

Les Suites (rappels)

Exercice 1

Déterminer une suite arithmétique croissante de 3 nombres U_1, U_2, U_3 sachant que :

$$\begin{cases} U_1 + U_2 + U_3 = 9 \\ U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 = 35 \end{cases}$$

Exercice 2

Le premier terme d'une suite arithmétique est 2, la raison $r = 3$ et la somme des termes est 187. Trouver le nombre de termes.

Exercice 3

Déterminer à quel taux annuel i un capital C a été placé, sachant qu'il a triplé en 15ans.

Exercice 4

On considère une suite géométrique croissante et négative. Calculer U_1, U_2, U_3 sachant que :

$$\begin{cases} U_1 \times U_3 = 4/9 \\ U_1 + U_2 + U_3 = -19/9 \end{cases}$$

Exercice 5

La consommation de fuel d'une famille est de 5 000 litres par an. Sachant que cette consommation diminue de 10% par an, déterminer la consommation au bout de 3ans. Dans combien d'années cette consommation aura-t-elle diminué de moitié ?

Exercice 6

Déterminer trois nombres réels a, b, c sachant que :

$$\begin{cases} a, b, c \text{ forment une suite géométrique} \\ a, 2b, 3c \text{ forment une suite arithmétique} \\ a + c = 10 \end{cases}$$

Exercice 7

On considère une suite (U_n) définie par :

$$\begin{cases} U_0 = 24 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{5} + 16 \end{cases}$$

et une suite (V_n) définie par $V_n = U_n - 20$.

Montrer que (V_n) est une suite géométrique. En déduire V_n en fonction de n

Calculer U_n en fonction de n

On pose $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$; Calculer S_n en fonction de n

Opérations financières à Court Terme

Exercice 1

Un capital de 9 900 000F est divisé en deux parts inégales : les 2/3 sont placés à un certain taux, le tiers restant à un taux double. Les intérêts produits en 100 jours s'élèvent à 110 000F. **Calculer les taux de ces placements.**

Exercice 2

Deux capitaux diffèrent de 250 000F. Le plus élevé est placé à 6% pendant 8 mois, et le second à 5% pendant 6mois. L'intérêt produit par le premier capital est double de l'intérêt produit par le second.

Calculer les deux capitaux et les intérêts correspondants.

Exercice 3

Trois capitaux en progression arithmétique ont été placés pendant un an à 3%. Intérêt total produit : 189 000F. La différence entre le troisième et le premier capital est de 2 400 000F. **Calculer les 3 capitaux.**

Exercice 4

Deux capitaux dont la somme est de 5 000 000F sont placés :

- Le premier au taux $t\%$
- Le second à un taux $(t+1)\%$.

Le revenu annuel du premier capital est de 80 000F, le revenu annuel du second de 150 000F.

a) Calculer les deux taux et les deux capitaux

**Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion
Proposés par NGNIE**

- b) Dans combien d'années, les deux capitaux étant placés à la même date, la différence entre les deux valeurs acquises sera-t-elle égale à 1 350 000F ?

Exercice 5

A) Le 20 juillet, M. WOUNA doit son fournisseur LISSON les dettes suivantes :

- 2 000 000F payable le 29 Août,
- 4 000 000F payable le 18 septembre,
- 3 000 000F payable le 28 octobre,

Afin de faciliter la gestion de son compte client, le fournisseur LISSON propose au client de remplacer ces dettes par un effet de commerce de valeur nominale 9 000 000F.

1.1 Calculer l'échéance de cet effet au taux de 9% (Préciser le type d'échéance)

B) Le 24 août l'effet de 9 000 000F est négocié par LISSON au crédit lyonnais aux conditions suivantes :

- Taux d'escompte : taux de base bancaire + 1,5 points
- Jours de banque : 3 jours
- Commission de service : 200 000F par effet
- Minimum d'escompte : 120 000F
- Taux de base BEAC : 15%
- TVA : 19,25%.

1.2 Calculer le montant net de la négociation

1.3 Calculer le taux réel d'escompte

1.4 Calculer le taux de revient de LISSON

1.5 Calculer le taux de placement du crédit lyonnais.

Exercice 6

Un matériel livré deux mois après la commande peut être payé de deux façons différentes :

1^{er} mode : paiement au comptant le jour de la livraison

2^{ème} mode : paiement en 5 versements :

- ✓ 3 200 000F à la commande,
- ✓ 6 400 000F un mois après la commande,
- ✓ 6 400 000F au moment de la livraison,
- ✓ 8 000 000F un mois après la livraison,
- ✓ 10 000 000F deux mois après la livraison.

Travail à faire :

1) **Etablir un schéma clair du problème**

2) **Quel est le montant du paiement au comptant si ces deux modes de règlement sont équivalents à la date de livraison. Taux d'escompte 12% (compter tous les mois pour 30 jours)**

Exercice 7

Trois effets dont les valeurs nominales sont en progression arithmétique sont escomptés commercialement au taux de 4% à la date de 18 mai.

S'ils avaient tous les trois 36 jours à courir, comme le premier, le total des trois valeurs actuelles serait de 17 928F. Le nominal du premier effet est de 7 000F. Les nombres de jours à courir par ces trois effets sont en progression géométrique. L'escompte total effectif s'élève à 109F.

Déterminer les trois valeurs nominales et les trois échéances.

Exercice 8

Un commerçant a tiré sur un de ses clients deux effets :

Le premier à échéance de 30 jours

Le second à échéance de 45 jours

Les valeurs nominales de ces deux effets sont respectivement inversement proportionnelles aux nombres 4 et 6.

Le commerçant accepte de remplacer les deux effets primitifs par un effet unique de nominal 15 000 000F, à 70 jours d'échéance, de telle sorte que, le jour de la transformation, au taux de 9%, cet effet unique soit équivalent aux deux effets primitifs.

Calculer la valeur nominale de ces deux effets (calculs en intérêts simples)

Exercice 8

La banque CBC tient le compte de son client Monsieur KAMGA taux 5% période du 1^{er} avril au 30 juin.

Les opérations suivantes ont été portées en compte

1^{er} avril : solde créditeur 330 000F valeur le 31 mars

18 avril : dépôt d'espèces 4 000 000F valeur le 20 avril

06 mai : chèque à l'ordre d'un créancier 4 680 000F valeur le 04 mai

Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion
Proposés par NGNIE

23 mai : remise d'effets à l'encaissement 3 948 000F valeur le 31 mai

02 juin : remise d'effets à l'escompte 2 655 600F valeur le 04 juin

05 juin : retour d'un effet impayé 660 000F valeur le 31 mai.

Travail à faire :

Présenter le compte courant et d'intérêts de M. KAMGA :

a) méthode directe, Nombres

b) méthode hambourgeoise, opérations classées d'après leur date de valeur, Nombres.

Opérations financières à Long Terme

Exercice 1

- 1) Calculer le taux trimestriel équivalent au taux mensuel de 2% ;
- 2) Calculer le taux semestriel équivalent au taux annuel de 6% ;
- 3) Calculer le taux annuel équivalent au taux mensuel de 3% ;
- 4) Calculer le taux mensuel équivalent au taux semestriel de 9% ;
- 5) Calculer le taux mensuel équivalent au taux annuel de 12% ;
- 6) Calculer le taux trimestriel équivalent au taux annuel de 10% ;
- 7) Calculer le taux semestriel équivalent au taux annuel de 15%.

Exercice 2

Une personne a prêté à intérêts composés au taux annuel de 8%, pour une durée de 2 ans et 3 mois, une somme de 2 000 000F. **Quelle sera la somme S remboursée par l'emprunteur en un versement unique à l'échéance convenue ?** (Solution rationnelle et Solution commerciale)

Exercice 3

Un capital de 5 000 000F a été placé à intérêts composés pendant 2 ans 8 mois au taux semestriel de 6%. **Calculer la valeur de ce capital à l'échéance avec une capitalisation trimestrielle des intérêts.** (Solution rationnelle et Solution commerciale)

Exercice 4

Au bout de combien de temps une somme placée à intérêts composés au taux de $3\frac{3}{4}\%$ par semestre, double-t-elle ?

Exercice 5

Une société doit verser 204 000F le 1^{er} janvier 2007 pour rembourser une dette de 120 000F contractée le 1^{er} juillet 1996. **Quel est le taux annuel de capitalisation utilisée ?**

Exercice 6

Une personne veut constituer un capital de 160 000F pour le 1^{er} janvier 2014. **Quelle somme doit-elle placer le 1^{er} juillet 2007 ?** Taux 6%. Intérêts composés.

Exercice 7

Une société projette un important investissement et veut effectuer dans ce but plusieurs placements successifs :

Dates prévues	Sommes prévues
1 ^{er} janvier 2008	6 000 000F
1 ^{er} janvier 2010	3 600 000F
1 ^{er} janvier 2011	9 000 000F
1 ^{er} juillet 2011	5 000 000F

Ces placements étant effectués au taux annuel de 5%, quel sera le capital constitué le 1^{er} janvier 2012 ?

Exercice 8

Soit un capital A placé à intérêts composés pendant 5 ans ; soient A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 , les valeurs acquises à la fin des 5 années consécutives.

1) Exprimer-les en fonction de A ;

2) On sait que : $A + A_1 = 16\,400\,000F$

$A_4 + A_5 = 19\,934\,250F$

Calculer le taux de placement, le capital placé, la valeur acquise à la fin de la 5^e année.

Exercice 9

Une somme de 750 000F est répartie entre cinq personnes, les parts de chacune d'entre elles étant en progression arithmétique. **Calculer ces parts, sachant que la première personne reçoit 200 000F.**

Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion Proposés par NGNIE

La première personne place sa part à 5% l'an à intérêts composés. Au bout d'un certain temps les intérêts s'élèvent à 81 420F. **Calculer la durée de placement par logarithmes**

Cette personne retire alors 168 080F qu'elle consacre à l'achat d'une machine. Les amortissements sont en progression géométrique de raison 0,80. La durée probable d'amortissement étant de 5 ans, **Calculer les amortissements successifs.**

Exercice 10

Un capital de 2 000 000F, placé à intérêts simples à un certain taux, pendant un certain nombre d'années, a rapporté un intérêt total de 540 000F.

Le même capital placé à intérêts composés à 4% l'an, pendant le même temps, a rapporté un intérêt total de 846 624F.

- 1) **Calculer la durée des deux placements et le taux du premier** (tables financières)
- 2) Comparer le temps nécessaire pour qu'un capital de 2 000 000F placé à 5% l'an rapporte 814 200F (tables financières):
 - a) à intérêts simples,
 - b) à intérêts composés
- 3) **Quelle aurait été la valeur acquise par ce même capital de 2 000 000F s'il avait été placé à 5% pendant le même temps qu'au 2-b), les intérêts étant capitalisés semestriellement.**

Exercice 11

Trois personnes A, B et C ont placé des capitaux à intérêts composés pendant 2 ans aux conditions suivantes :

A : taux annuel 6%, capitalisation des intérêts à la fin de chaque année ;

B : taux semestriel 3%, capitalisation des intérêts à la fin de chaque semestre ;

C : taux trimestriel 1,50%, capitalisation des intérêts à la fin de chaque trimestre.

- 1) Au bout de 2 ans, les intérêts produits par les capitaux placés par les deux premières personnes présentent une différence de 859,05F. **Calculer la valeur commune des trois sommes placées.**
- 2) **Quelle est la différence des intérêts produits par les placements de B et C ?**
- 3) **A quels taux annuels A, B et C devraient placer leurs capitaux à intérêts simples pendant 2 ans pour que les intérêts soient les mêmes que précédemment ?**
- 4) **A quel taux annuel A devrait-il placer son capital pour que les intérêts produits au bout de 2 ans soient égaux aux intérêts du placement fait par C ?**

A quel taux semestriel B devrait-il placer son capital pour que les intérêts produits au bout de 2 ans soient égaux aux intérêts du placement fait par C

Exercice 12

Une personne a placé dans une entreprise le 1^{er} juillet 2000 une somme de 4 000 000F, puis le 1^{er} juillet 2004 a retiré 3 000 000F. Le 1^{er} juillet 2008 le solde de son compte s'élevait, compte tenu des intérêts capitalisés le 1^{er} juillet de chaque année, à 2 110 847F

- 1) **Quel a été le taux annuel de capitalisation ?**
- 2) **Quel aurait été le taux semestriel proportionnel ? Le taux semestriel équivalent ?**

Annuités

Exercice 1

A- Une personne entreprend d'effectuer un placement de 2 000F le 1^{er} juillet de chacune des années 2003 à 2012 inclusivement. Ces placements devant être productifs d'intérêts composés au taux annuel de 6%, de quelle somme peut-elle espérer disposer le 1^{er} juillet 2017 ?

B- Immédiatement après avoir effectué le placement du 1^{er} juillet 2008, la personne constate que le capital déjà constitué ainsi que les placements futurs ne pourront désormais produire des intérêts composés qu'au taux annuel de 4% au lieu de 6%. Dans ces conditions, de quelle somme la personne disposera-t-elle le 1^{er} juillet 2017 ?

C- Dans conditions du (B) la personne envisage d'effectuer des versements supplémentaires constants les 1^{er} juillet de chacune des années 2013 à 2016 inclusivement de façon à obtenir le 1^{er} juillet 2017, la somme prévue en (A). Déterminer le montant de chacun des versements.

Exercice 2

Les offres faites à un propriétaire pour une propriété mise en vente sont les suivantes,

1° 47 500F payables comptant ;

2° 62 500F payables dans 5 ans ;

Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion
Proposés par NGNIE

3° Annuités de 4 500F payables pendant 15 ans, le premier versement ayant lieu immédiatement
Quelle est l'offre la plus avantageuse pour le vendeur ? Taux 4%.

Exercice 3

Une personne a versé dans une banque une somme de 6 000F par an, le 1^{er} janvier de chaque année pendant 10 ans, la première a été versée le 1^{er} janvier 1987, la dernière le 1^{er} janvier 1996.

Puis, pendant 10 ans, elle a retiré la même somme de 6 000F, la première a été retirée le 1^{er} janvier 1997, la dernière le 1^{er} janvier 2006.

Calculer l'avoir de cette personne dans la banque au 31 décembre 2006, en tenant compte des intérêts composés au taux de 5% l'an.

Exercice 4

Le 1^{er} janvier 2007, un débiteur a le choix entre deux modes de règlement :

- ✓ Soit douze versements annuels de 10 000F, le premier ayant lieu le 1^{er} janvier 2008 ;
- ✓ Soit six versements égaux échelonnés de 2 en 2 ans, le premier ayant lieu le 1^{er} janvier 2009

Première question :

En écrivant l'équivalence en fin d'emprunt des deux modes de règlement, calculer le montant de chacun des six versements de la deuxième hypothèse (intérêts composés, taux annuel 5%).

Deuxième question :

Le premier procédé ayant été retenu, le débiteur, immédiatement après le sixième versement, demande à se libérer du reste de sa dette en dix annuités constantes au taux annuel de 6% (intérêts composés).

- a) Calculer la valeur actuelle à 5% le 1^{er} janvier 2013 des six versements de 10 000F non échus ;
- b) Calculer le montant de chacun des dix versements annuels, le premier ayant lieu le 1^{er} janvier 2014.

Exercice 5

Une personne économise, chaque mois, une somme à peu près constante qu'elle peut placer de la façon suivante :

Elle effectue, d'abord, des versements mensuels, à un taux de placement annuel de 4%. La capitalisation est mensuelle et le départ des intérêts se fait à la fin du mois de versement.

Dès qu'elle a constitué un capital de 5 000 000F, elle peut retirer cette somme et faire un nouveau placement au taux annuel de 5,50%.

Pour obtenir la somme de 5 000 000F par le premier placement, elle hésite entre deux procédés :

- a) placer mensuellement une somme fixe qui lui donnerait 5 000 000F au bout de 2 ans ;
- b) placer mensuellement une somme de 200 000F et compléter lors du retrait des 5 000 000F (pour le second placement) par une légère soulte.

1° Calculer le versement mensuel correspondant au premier procédé (a).

2° Déterminer pour le second procédé (b) le nombre de versements nécessaires, ainsi que la valeur de la soulte.

3° Quel sera le capital définitivement constitué au bout d'une période de 10 ans ?

Exercice 6

1° une personne place chaque 31 décembre ses économies de l'année, soit 2 000 000F à intérêts composés à 5% l'an. Elle pensait réaliser ce versement pendant 20 ans.

Quelle eût été la valeur acquise au moment de dernier versement ?

En fait, à partir du onzième versement, elle a pu placer chaque année une somme de 3 000 000F.

De combien augmentera la valeur acquise au moment du dernier versement ?

Quelle est cette nouvelle valeur ?

Vérifier le résultat trouvé en totalisant la valeur acquise à cette même date par les dix premiers versements et la valeur acquise par les dix derniers.

2° le capital ainsi constitué sert à l'achat d'une maison, mais il est insuffisant ; l'acheteur s'engage à verser pendant 5ans en fin d'année, le premier versement se faisant 1 an après l'achat, une annuité de 5 100 000F au taux de 6%.

Combien manquait-il au moment de l'achat ? (Arrondir à la centaine de francs supérieure)

Quel eût été le taux si l'acheteur s'était libéré en 10 ans au lieu de 5 par un versement annuel de 2 900 000F ?

Exercice 7

Un négociant achète un fonds de commerce estimé 15 000 000F. Il paye 3 000 000F comptant et s'engage à s'acquitter du reste par huit versements annuels égaux, le premier ayant lieu 2 ans après l'acquisition.

**Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion
Proposés par NGNIE**

Le taux annuel étant de 5%, calculer le montant de chacun de ces versements.

Après avoir payé le troisième versement, le négociant obtient de s'acquitter par 6 annuités à terme échu, mais à un taux supérieur. Sachant que chaque annuité est égale à 1 709 320F, calculer le nouveau taux.

Exercice 8

Une société projette un important investissement et veut effectuer dans ce but plusieurs placements successifs :

Dates prévues	Sommes prévues
1 ^{er} janvier 2008	6 000 000F
1 ^{er} janvier 2010	3 600 000F
1 ^{er} janvier 2011	9 000 000F

1° Ces placements étant effectués au taux annuel de 4%, quel sera le capital total constitué le 1^{er} janvier 2012 ?

2° Au lieu d'effectuer ces placements, cette société pourrait verser régulièrement chaque année trois sommes égales les 1^{er} mai, 1^{er} septembre et 1^{er} janvier.

- Quel est le taux correspondant à cette période de capitalisation de 4 mois, qui équivalent au taux annuel de 4% ?
- Calculé à ce taux, quel est le montant de chacun des versements qu'il faudrait effectuer du 1^{er} mai 2008 au 1^{er} janvier 2012 compris pour obtenir le 1^{er} janvier 2012 le capital trouvé à la première question ?

Exercice 9 (extrait BTS)

Un établissement financier propose à des acheteurs éventuels d'appartement deux modes de règlement :

A- Epargne – Crédit

Le souscripteur verse au début de chaque semestre et pendant 8 ans (soit 16 versements) une somme K. Au début de la 5^e année (date du neuvième versement), il entre possession. Le prix de l'appartement, s'il était payé comptant à cette date, est considéré comme égal au total des valeurs acquises des neuf premiers versements et des valeurs actuelles des sept derniers. Les intérêts composés étant calculés à 3% par semestre, on demande :

- D'évaluer en fonction de K le prix de l'appartement ;
- De calculer K si le prix comptant est de 10 000 000F.

B- Versement comptant et crédit

Le prix comptant étant désigné par S, le souscripteur verse à l'entrée en possession la somme $\frac{S}{2}$. Le paiement de la partie restante est ainsi déterminé :

- La somme $\frac{S}{2}$ est majorée de ses intérêts simples à 6% pendant 4 ans.
- Le résultat obtenu, divisé par 8 est égal à une somme Z qui doit être payée à la fin de chaque semestre pendant 4 ans.

On demande :

- Pour $S = 10\,000\,000F$ de calculer Z ;
- A quel taux, par semestre, il faut estimer à intérêts composés, les huit versements Z pour que leur valeur actuelle à la date d'entrée en possession soit égale à $\frac{S}{2}$
- De calculer le taux annuel équivalent et le taux trimestriel équivalent.

Exercice 10

1. Vous désirez acquérir un appartement valant 20 000 000F. Le constructeur – promoteur vous fait les conditions suivantes.

1^{ère} Solution : 5 000 000F au comptant et le solde en 20 trimesrialités égales à 750 000F. La première étant versée le 15 avril 2008

2^{ème} Solution : Remplacer les 4 versements trimestriels par 2 versements semestriels payés en fin de période, le premier se montant à x francs, le second à y francs.

- Quelle est la relation qui lie x et y afin que les 2 versements semestriels soient équivalents aux 4 versements trimestriels de la 1^{ère} solution ? les calculs seront faits au taux annuel de 6%.
- Déterminer x et y dans le cas où le rapport entre le premier et le second versement est égal à 3/2.

2. Vous choisissez finalement de payer 5 annuités de fin d'année variant en progression arithmétique, la première de ces annuités s'élevant à 1 000 000F.

Déterminer la raison de cette progression pour que ces cinq annuités soient équivalentes aux 20 versements trimestriels, le taux annuel restant égal à 6%.

Nota : tous les résultats seront arrondis au franc le plus voisin.

Exercice 11

Pour rembourser une dette contractée le 1^{er} janvier 1992, au taux de 5%, un débiteur doit verser 15 annuités constantes de 9 000 000F, la première étant versée le 1^{er} janvier 1993.

- 1) **Quel est le montant de l'emprunt ?**
- 2) **Dans le courant de l'année 1992, il a proposé à son créancier de ne verser aucune annuité et d'éteindre sa dette par un versement unique au 1^{er} juillet 1996. Quel serait le montant de ce versement unique ?**
- 3) **Le créancier ayant rejeté cette proposition, il est convenu que le débiteur acquittera les six premières annuités et qu'il se libérera définitivement par un versement au 1^{er} janvier 1999. Quel sera le montant de ce versement ?**

Nota : Arrondir les résultats à 1F près.

Les emprunts indivis

Exercice 1

- A- Un emprunt indivis de 50 000 000F est remboursable par fractions égales (amortissements constants) en 10 ans. Sachant que le total des 10 annuités prévues est de 63 750 000F, **trouver le taux nominal de l'emprunt.**
- B- Immédiatement après le paiement de la 6^e annuité, prêteur et emprunteur décident, le taux d'intérêt ayant baissé sur le marché, que le capital restant dû à cette date sera remboursé par 4 annuités constantes de 5 509 800F, la première étant versée un an après.
- a) **Quel est le nouveau taux utilisé ?**
 - b) **Calculer le montant du 10^e amortissement.**
 - c) **Présenter le tableau d'amortissement relatif aux 4 dernières années de remboursement de l'emprunt.**
 - d) **Calculer la somme totale versée par l'emprunteur pendant ces 10 ans.**

Exercice 2

On considère un emprunt dont le service est assuré par n annuités constantes. On pose :

- ✓ Capital emprunté : V_0 ;
- ✓ Annuité : a ;
- ✓ Amortissement d'ordre p : D_p ,
- ✓ Intérêt compris dans l'annuité d'ordre p : I_p ,
- ✓ Taux annuel d'intérêt pour 1F : i .

A-

- 1) **Quelle est la somme dont l'intérêt est égal à $I_1 - I_2$? Pourquoi ?**

- 2) **Démontrer la relation :**
$$\frac{D_2}{I_1 - I_2} = \frac{1+i}{i}$$

B- on donne :

$$I_1 - I_2 = 14\,482,08 \quad ; \quad D_2 = 304\,123,68 \quad ; \quad V_0 = 12\,000\,000$$

Calculer : i ; D_1 ; a ; D_n ; n

NB: le calcul de n devra être obligatoirement effectué par logarithmes, le détail des calculs sera indiqué sur la copie, l'emploi des tables financières est interdit.

Exercice 3

Le tableau d'amortissement d'un emprunt dont le service est établi par les annuités constantes donne les renseignements suivants :

- Intérêts payés l'avant-dernière année : 10 250F
- Intérêts payés la dernière année : 5 250F

Différence des intérêts payés à la fin des deux premières années : 3 384,20F

1° Que représente la différence des intérêts payés à la fin de deux années consécutives ?

2° Calculer dans l'ordre :

Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion
Proposés par NGNIE

- a) le taux d'intérêt ;
- b) le dernier amortissement ;
- c) l'annuité ;
- d) le premier amortissement ;
- e) la somme empruntée

Exercice 4

On donne le tableau d'amortissement suivant relatif à un emprunt remboursable par annuités constantes :

Période	Capital dû en début de période	Intérêts	Amortissements	Annuités
P		722,57	1 794,98	
P + 2			2 055,07	

- a) Calculer le taux de l'emprunt
- b) Compléter le tableau d'amortissement sachant que $P = 2$.
- c) Après le versement de la P^e annuité, on substitue à l'emprunt ci-dessus un emprunt à semestrialité constante au taux semestriel équivalent au taux annuel de 6%, remboursable en 4 ans, la première semestrialité étant payable à l'époque $P + 1$.

Calculer le montant d'une semestrialité.

Exercice 5

Un emprunt indivis à intérêts composés est remboursable par annuités constantes. On dispose des renseignements suivants :

1^{er} amortissement : $A_1 = 6\,902,90$

4^e amortissement : $A_4 = 8\,695,67$

8^e amortissement : $A_8 = 11\,830,36$

- a) Calculer, sans utiliser les tables financières, le taux de l'intérêt.
- b) L'annuité constante étant égale à 14 902,90. Calculer le montant de l'emprunt.
- c) Calculer le nombre de d'annuités

Exercice 6

A l'expiration d'un contrat d'épargne-logement, une personne obtient un prêt remboursable en 24 trimestrialités constantes de fin de période, la première échéant le 5 juillet 2004.

Les 2^e et 3^e lignes du tableau d'amortissement qui a été établi se présentent ainsi :

N° d'ordre	Echéance	Capital restant dû	Amortissement	Intérêt	Trimestrialités
1	5 juillet 2004
2	5 octobre 2004	38 515,00	1 499,63	379,37	1 879,00
3	5 janvier 2005	37 015, 37	1 514,40	364,60	1 879,00
.....
.....
24

- a) Calculer le taux d'intérêt trimestriel.
- b) Calculer le taux annuel équivalent à ce taux trimestriel.
- c) Calculer le montant du prêt.
- d) Calculer le montant du dernier amortissement, puis reconstituer la dernière ligne du tableau d'amortissement

Exercice 7

Un emprunt de 50 000 000F, au taux de 12%, est remboursable en 10 annuités. Les quatre premières annuités sont égales entre elles ; les six dernières annuités sont en progression géométrique de raison 1,05 (la 5^e annuité est égale au produit de la 4^e par 1,05).

- a) Déterminer le montant des 4 premières annuités.
- b) Déterminer le montant du 1^{er} amortissement, du 6^e amortissement, du 10^e amortissement.
- c) Présenter le tableau d'amortissement.

Exercice 8

Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion
Proposés par NGNIE

Le treizième amortissement d'un emprunt indivis à annuités constantes s'élève à 10 000F, le vingt-cinquième et dernier à 19 012,07F

Calculer :

- 1) Le taux de l'emprunt ;
- 2) Le premier amortissement ;
- 3) La somme empruntée ;
- 4) L'annuité constante ;
- 5) Etablir la treizième ligne du tableau d'amortissement.

Exercice 9

Un emprunt est amortissable en 10 ans, par annuités constantes. Sachant que le troisième amortissement est de 2 103,70F et le sixième de 2 435,30F, calculer dans l'ordre :

- 1° Le taux de l'emprunt ;
- 2° Le capital emprunté ;
- 3° L'annuité constante ;
- 4° Le capital restant dû à la fin de la 8^e année.

NB : les calculs devront être obligatoirement effectués par les logarithmes.

Exercice 10

Le premier amortissement d'un emprunt remboursable par annuités constantes, en 12 ans, s'élève à 704 621F. Sachant que le onzième amortissement s'élève à 946 951,40F, on demande :

- 1° Le taux de l'emprunt (qui ne comporte qu'un chiffre unique significatif)
- 2° Le montant de l'annuité constante ;
- 3° Le montant de l'emprunt ;
- 4° La charge financière relative à la troisième annuité

Exercice 11

Dans un emprunt d'un nominal V remboursable en six annuités constantes, le rapport du troisième amortissement M_3 au premier amortissement M_1 est égal à 1,0816. La différence entre le troisième amortissement M_3 et le premier amortissement M_1 est de 3 690,66F

Calculer dans l'ordre :

- 1° Le premier amortissement,
- 2° Le taux i de l'emprunt
- 3° Le nominal V de l'emprunt ;
- 4° Le montant de l'annuité

On donne : $(1 + i)^6 = 1,265 319$

Nota : Aucune table n'est autorisée.

Exercice 12

On a emprunté 100 000F que l'on doit rembourser en 20 termes annuels égaux pour la première fois dans 9 mois et d'après le taux annuel 6%. Calculer ce terme annuel.

Après avoir payé huit termes, on majore de 2 000F chacun des termes suivants.

Combien faudrait-il payer de ces nouveaux termes pour se libérer entièrement ?

On effectuera le versement supplémentaire éventuel 3 mois après le dernier versement complet.

Exercice 13

Un emprunt du type classique est remboursable par annuités constantes en 4 ans. La somme des deux premiers amortissements est de 46 855,47F et la somme des deux derniers est de 53 144,53F

Déterminer dans l'ordre :

- a) Le taux de cet emprunt,
- b) Le montant du premier amortissement,
- c) Le montant de l'annuité constante.

Exercice 14

Une personne emprunte une somme V qu'elle doit rembourser en dix annuités annuelles constantes, la première étant versée 1 an après l'emprunt.

La somme du sixième et du quatrième amortissement est égale à 19 350,68F ; la différence entre ces amortissements est égale à 943,38F.

Calculer dans l'ordre :

- a) **Le taux de l'emprunt,**
- b) **Le dernier amortissement,**
- c) **L'annuité,**
- d) **Le montant de l'emprunt.**

Immédiatement après le paiement de la 7^e annuité, l'emprunteur décide de rembourser intégralement le solde de sa dette. A cet effet il se procure des ressources nouvelles auprès d'une banque. On demande le montant de ce nouvel emprunt, sachant qu'il doit permettre d'achever le remboursement du premier emprunt et d'acquérir un immeuble d'une valeur de 124 732,69F.

Exercice 15

Un commerçant contracte un emprunt remboursable par annuités constantes versées en fin de périodes. La première annuité est versée le 31 décembre 1965, la dernière le 31 décembre 1971.

Sachant que le produit des deux premiers amortissements est égal à 6 625 000F et leur somme à 5 150F, calculer dans l'ordre :

- a) **La valeur du premier amortissement et celle du second,**
- b) **Le taux de l'emprunt,**
- c) **Le montant de l'emprunt (on arrondira le résultat au millier de francs le plus proche),**
- d) **Le montant de l'annuité (on arrondira le résultat à la dizaine de francs la plus proche).**

Exercice 16(extrait BTS 2003)

Monsieur ABANDA a acheté une maison de 18 000 000F à la Cité SIC financé de la manière suivante :

- 2/5 par ses économies ;
- Le solde par emprunt contracté auprès du Crédit Foncier qui propose 2 modes de remboursement :

1^{er} mode : Remboursement selon le système classique français aux conditions suivantes :

- Taux annuel : 10,25%
 - Capital restant dû après le versement de la 7^e semestrialité : 5 275 529,79F
 - La première semestrialité est payable 6 mois après l'octroi du prêt
- 1) **Calculer la durée de remboursement du prêt ;**
 - 2) **Calculer la valeur de la semestrialité constante ;**
 - 3) **Calculer la charge financière de la 1^{ère}, 2^e et 3^e semestrialité.**
 - 4) **Présenter les 3 premières lignes du tableau d'amortissement de cet emprunt.**

2^e mode : Remboursement par trimestrialités constantes à amortissements différés aux conditions suivantes :

- Taux trimestriel : 2,5%
 - Pendant les 4 premiers trimestres, Monsieur ABANDA ne s'acquitte que des intérêts sur le montant de l'emprunt.
 - Paiement de 20 trimestrialités à partir du 5^e trimestre pour le remboursement de l'emprunt.
- 5) **Calculer la valeur des 4 premiers versements trimestriels ;**
 - 6) **Calculer la valeur de chaque trimestrialité constante.**

Exercice 17(extrait BTS)

La société MCK réalise un investissement de $C = 80\,000\,000V$ le 1/5/1990.

Elle finance $C_0 = 25\,000\,000F$ sur fonds propres et contracte un emprunt indivis pour le solde. Le remboursement s'effectue en 17 annuités du 1/5/1991 au 1/5/2007. L'amortissement est différé pendant deux ans (donc pas d'amortissement le 1/5/1991 et le 1/5/1992). Les quinze autres annuités suivante sont en progression géométrique de raison $q = 1,04$. Le taux est variable $i_1 = 6\%$ à partir du 1/5/1990, $i_2 = 7\%$ à partir du 1/5/1992, et $i_3 = 12\%$ à partir du 1/5/1997.

Travail à faire :

- 1) **Calculer les deux premières annuités**

On désigne par a l'annuité du 1/5/1993

Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion
Proposés par NGNIE

- 2) Donner la relation qui existe entre C , C_0 , a , i_2 , i_3 et q
- 3) Calculer a
- 4) Quelle est l'égalité permettant de trouver le taux effectif de cet emprunt.

Exercice 18 (extrait BTS)

A- Une société de crédit immobilier prêtait des capitaux remboursables par annuités constantes au taux de 0,06 ; la première annuité étant versée 1 an après l'emprunt (Formule n° 1)

Pour un emprunt de 1 000 000F remboursable en 10 ans,

- 1) Dresser les 3 premières lignes du tableau d'amortissement ;
- 2) Déterminer le montant du dernier amortissement ;
- 3) Déterminer le capital restant dû après le versement de la huitième annuité.

B- La société décide à partir du 1^{er} janvier 1987 de modifier les conditions de remboursement pour les prêts qu'elle consentira après cette date. Le taux annuel reste fixé à 6%. Mais elle demande à ses emprunteurs un effort de remboursement plus important au cours des premières années. Ainsi, pour un prêt de 1 000 000F remboursable en 10 ans, la première annuité étant payable un an après l'emprunt, elle fixe le montant des cinq premières annuités à 160 000F (formule n° 2)

Déterminer :

- 1) Le montant des cinq dernières annuités constantes ;
- 2) Le montant du dixième amortissement ;
- 3) Le capital restant dû après le versement de la huitième annuité.

C- Ce type d'emprunt n°2 n'ayant pas reçu un accueil favorable, la société envisage une troisième formule pour les prêts après le 1^{er} janvier 1988. Elle demandera désormais 20 versements constants, le premier ayant lieu 6 mois après l'emprunt. Le taux annuel reste fixé à 6%. Pour un emprunt de 1 000 000F,

- 1) Calculer le montant des versements semestriels ;
- 2) Calculer le capital restant dû après le septième versement ;
- 3) Démontrer que le capital restant dû au début de chaque année est le même que dans le cas n°1

D- La société étudie un dernier type de prêt (formule n°4). Le débiteur devra se libérer en 20 versements semestriels égaux à la moitié de l'annuité exigée dans la formule n°1

Déterminer le taux annuel de placement.

Exercice 19

Pour financer son projet, TAGNE a emprunté 20 000 000F auprès d'une banque de la place, au taux de 4% l'an et remboursable par annuités constantes. Le capital restant dû en fin de la 5^e année est de 10 977 387,56F

- 1) Calculer la durée de l'emprunt ;
- 2) Calculer l'annuité constante ;
- 3) Après avoir payé la 6^e annuité, TAGNE convient avec sa banque de se libérer du reste par versement unique 8 ans après. Calculer le montant du versement unique.

Emprunts obligataires

Exercice 1

Pour financer un projet de développement, une communauté urbaine a choisi deux modes de financement :

1^{er} mode : Financement par emprunt auprès d'une banque d'un montant de 200 000 000FCFA. Le contrat stipule que la communauté urbaine doit se libérer par 15 annuités constantes calculées au taux de 6% l'an et payable par moitié au début de chaque semestre, la première dans 6 mois ; la deuxième dans douze mois ; la troisième dans 18 mois ; etc.

- 1) Quel est le montant de chacune des semestrialités ?
- 2) Décomposer la 1^{ère} et la dernière annuité en intérêt et amortissement

Après le paiement de la cinquième annuité la communauté urbaine décide de régler 60% du capital restant dû grâce à une subvention de l'Etat et de s'acquitter du reste en 8 trimestrialités constantes, la première trimestrialité venant à échéance dans 6 mois au taux annuel de 6%

- 3-1) Calculer le capital restant dû après le paiement de la 5^{ème} annuité
- 3-2) Calculer le montant de la trimestrialité constante.

**Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion
Proposés par NGNIE**

2^{ème} mode : Financement par émission d'un emprunt obligation à la bourse de Douala : valeur nominale 45 000F ; prix d'émission 97%, prix de remboursement 50 000F ; coupon annuel 2 250F. Amortissement par tirage au sort annuel.

Amortissement de la 1^{ère} année : 226 400 000F ; intérêt payé la dernière année 22 500 000F

- 4-1) Calculer le nombre de titres amortis la Première année
- 4-2) Calculer le nombre d'obligation à amortir la dernière année
- 4-3) Calculer la durée de l'emprunt
- 4-4) Calculer le taux de rendement actuariel d'un souscripteur remboursé au 7^{ème} tirage

Exercice 2

On considère un emprunt obligataire dont les caractéristiques sont :

- Valeur nominale d'une obligation : $C = 450$
- Prix de remboursement d'une obligation : $R = 500$
- Taux nominal d'intérêt 5% ($i = 0,05$)

Annuités constantes. Amortissements par tirages au sort annuels. On lit sur le tableau d'amortissement :

- ✓ Amortissement pour la première année : 2 264 000F
- ✓ Montants des coupons la dernière année : 225 000F.

Déterminer :

- 1) le nombre d'obligations amorties au premier tirage ;
- 2) le nombre d'obligations amorties la dernière année ;
- 3) la durée de l'emprunt ;
- 4) le montant des coupons et le montant des amortissements compris dans la seizième annuité.
- 5) Le taux réel de placement pour les obligations remboursées au 16^e tirage, sachant que les obligations ont été émises à 440F, et que l'obligataire ne supporte aucune charge.
- 6) Le taux de rendement moyen à l'émission ou encore le taux de rendement moyen pour l'ensemble des obligations.

Nota : les calculs seront arrondis à l'unité proche

Exercice 3

La société de constructions navales de l'atlantique (S.C.N.A.) a émis un emprunt obligataire amortissable en 20 ans par annuités constantes.

Premier tirage : 1an après l'émission de l'emprunt, coïncidant avec le paiement du premier coupon d'intérêt. Les titres ont une valeur nominale de 100F portant intérêt à 5%, et ont été émis au prix de 95F, valeur de remboursement : 100F. Sur les sommes brutes encaissées, il y a eu 10% de frais et commissions et divers.

- 1) Sachant qu'au quatrième tirage il a été remboursé 97 titres (chiffre théorique exact 97,49) de plus qu'au troisième tirage, calculer le nombre de titres sortis au premier tirage.
- 2) Déduire du résultat trouvé le nombre total de titres émis (arrondir à la dizaine la plus proche) le nominal de l'emprunt et l'annuité constante théorique.
- 3) Quel est le montant de la somme nette que désirait se procurer la S.C.N.A. ? (On arrondira aisément)

Exercice 4

Une société industrielle a émis 9 000 obligations 4,50% de 200F nominal, amortissable en 15 ans, remboursables à 220F, les nombres de titres amortis chaque année étant égaux.

- 1) Etablir la loi de succession des annuités ;
- 2) Dresser le tableau d'amortissement ;

Nota : coupons et amortissements sont annuels

Exercice 5

Une société industrielle émet 12 000 obligations 4,50% de valeur nominal 200F amortissables en 15 ans et remboursables à :

- ✓ 210F pour les cinq premières années ;
- ✓ 219F pour les cinq années suivantes ;
- ✓ 228F pour les cinq dernières années,

Les nombres de titres amortis chaque année sont égaux, coupons et amortissements annuels.

- 1) Etudier la variation des amortissements et des annuités de cet emprunt.
- 2) Dresser le tableau d'amortissement.

Exercice 6

Une société émet N obligations de valeur nominale C , taux annuel i pour $1F$, remboursables à R francs en n années, par tirages au sort, le premier dans 1 an, le deuxième dans 2 ans, etc, l'annuité restant sensiblement constante.

- 1) **Montrer que les nombres A_1, A_2, A_3 , d'obligations sorties aux tirages successifs, forment une progression géométrique dont la raison $(1 + r)$ sera exprimée en fonction de C, R et i .**

On admettra qu'il suffira d'établir que $A_2 = A_1 (1+r)$

- 2) **Trouver l'expression :**

- a) **Du nombre A_1 d'obligations sorties au premier tirage en fonction de N, r et n**
b) **De l'annuité constante a en fonction de C, N, i, r et n .**

Application numérique :

- ✓ $N = 10\ 000$ obligations ;
- ✓ $C = 100F$;
- ✓ $I = 5,50\%$;
- ✓ $R = 110F$;
- ✓ $n = 20$ années.

- 3) **sans appliquer d'autre formule que celle donnant la somme des termes d'une progression géométrique, trouver le nombre N_{10} d'obligations vivantes immédiatement après le dixième tirage de N et de $(1+r)^{10}$, puis la valeur numérique de N_{10} .**

Exercice 7

Une société a émis un emprunt-obligations au taux de 5,50% remboursable par annuités sensiblement constantes. La valeur nominale et le prix de remboursement des obligations sont de 200F. Le capital total remboursé après le 7^e tirage est de 1 844 600F.

On demande :

- 1) **le nombre d'obligations remboursées après le 7^e tirage ;**
- 2) **le nombre d'obligations remboursées au 1^{er} tirage (arrondir au multiple de 5 le plus proche) ;**
- 3) **le montant de l'emprunt sachant que l'annuité est de 498 000F (annuité théorique : 498 130F) ;**
- 4) **La durée de l'emprunt ;**
- 5) **En supposant que la société rembourse les obligations au-dessus du pair, soit 220F, quel serait dans ce cas le montant de l'annuité théorique ?**

Exercice 8 (extrait BTS)

Un emprunt obligataire est remboursable au pair par tirages au sort annuels. Les annuités sont sensiblement constantes, en tenant compte du fait que les nombres successifs de titres amortis sont arrondis à la dizaine la plus proche.

On extrait des premières lignes du tableau d'amortissement les renseignements suivants :

Années	Nombres d'obligations		Amortissements	Coupons	Annuités réelles
	Vivantes	Amorties			
1					796 000
2		2 460		304 370	
3		2 590			795 310
4				248 820	

Travail à faire :

- 1) **Que représente la différence entre le montant des coupons N° 2 et celui des coupons N° 4 ?**
- 2) **Calculer le nombre d'obligations vivantes avant le troisième tirage. En déduire la valeur nominale d'un titre et le taux de l'emprunt.**
- 3) **Quel est le nombre d'obligations émises ?**
- 4) **Calculer la durée de l'emprunt, sachant que la première annuité est égale – à quelques francs près – à l'annuité théorique.**

Exercice 9

1° La société ATHENA émet un emprunt indivis classique dont le service est assuré par n annuités constantes.

On dispose des renseignements suivants :

- Nominal de l'emprunt : $V = 14\ 000\ 000$
- Montant du 2^e amortissement : $m_2 = 241\ 534,692$
- Différence entre les intérêts de la 1^{ère} année et les intérêts de la 2^e année : 13 133,092

Calculer :

Travaux pratiques sur les Techniques Quantitatives de Gestion BTS Comptabilité et Gestion
Proposés par NGNIE

- a) le taux i
- b) l'annuité constante a
- c) le dernier amortissement m_n
- d) la durée de l'emprunt n .

Nota : la recherche de n sera faite obligatoirement en utilisant les logarithmes et tous les calculs devront figurer sur la copie. L'emploi des tables financières est interdit pour la détermination de la durée de l'emprunt.

2° Lors du paiement de la 13^e annuité, la société ATHENA rembourse l'emprunt par anticipation avec les fonds provenant de l'émission d'un emprunt-obligations dont il sera question dans la 3^e partie du problème.

On demande de déterminer le montant du versement global qui devra alors effectuer la société ATHENA.

3° Dans le but de procéder au remboursement anticipé de l'emprunt indivis, la société ATHENA émet un emprunt-obligations de 10 800 000F comprenant 54 000 titres. Cet emprunt est remboursable en 18 annuités constantes, la première étant payable dans un an. Les obligations sont émises au pair et remboursées au prix R . Elles reçoivent un coupon annuel de 9F. On sait que l'annuité théorique s'élève à 959 768,595F

- a) Déterminer le prix de remboursement R .
- b) **Déterminer le prix auquel il faudrait acheter l'obligation aussitôt après le 12^e amortissement pour réaliser un placement à 7% (arrondir le résultat au franc le plus voisin).**
- c) On suppose maintenant que la société ATHENA rembourse les obligations aux valeurs suivantes :

R pour les premières années

$R+9$ pour les 6 années suivantes

$R+18$ pour les 6 dernières années

De plus, les nombres de titres amortis chaque année sont égaux.

On demande :

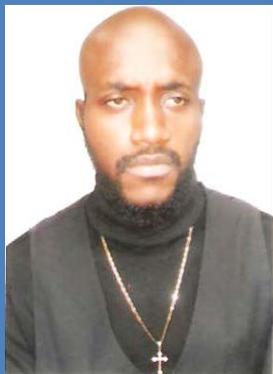
- **D'étudier la variation des amortissements et des annuités en donnant toutes les justifications utiles**
- **D'établir les lignes 1, 6, 7, 12 et 13 du tableau d'amortissement.**

Exercice 10 (extrait BTS)

Un emprunt répond aux caractéristiques suivantes : nombre d'obligations émises 50 000, nominal du titre 10 000F, valeur d'émission 9 975F, valeur de remboursement 10 000F, taux d'intérêt 14%.

L'emprunt sera remboursé par annuité constante.

- 1) **Sachant qu'il a été amorti à la dernière échéance 6 000,3 obligations de plus qu'à la première, calculer le montant de l'annuité constante et le nombre d'échéances**
- 2) **Présenter les deux premières et la dernière ligne du tableau d'amortissement de cet emprunt. Arrondir à l'entier le plus voisin les nombres annuels d'obligations amorties.**
- 3) **Calculer, à l'émission, le taux moyen de rendement de cet emprunt.**



Bertrand NGNIE

*Chercheur ès Sciences de Gestion à
l'Université de Yaoundé II-SOA au
Cameroun*

bertrandngnie@ymail.com