Mathématiques Financières

Chapter · January 2014

1 author:

Anthony Miloudi
La Rochelle Business School

Semestre 2

UE 2.2 Outils et techniques de gestion - Approfondissement

M 22 07 Mathématiques financières

Le chapitre est sur 50% théorie / 50% pratique

Objectifs du module :

Appréhender l'effet du temps sur les flux financiers

Compétences visées :

Calculer l'un des 4 paramètres (capital initial, capital final, taux, durée) connaissant les 3 autres, dans le cas d'un placement à intérêts simples ou composés
Calculer la valeur acquise d'une suite d'annuités
Réaliser un tableau d'amortissement d'emprunt (à la main et sur un outil de calcul)
Calculer et utiliser la valeur actuelle
Calculer un taux annuel effectif global (TAEG)

Mots clés :

Suites arithmétiques et géométriques (programmes du lycée)

Auteur(s)

Anthony Miloudi est professeur HDR en finance au Groupe Sup de Co La Rochelle, et chercheur au laboratoire CRIEF de l'Université de Poitiers.

1

Principe du calcul financier

Pour un gestionnaire financier, toute décision financière est prise en fonction de son coût et/ou de sa rentabilité financière. En particulier, la valeur d'un actif représente, pour le gestionnaire financier, une valeur marchande. Il s'agit du prix auquel il pourrait acquérir cet actif dans le cas d'une décision d'investissement ou du prix qu'il pourrait en obtenir dans le cas d'une cession. Dans cette optique, la valeur comptable ou coût historique ne présente que peu d'intérêt, hormis les implications fiscales. Les états financiers comptables (bilan, compte de résultat, état des flux de trésorerie, annexes), réévalués ou non, reflètent le passé ; la finance concerne l'aléatoire avenir. On peut ainsi résumer cette discipline par cet adage : *« En finance, tout est avenir, risque et valeur ».* La dimension temporelle des décisions financières nécessite d'utiliser des règles de calcul adaptées à l'évaluation de ces décisions. Ce chapitre a pour objectif de présenter les principes financiers fondamentaux et les techniques associées.

1 capitalisation et actualisation

Intuitivement, on peut comprendre que la disponibilité immédiate d'une somme d'argent est plus utile à un individu, ou à une entreprise, que la disponibilité de cette même somme à une date plus éloignée dans le temps. Cette intuition a été théorisée : il s'agit de la préférence pour la liquidité. Ainsi, « *l'équivalent futur* » d'une somme est plus élevé que sa valeur aujourd'hui. Techniquement, pour déterminer l'équivalent futur d'une valeur actuelle, on utilise la capitalisation et, réciproquement, pour déterminer la valeur actuelle d'une valeur future, on utilise l'actualisation.

1.1 Le principe de capitalisation

Considérons un investisseur qui effectue le placement d'un certain capital pour une durée déterminée et à un taux de capitalisation donné. Quelle est la valeur future, ou acquise, de son investissement?

Soient C_0 le capital investi, r le taux de rémunération du placement, n la durée ou horizon du placement en nombre de périodes (ex. années). La valeur acquise **C_n** par l'investissement dans n années est donnée par les formules suivantes :

Principe des intérêts simples

Le système des intérêts simples correspond au cas où les intérêts sont versés à la fin de chaque période. De ce fait, le capital sur lequel porte les intérêts est toujours égal au capital initial. Au terme du contrat, le capital acquis est égal au capital initial plus les intérêts de chaque période.

$$\boldsymbol{C_n = C_0 + rC_0 + rC_0 + \cdots + rC_0}$$

$$\boldsymbol{C_n = C_0 \,.\, (1 + nr)}$$

Principe des intérêts composés

Le système des intérêts composés correspond au cas où le capital et les intérêts sont versés en totalité à la fin du contrat. Les intérêts ne sont pas versés mais accumulés. De ce fait, à chaque début de période, le capital donnant droit à des intérêts futurs augmente du montant des intérêts de la période précédente. En bref, *« les intérêts sont porteurs d'intérêts »*.

Le tableau suivant expose le récapitulatif des opérations :

Période de temps	Capital investi en début de période	Intérêts versés en fin de période	Valeur acquise en fin de période
$[0\,;\,1[$	C_0	rC_0	$C_1 = C_0 + rC_0$ $= C_0(1+r)$
$[1\,;\,2[$	$C_1 = C_0(1+r)$	rC_1 $= rC_0(1+r)$	$C_2 = C_0(1+r) + rC_0(1+r)$ $= C_0(1+r)^2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$[t-1;\,t[$	C_{t-1} $= C(1+r)^{t-1}$	rC_{t-1} $= rC_0(1+r)^{t-1}$	C_t $= C_0(1+r)^{t-1} + rC_0(1+r)^{t-1}$ $= C_0(1+r)^t$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$[n-1;n[$	C_{n-1} $= C(1+r)^{n-1}$	rC_{n-1} $= rC_0(1+r)^{n-1}$	C_n $= C_0(1+r)^{n-1} + rC_0(1+r)^{n-1}$ $= C_0(1+r)^n$

$$\boldsymbol{C_n = C_0 \,.\, (1 + r)^n}$$

1.2 Le principe d'actualisation

« *L'actualisation est l'opération inverse à celle de la capitalisation* ». Par la technique de la capitalisation, on projette la valeur présente dans le futur ; par la technique de l'actualisation, on désire déterminer la valeur présente d'une valeur future. Cependant, l'actualisation ne doit pas être considérée comme une technique simple de calcul financier. C'est un mode de raisonnement qui sera utilisé dans de nombreuses décisions financières.

Considérons un investisseur qui souhaite disposer d'un certain capital dans un nombre de périodes donné, sachant que le taux est à un niveau donné. Quelle somme doit-il placer aujourd'hui pour obtenir ce capital dans le futur ?

Soient $\boldsymbol{C_n}$ le capital souhaité dans n périodes, r le taux de rémunération du placement, n la durée ou horizon du placement en nombre de périodes (ex. années). La valeur actuelle du capital futur est donnée par :

Principe des intérêts simples

$$\boldsymbol{C_0 = C_n / (1 + nr)}$$

Principe des intérêts composés

$$\boldsymbol{C_0 = C_n / (1+r)^n = C_n . (1+r)^{-n}}$$

1.3 Actualisation versus capitalisation

Techniquement, il est facile d'observer la relation entre la capitalisation et l'actualisation puisque :

$$\boldsymbol{C_n = C_0 . (1 + nr)} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{C_0 = C_n / (1 + nr)}$$

$$\boldsymbol{C_n = C_0 . (1 + r)^n} \quad \Leftrightarrow \quad \boldsymbol{C_0 = C_n / (1+r)^n = C_n . (1+r)^{-n}}$$

Exemple

- Quelle est la valeur acquise dans 2 ans par 100 € placés pendant 2 ans à intérêts composés de 10% l'an ?

$$\mathrm{C_2 = C_0 . (1 + r)^2 = 100 \times (1 + 10\%)^2 = 121}$$

Placer 100 euros aujourd'hui à 10% durant 2 ans permet de disposer d'un capital de 121 euros dans 2 ans.

- Si l'on veut obtenir un capital de 121 € dans 2 ans, quelle est la valeur actuelle qu'il faut placer aujourd'hui pendant 2 ans à intérêts composés de 10% l'an ?

$$C_0 = C_2 / (1+r)^2 = 121/(1 + 10\%)^2 = 100$$

Un capital de 121 euros dans 2 ans peut être obtenu en plaçant 100 euros à 10% durant ces 2 ans. On observe bien que 121 euros est la valeur acquise de 100 euros placés aujourd'hui durant 2 ans à un taux de 10% et, réciproquement, 100 euros est la valeur actualisée à un taux de 10% de 121 euros dans 2 ans.

Application

- Quelle est la valeur acquise dans 5 ans par 1000 € placés pendant 5 ans à intérêts composés de 5% l'an ?
- Si l'on veut obtenir un capital de 1000 € dans 5 ans, quelle est la valeur actuelle qu'il faut placer aujourd'hui pendant 5 ans à intérêts composés de 5% l'an ?

Correction

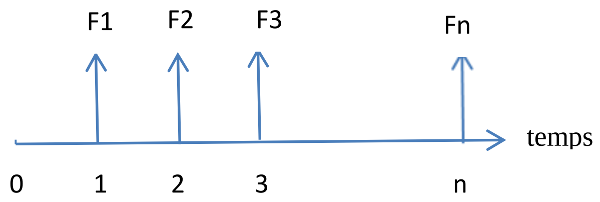
- Valeur acquise $C_5 = C_0(1 + r)^5 = 1000 \times (1 + 0{,}05)^5 = 1276{,}28$ €
- Valeur actuelle $C_0 = \frac{C_5}{(1+r)^5} = C_5(1+r)^{-5} = 1000/(1 + 0{,}05)^5 = 783{,}53$ €

2

Calcul financier et série de flux

En de nombreuses circonstances, le gestionnaire financier, comme le particulier, est confronté à une série de flux ou, plus exactement, à une suite de sommes versées à intervalles de temps égaux. Par exemple, le remboursement d'un emprunt s'effectue généralement par le versement de mensualités ; la constitution d'une épargne sur un livret peut aussi découlée du versement de mensualités. Il est important de noter que si, dans le langage courant, le terme mensualité est le plus usité, celui-ci correspondant à la périodicité la plus commune, à savoir, le mois ; en finance on parle d'annuité et ce quelle que soit la périodicité même si, à l'origine, l'annuité correspond bien à une période d'un an. Dans le cas d'une série de flux, la question se pose de savoir comment capitaliser en n une série de flux passés, ou encore, comment actualiser en 0 une série de flux futurs?

Le schéma ci-dessous expose la série de flux à laquelle correspondent les formules qui seront développées ci-après.



La séquence de flux ci-dessus est notée$F_1, F_2, F_3, \ldots, F_n$. Quel que soit t, le flux F_t se produit à la fin de la t$^{\text{ième}}$ période. L'horizon est de n périodes. Les périodes considérées ne correspondent pas forcément à des années, mais elles peuvent être quelconques : jours, mois, trimestres, semestres par exemple.

Toute modification de cette série, telle que l'ajout d'un flux aujourd'hui ($t = 0$), la suppression d'un flux à une date quelconque t, ou encore, une périodicité non constante, conduit à la modification des formules présentées. Pour cette raison, il est très utile de bien les maîtriser afin de pouvoir les modifier de manière adéquate si besoin est. Les raisonnements présentés ci-après s'effectuent sur la base des intérêts composés.

1 Capitalisation d'une série de flux

Capitaliser la série de flux, décrite par le schéma précédent, à la date n revient à déterminer un flux unique équivalent à tous les flux antérieurs à n. Quel que soit le flux F_t , sa valeur acquise en n est égale à $F_t \times (1+r)^{n-t}$, $n-t$ correspondant au nombre de périodes qui s'écoulent entre la date t et la date n La valeur acquise de l'ensemble des flux $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ n'est autre que la somme des valeurs acquises de chacun des flux, soit :

$$V_n = F_1(1+r_1)^{n-1} + F_2(1+r_2)^{n-2} + \cdots + F_n$$

Si les flux et le taux d'actualisation sont constants dans le temps : $F_1 = F_2 = \cdots = F_n = F$ et $r_1 = r_2 = \cdots = r_n = r$ alors la formule se simplifie et la valeur acquise de la série devient :

$$V_n = F \times \left[\frac{(1+r)^n - 1}{r}\right]$$

2 Actualisation d'une série de flux

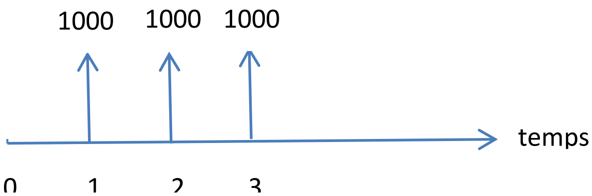
Actualiser en 0 la série de flux futurs, décrite par le schéma précédent, revient à déterminer un flux unique équivalent à tous les flux postérieurs à 0. Quel que soit le flux F_t , sa valeur actuelle est égale à $F_t/(1+r)^t$. La valeur actuelle de l'ensemble des flux $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ n'est autre que la somme des valeurs actuelles de chacun des flux, soit :

$$V_0 = \frac{F_1}{(1+r_1)^1} + \frac{F_2}{(1+r_2)^2} + \cdots + \frac{F_n}{(1+r_n)^n} = \sum_{t=1}^{n} \frac{F_t}{(1+r_t)^t}$$

Si les flux et le taux d'actualisation sont constants : $F_1 = F_2 = \cdots = F_n = F$ et $r_1 = r_2 = \cdots = r_n = r$ alors la formule se simplifie et la valeur actuelle de la série devient :

$$V_0 = F \times \left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right]$$

Exemple



- Quelle est la valeur acquise d'un versement d'une annuité constante de 1000 euro pendant 3 ans, le taux de placement étant de 10% ?

$$C_3 = 1000\,(1+10\%)^2 + 1000(1+10\%) + 1000 = 3310$$

- Quelle est la valeur actuelle d'un versement d'une annuité constante de 1000 euro pendant 3 ans, le taux de placement étant de 10% ?

$$C_0 = 1000\,(1+10\%)^{-3} + 1000(1+10\%)^{-2} + 1000(1+10\%)^{-1} = 2486.86$$

Application

- Actualiser les flux puis la série de flux :

	n = 1	**n = 2**	**n = 3**	**n = 4**
0 %	**100**	**100**	**100**	**100**
5 %				

Correction

- Les flux actualisés sont :

	n = 1	**n = 2**	**n = 3**	**n = 4**
0 %	**100**	**100**	**100**	**100**
5 %	95.24 = 100 / (1+5%)	90.70 = 100 / $(1+5\%)^2$	86.38 = 100 / $(1+5\%)^3$	82.27 = 100 / $(1+5\%)^4$

- La série de flux actualisé peut être obtenu par deux méthodes :

$$Valeur\ actuelle\ de\ la\ \text{série}\ de\ flux$$
$$=\ somme\ des\ valeurs\ actuelles$$
$$= 95.24 + 90.70 + 86.38 + 82.27 = 354.60$$

Ou

$$Valeur\ actuelle\ de\ la\ \text{série}\ de\ flux\ constants\ \text{à}\ un\ taux\ constant$$
$$= F \times \left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right]$$
$$=\ 100\ \times\ (1-(1+5\%)^{-4})/5\%\ =\ 354.60$$

3

Rôle du calcul financier

1 Opérations d'emprunt et de prêt

Un emprunt (ou prêt) consiste à la mise à disposition d'une somme d'argent par un prêteur à un emprunteur. L'emprunteur s'engage à rembourser la somme mise à disposition et rémunère le préteur pour le temps durant lequel il se dessaisit de la somme et le risque lié à ce dessaisissement, notamment le risque de non remboursement et/ou de non-paiement des intérêts ou de paiement partiel.

1.1 L'amortissement de l'emprunt

L'amortissement de l'emprunt précise les modalités de remboursement du capital emprunté. Généralement, l'emprunteur effectuera plusieurs décaissements échelonnés selon une périodicité constante. Il existe de nombreux modes d'amortissement. Quel que soit le mode d'amortissement, la valeur actuelle des annuités futures est toujours égale au montant de l'emprunt :

$$Capital\ emprunté = \ Valeur\ actuelle\ des\ annuités\ futures$$

Nous présentons ici deux types d'amortissement fondamentaux :

Par annuité constante

Le montant versé par l'emprunteur à chaque fin de période, comprenant le remboursement d'une part du capital et les intérêts dus, est fixe jusqu'au terme de l'emprunt. Selon le principe de l'actualisation, l'annuité constante est définie par la formule suivante :

$$Annuité\ cte = \frac{Capital\ emprunté\ \times Taux\ d'intérêt}{(1-(1+taux\ d'intérêt)^{-durée\ de\ l'emprunt}}$$

Cette formule découle directement de la formule d'actualisation d'une série de flux constants à un taux constant, en posant V_0 le montant de l'emprunt, F le montant de l'annuité, r le taux d'intérêt de l'emprunt et n la durée de l'emprunt :

$$V_0 = F \times \left[\frac{1-(1+r)^{-n}}{r}\right] \Leftrightarrow F = (V_0 \times r) \ / \ (1-(1+r)^{-n})$$

Par remboursement constant

Le montant de la part de capital remboursée à chaque fin de période est fixe. La part de capital remboursé s'obtient facilement par :

$$Part\ de\ capital\ remboursé\ =\ Capital\ emprunté\ /\ nombre\ de\ périodes$$

Quel que soit le type d'amortissement

Les égalités suivantes sont toujours vérifiées :

$$Annuité\ =\ Part\ du\ capital\ rembouersé +\ Intérêts\ de\ la\ période$$

$$Intérêts\ de\ la\ période\ t\ =\ Capital\ restant\ dû\ en\ t-1\ \times Taux\ d'intérêt$$

Si l'annuité est constante, le montant remboursé et les intérêts sont variables. A mesure que le temps s'écoule, la part de remboursement augmente et les intérêts diminuent. Si la part du capital remboursé à chaque fin de période est constante, en d'autres termes si le remboursement s'effectue en parts égales, l'annuité et les intérêts sont variables. L'annuité et les intérêts sont décroissants avec le temps.

1.2 Le tableau d'amortissement de l'emprunt

Un tableau d'amortissement d'emprunt correspond à l'échéancier détaillé des remboursements et des versements d'intérêts. Ce tableau fournit à chaque fin de période : le montant de l'annuité, le montant de l'intérêt, la part de capital remboursé, et le capital restant à rembourser. Ces quatre éléments sont primordiaux. On peut, cependant, ajouter d'autres items, tels que le remboursement total effectué, et ordonner les items assez librement.

Années	Annuités	Intérêts	Remboursement de Capital	Remboursement Total effectué	Reste à rembourser

2 Opérations d’investissement et de financement : critères de choix

La préférence pour la liquidité conduit à ce qu’une somme d’argent n’a pas la même valeur selon la période à laquelle elle appartient. Par conséquent, on ne peut comparer ou additionner des flux financiers ayant lieu à des dates différentes. L’actualisation permet d’établir la valeur de différents flux à une même date permettant par là même de les comparer entre eux, ou encore, de les additionner. Sur le principe de l’actualisation, des outils d’aide à la décision très utiles dans le choix de projets d‘investissement ou de financement ont été développés.

2.1 Les investissements

Au plan financier un investissement se traduit par une série de flux futurs sur plusieurs périodes. Le résultat de l’opération s’apprécie en comparant la valeur des flux attendus avec le montant du capital investi. Cette comparaison permet de juger de la rentabilité du projet : Le principe est que la valeur attribuée aux flux attendus soit égale ou supérieure au montant du capital investi. Techniquement, en actualisant, au taux de rentabilité exigé par l’investisseur, l’ensemble des flux positifs d’encaissement et des flux négatifs de décaissement, on obtient **la valeur actuelle nette (VAN)** du projet. Si cette valeur est positive ou nulle, le projet est acceptable. Cependant, rien ne dit que ce projet soit le plus rentable. Le calcul du **taux de rentabilité interne (TRI)** du projet est utilisé pour définir le projet le plus rentable. Le TRI n’est autre que le taux d’actualisation, nommé aussi taux actuariel, qui annule la valeur actuelle nette ($VAN\ du\ projet\ =\ 0$).

2.2 Les financements

Les critères de choix d’investissement peuvent tout aussi bien s’appliquer pour effectuer le financement le moins couteux. Ainsi, le taux de rendement interne s’apparente au **taux de rendement effectif.** Selon la Direction de l'information légale et administrative, « *le taux effectif global (TEG), ou taux annuel effectif global (TAEG), est le taux d'intérêt fixé par les banques et les établissements de crédit. Ce taux s'applique aux crédits accordés aux emprunteurs. Ce taux d'intérêt est fixé à la convenance de l'établissement, dans la limite du taux de l'usure, c'est-à-dire le taux maximal légal applicable fixé par la Banque de France. Ce taux doit toujours être indiqué sur les publicités et les offres préalables de crédit. Il se compose : du taux nominatif (ou taux de base), et des frais, commissions et rémunérations diverses (frais d'inscription, frais de dossier, par exemple), et éventuellement des primes d'assurance, lorsque l'assurance est obligatoire et souscrite auprès de l'établissement bancaire.* ». Techniquement, le TEG ou TAEG n’est autre que le taux d’actualisation qui annule la valeur actuelle nette de l’emprunt ($VAN = 0$).

Application 1

Pour financer un investissement, on emprunte 20 000 euros, au taux de 10% sur une durée de 4 ans. Si la banque nous propose un remboursement constant du capital :

1. Déterminer le montant de la part de capital remboursée chaque année
2. Déterminer le tableau d'amortissement de l'emprunt

Correction

1. Déterminer le montant de la part de capital remboursée chaque année

Montant de la part de capital remboursée = Capital emprunté / durée de l'emprunt =>
Montant de la part de capital remboursée = 20 000 / 4 = 5 000

2. Déterminer le tableau d'amortissement de l'emprunt

Ans	Annuités	Intérêts	Rembour-sement de Capital	Rembourse-ment Total effectué	Reste à rembourser
0					**20000**
1	**7000** =5000+2000	**2000** =10%*20000	**5000**	**15000** =20000-5000	**5000** =20000-15000
2	**6500** =5000+1500	**1500** =10%*15000	**5000**	**10000** =15000-5000	**10000** =20000-10000
3	**6000** =5000+1000	**1000** =10%*10000	**5000**	**5000** =10000-5000	**15000** =20000-15000
4	**5500** =5000+500	**500** =10%*5000	**5000**	**0** =5000-5000	**20000** =20000-20000

Remboursement de Capital = 5000 (cf. question 1)
Intérêts $_{\text{de l'année n}}$ = taux de l'emprunt * (Reste à rembourser $_{\text{de l'année n-1}}$)
Annuités = Remboursement de Capital - Intérêts
Remboursement Total effectué $_{\text{de l'année n}}$
= Remboursement Total effectué $_{\text{de l'année n-1}}$ + Remboursement de Capital $_{\text{de l'année n}}$
Reste à rembourser = Montant emprunté - Remboursement Total effectué

Application 2

Soit un emprunt de 10 000 euros à 10% sur 5 ans, remboursable par annuités constantes.

1. Déterminer le montant de l'annuité constante
2. Déterminer le tableau d'amortissement de l'emprunt

Correction

1. Déterminer le montant de l'annuité constante

L'annuité constante a est donnée par la formule suivante :

$$Annuité\ cte = \frac{Capital\ emprunté\ \times Taux\ d'intérêt}{(1-(1+taux\ d'intérêt)^{-durée\ de\ l'emprunt}}$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{(10000\ x\ 10\%)}{(1-(1+10\%)^{-5})} = 2637.97$$

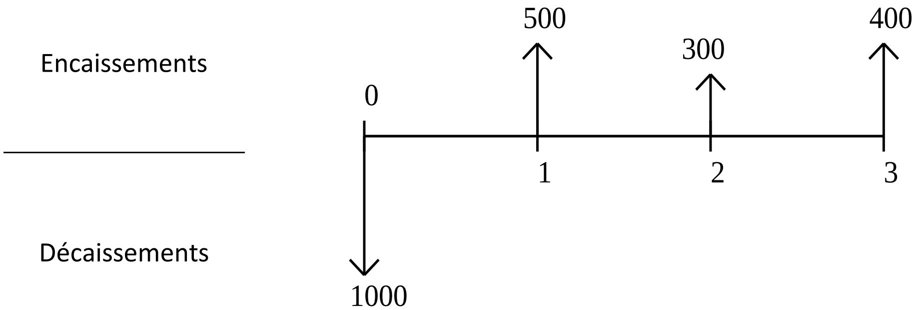
2. Déterminer le tableau d'amortissement de l'emprunt

Ans	Annuités	dont Intérêts	dont Remboursement de Capital	Remboursement Total effectué	Reste à rembourser
0				**0**	**10000**
1	**2637.97**	**1000** = 10%(10000)	**1637.97** = 2637.97 -1000	**1637.97**	**8362.03** = 10000 -1637.97
2	**2637.97**	**836.20** = 10%(8362.03)	**1801.77** = 2637.97 -836.20	**3439.74** =1637.97+1801.77	**6560.25** = 8362.03 -1801.77
3	**2637.97**	**656.02** = 10%(6560.25)	**1981.95** = 2637.97 -656.02	**5421.69** =3439.74+1981.95	**4578.30** = 6560.25 -1981.95
4	**2637.97**	**457.83** = 10%(4578.30)	**2180.14** = 2637.97 -457.83	**7601.83** = 1637.97 +2180.14	**2398.16** =4578.30-2180.14
5	**2637.97**	**239.82** = 10%(2398.16)	**2398.16** = 2637.97 -239.82	**10000** = 7601.83 +2398.16	**0** = 2398.16 -2398.16

Annuité = 2637.97 (cf. question 1)
Intérêts de l'année n = taux de l'emprunt * (Reste à rembourser de l'année n-1)
Remboursement de Capital = Annuités - Intérêts
Remboursement Total effectué de l'année n
= Remboursement Total effectué de l'année n-1 + Remboursement de Capital de l'année n
Reste à rembourser = Montant emprunté - Remboursement Total effectué

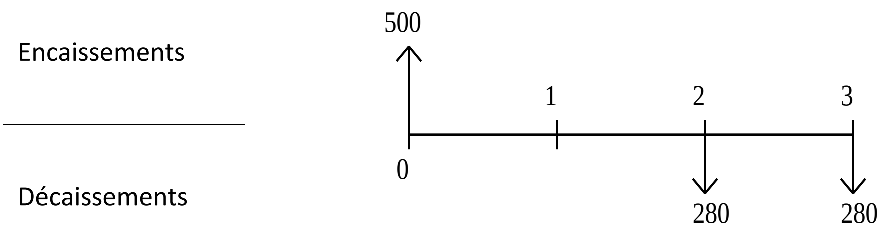
Application 3

Considérons le projet d'investissement décrit par la séquence de flux ci-dessous :



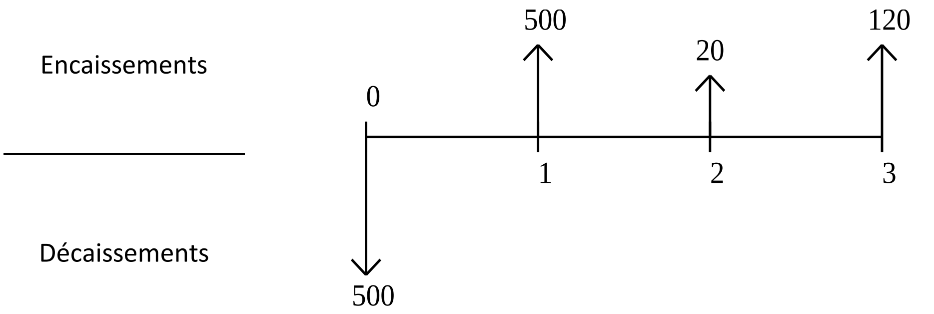
1. Quel est le TRI de ce projet ?

Imaginons que ce projet est financé moitié par fonds propres au taux de 14% (Ka = 14%) et moitié par fonds empruntés. Les flux associés à l'emprunt sont les suivants :



2. Quel est le coût de l'emprunt ?
3. Quel est le coût global du financement ?
4. Ce projet peut-il être entrepris ?

L'analyse de la situation des actionnaires montre que ceux-ci investissent 500 KF dans le projet et récupèrent aux dates 1, 2 et 3 : 500 KF, 20 KF, 120 KF.



5. Quel est la VAN et le TRI de cette séquence de flux ?
6. Que peut-on en conclure ?

Correction

1. Quel est le TRI de ce projet ?

Le taux de rendement interne est le taux qui annule la VAN, soit :

$$-1000+\frac{500}{(1+TRI)}+\frac{300}{(1+TRI)^2}+\frac{400}{(1+TRI)^3}=0$$

Déterminer le TRI nécessite de résoudre ici une équation du $3^{ème}$ degré, ce qui n'est pas aisé ! Da manière générale, on utilisera le tableur Excel ou une calculatrice financière. En leur absence, il est long mais efficace de procéder par itération.

On obtient : TRI = 10,2%

2. Quel est le coût de l'emprunt ?

Le coût de cet emprunt n'est autre que le taux actuariel de la séquence de flux Kd défini par : s'élève à 4,6% (Kd = 4,6%).

$$500-\frac{280}{(1+\mathrm{Kd})^2}-\frac{280}{(1+\mathrm{Kd})^3}=0$$

On obtient : Kd = 4,6%

3. Quel est le coût global du financement ?

Connaissant le coût respectif des fonds propres et des fonds empruntés, on peut déterminer le coût global du financement :

K = 14% x 1/2 + 4,6% x 1/2 = 9,3%

4. Ce projet peut-il être entrepris ?

Ce projet peut donc être entrepris puisque son TRI (10,2%) est supérieur au coût de son financement (9,3%).

5. Quel est la VAN et le TRI de cette séquence de flux ?

La *valeur actuelle nette* du projet vaut :

-500 + 500 (1,14)-1 + 20 (1,14)-2 + 120 (1,14)-3 = 35

Ces 35 KF représentent la valeur actuelle de l'enrichissement des actionnaires.

Le taux de rendement interne mesure ici le taux de rentabilité des fonds propres investis (TRFP) par les actionnaires. Le taux de rendement interne vérifie :

$$-500+\frac{500}{(1+\mathrm{TRFP})}+\frac{20}{(1+\mathrm{TRFP})^2}+\frac{120}{(1+\mathrm{TRFP})^3}=0$$

On obtient : TRFP = 20%

6. Que peut-on en conclure ?

La rémunération offerte par ce projet aux actionnaires s'élève à 20%. Les actionnaires exigeant une rémunération minimale de 14%, le projet peut être entrepris.

L'investissement peut donc être entrepris si :

VAN > 0 ou si **TRI > K** ou si **TRFP > Ka**

où K représente le coût global du financement et Ka représente le coût des fonds propres ou taux de rentabilité exigé par les actionnaires.
Il faut cependant noter que l’investissement n’est entrepris que s’il constitue la meilleure opportunité à un moment donné.

Bibliographie

- Brealey, R.A and S.C Myers, (2005), Principles of Corporate Finance, 8th edition, MacGraw Hill.
- Vernimmen, P, (2010), Finance d'entreprise, Théorie et pratique de la Finance, 8ième édition, Dalloz.
- Berk, J, et P De Marzo, (2009), "Finance d'entreprise" Pearson Education (traduction et adaptation française).
- Ross, Westerfield, Jaffe (2005), Finance corporate, Dunod