$ la 10ème valeur = 1029,7

$38:4*3 = 28,5$ donc $Q_3 =$ la 29 ème valeur = 1233,3

3. les extrémités des pattes sont D_1 et D_9 .

Or $38:10 = 3,8$ donc $D_1 =$ la 4ème valeur = 972,5

et $38:10*9 = 34,2$ donc $D_9 =$ la 35ème valeur = 1313,4

les « petits ronds » sont le min=782 et le max=1603,6

Partie B

1. L'écart interquartile le plus faible est à Dinard avec $Q_3 - Q_1 = 157,2$

2. Lorient satisfait la condition puisque la médiane est 919,2, ce qui signifie que au moins la moitié des années ont eu une pluviométrie supérieure ou égale à 919,2.

De même pour Montélimar et Brest

3. au moins un quart des années ont connu une pluviométrie inférieure ou égale à 447 mm/m²

4. a. Les deux villes ayant la pluviométrie la plus irrégulière sont Montélimar et Nice, puisque leurs boîtes sont les plus étendues. La région de ces deux villes est la Provence.

4. b. on peut comparer les étendues (écart entre le min et le max) ou les écarts interquartiles ou encore les écarts-types. Ce qui rejoint le résultat précédent.