

MANAGEMENT DE PROJET

METHODES GANTT ET PERT

Préparé par :
Encadré par :

M. SASSI

DAO Tchamidéma MC 10

EL MONTASSIR Amina MC 26

GADEDJI Lazare MC 6

KEKEH Komi Edoh MC 19

Année Universitaire : 2006-2007

Sommaire

Introduction.....	3
I. Ordonnancement et analyse du projet.....	4
1. But de l'ordonnancement.....	4
2. Les niveaux dans l'ordonnancement.....	4
2-1 Ordonnancement centralisé.....	4
2-2 Ordonnancement local.....	5
3. Analyse du projet.....	5
3-1 La décomposition en tâches.....	5
3-2 Les contraintes liant les tâches.....	7
II. Les méthodes d'ordonnancement.....	9
1. La méthode GANTT.....	9
1-1 Généralités.....	9
1-2 Présentation de la méthode.....	9
1-3 Utilisation du diagramme.....	11
1-4 Optimisation.....	12
1-5 Utilité de la méthode GANTT.....	13
2. La méthode PERT.....	13
2-1 Généralités.....	13
2-2 Présentation du PERT.....	14
2-2-1 PERT Coût.....	15
2-2-2 PERT probabilisé.....	15
2-2-3 MULTI-PERT.....	19
2-3 Utilité de la méthode PERT.....	19
III. Etude de cas	20
Conclusion.....	36
Références.....	37

Introduction

Le terme ordonnancement est suffisamment assez vague pour recouvrir des réalités fort différentes d'un secteur à l'autre. Michel Crolais en donne une définition très large : « Ensemble des actes de gestion visant à l'établissement d'un ordre de déroulement des opérations de production qui puissent permettre d'atteindre un optimum préalablement défini ». La fonction d'ordonnancement s'intéresse bien, comme l'indique son nom, à l'ordre selon lequel se déroule un ensemble d'opérations.

Fort de cette assertion, le rôle de l'ordonnancement serait essentiellement la planification et le contrôle des moyens et des délais, par le biais de méthodes bien appropriées compte tenu des possibilités de chevauchement de tâches ou d'exécution en parallèle, et des contraintes telles que l'utilisation par plusieurs tâches d'une même ressource.

Parmi nombre de méthodes d'ordonnancement mises au point, un développement particulier sera axé sur les méthodes GANTT et PERT.

I. Ordonnancement et analyse du projet

1. But de l'ordonnancement

L'ordonnancement remplit trois fonctions :

- **Planification** : des différentes opérations à réaliser sur la période déterminée ; des moyens matériels et humains à mettre en oeuvre pour réaliser la production.
- **Exécution** : Mise en oeuvre des différentes opérations prédéfinies et suivies des opérations.
- **Contrôle** : Comparaison entre planification et exécution ; calculs d'écarts et analyse des écarts qui peut entraîner des modifications éventuelles au niveau de certaines opérations prédéfinies (par exemple la diminution de certains temps de changement de série qui avaient été surévalués...)

Il s'agit de déterminer le programme optimal d'utilisation des moyens de production permettant de satisfaire au mieux les besoins des clients.

On essaiera donc de faire en sorte que les moyens humains et matériels soient utilisés de la meilleure façon possible tout en essayant de respecter les délais le mieux possible. Pour établir ce programme, il faudra d'autre part tenir compte d'un certain nombre d'éléments auxquels l'entreprise est soumise dans le cadre de sa politique en matière de production comme : la minimisation des stocks (d'en-cours, de produits finis), la minimisation des coûts (de production, de revient), la diminution des délais de fabrication, le plein emploi des ressources.

2. Les niveaux dans l'ordonnancement

2-1 Ordonnancement centralisé

Le programme de fabrication issu du calcul des besoins est transformé en ordonnancement des tâches avec jalonnement des opérations élémentaires (date de début, date de fin théorique à partir des temps de préparation, temps opératoire, temps d'attente). Pour chaque poste, on détermine sa courbe de charge.

2-2 Ordonnancement local

Il s'agit d'une gestion de files d'attente selon des règles de priorités définies : par exemple, date de fin la plus proche, durée opératoire la plus courte ou la plus longue, premier arrivé dans la file d'attente etc.

3. Analyse du projet

3-1 La décomposition en tâches

Considérons l'exemple d'un individu qui désire se rendre de Paris à Pékin en voiture. Outre les problèmes d'équipement et de logistique que nous supposerons résolus, cet individu va se pencher sur une carte, établir un itinéraire, et définir un certain nombre d'étapes « raisonnables », compte tenu de ses possibilités matérielles et physiques. Ce faisant, il décompose son projet en plusieurs parties qui seront réalisées dans un ordre bien précis. Cet exemple est particulièrement simple car les étapes sont liées par des relations de succession « naturelles ». De plus, deux étapes ne peuvent être réalisées en même temps. L'intérêt essentiel de cette décomposition est de permettre une meilleure estimation de la durée de réalisation de ce projet. En effet il n'est pas évident que l'individu soit capable de définir précisément, et de manière globale, la durée du trajet ; par contre la durée d'étapes de quelques centaines de kilomètres semble pouvoir être estimée avec précision. En conséquence, la durée totale sera obtenue par la simple addition des durées des différentes étapes.

L'analyse d'un projet industriel va s'inspirer de la même logique ; décomposition en étapes (que l'on appellera « tâches » ou « activités ») et définition des contraintes liant les tâches. Bien évidemment, cette étude va être plus complexe que celle nécessaire à l'établissement d'un itinéraire, et ce pour plusieurs raisons. Tout d'abord le nombre des tâches peut être très important. En second lieu, plusieurs tâches peuvent être réalisées simultanément tout en ayant des durées de réalisation différentes. Enfin, les ressources mises en œuvre sont « rares » et peuvent être utilisées à la réalisation de différentes activités. Par conséquent des choix devront être effectués à ce stade.

Lorsque la décomposition en tâches est réalisée, l'information se présente de la façon suivante ; chaque tâche est caractérisée par un nom (ou un code), une durée, un coût (compte tenu de la durée retenue) et par les relations qui lient cette tâche aux autres parties du projet ; ces relations, que l'on appelle en général « contraintes », sont de trois types et nous les présentons dans le point suivant.

Le tableau ci-après traduit la décomposition d'un projet de lancement de nouveau produit de grande consommation. L'exemple est simplifié, de façon à ne comporter que 8 tâches ; étant donné ce faible nombre, les différentes activités sont repérées par les lettres A à H ; les durées sont mesurées en semaines et les coûts en milliers. Les tâches sont définies comme suit :

A : test du produit en laboratoire

B : test par un échantillon de consommateurs

C : définition de la campagne publicitaire

D : réalisation de la campagne

E : marché test localisé

F : décision de lancement ou d'abandon

G : distribution chez les grossistes

H : distribution chez les détaillants

TÂCHES	DUREES	COÛTS
A	3	50
B	5	150
C	5	200
D	3	500
E	7	400
F	1	10
G	4	300

Il est clair que ce projet comporte des contraintes « naturelles » dans l'ordre de réalisation des tâches. Remarquons de plus que pour un projet aussi simple, il n'est déjà pas évident de répondre, simplement par

l'examen du tableau, à la question : combien de semaines durera la réalisation du projet ?

3.2 Les contraintes liant les tâches

Les contraintes potentielles

La nécessité d'ordonner les tâches : il s'agit des contraintes les plus intuitives, analogues à celles définissant la succession des étapes dans un itinéraire. Elles pourront prendre deux formes qui sont les contraintes de succession et les contraintes de localisation temporelle. On définira les premières de la façon suivante :

- Une tâche B ne peut débuter avant qu'une tâche A soit terminée.

On dira alors que A est l'antécédent de B (et B le successeur de A). Les exemples de ce type de contrainte sont nombreux.

Les contraintes de localisation temporelle peuvent être rencontrées lorsque, par exemple, il existe un temps d'attente imposé entre la fin d'une tâche A et le début d'une tâche B qui lui succède (la pose des papiers peints dans une maison ne peut être réalisée que lorsque les plâtres sont secs). On exprimera ces contraintes de la façon suivante :

- La tâche B ne pourra débuter avant telle date

Ou encore

- La tâche B doit être terminée pour telle date

On peut remarquer que ces contraintes peuvent en général être transformées en contraintes de succession ; dans l'exemple précédent, il suffit de définir une tâche « séchage des plâtres » qui ne consommera aucune ressource, et qui sera l'antécédent de la pose du papier peint.

Les contraintes cumulatives

L'affectation des capacités de réalisation des différentes activités composant un projet nécessite la mobilisation des ressources en hommes, en équipements, etc..... On parlera de contraintes cumulatives lorsque les ressources nécessaires à un moment du projet dépassent les ressources

disponibles. Considérons par exemple 4 tâches A, B, C, D qui nécessitent chacune une journée de travail et qui peuvent être réalisées en même temps. Si deux ouvriers X et Y sont disponibles, il sera nécessaire de constituer deux « couples » de tâches et la réalisation totale prendra deux jours. On aura alors par exemple le planning suivant:

Jour 1 : X exécute A ; Y exécute C

Jour 2 : X exécute D ; Y exécute B

Les deux couples de tâches retenus sont donc (A, C) pour le premier jour et (B, D) pour le second. Remarquons que l'on aurait aussi bien pu choisir (A, B) et (C, D).

Plus généralement il faut tenir compte de ces contraintes et décaler la réalisation de certaines tâches dans le temps. Dans un projet important constitué d'un très grand nombre de tâches, l'intégration de ces contraintes cumulatives complique considérablement la recherche de l'ordonnancement optimal et bien souvent l'on se contente d'une « bonne » solution, faute de pouvoir déterminer à coup sûr la meilleure.

Les contraintes disjonctives

Les ressources rares comme leur nom l'indique, les contraintes disjonctives traduisent le fait que deux tâches (A et B) peuvent être réalisées en même temps. Une même machine ne pourra être utilisée simultanément pour deux usages ou en deux lieux différents. On peut considérer qu'il s'agit, d'une certaine manière, d'un cas particulier de contrainte cumulative. Il suffit pour s'en rendre compte de reprendre l'exemple précédent en envisageant la réalisation de deux tâches d'une journée par un seul ouvrier ; les deux ne pourront être réalisées en même temps. Il s'agit donc d'une contrainte disjonctive ; on peut cependant considérer que cette contrainte est cumulative puisque les ressources nécessaires dépassent les ressources disponibles.

II. Les méthodes d'ordonnancement

Elles peuvent se regrouper en deux grandes familles, selon le principe de base qu'elles utilisent:

- Les méthodes de type diagramme,
- Les méthodes à chemin critique.

1. La méthode GANTT

1.1 Généralités

C'est une méthode de type diagramme, créée vers 1918, encore très répandue. On peut en utiliser la technique sans pour autant présenter le diagramme. Elle consiste à déterminer la meilleure manière possible de positionner les différentes tâches d'un projet à exécuter sur une période déterminée en fonction :

- des durées de chacune des tâches;
- des contraintes d'antériorité entre les différentes tâches,
- des délais à respecter,
- des capacités de traitement (qui peuvent évoluer en fonction des heures supplémentaires accordées, des investissements réalisés).

1.2 Présentation de la méthode

Il faut tout d'abord:

- se fixer le projet à réaliser,
- définir les différentes opérations à réaliser dans le cadre du projet,
- définir les durées de ces différentes opérations,
- définir les liens entre ces différentes opérations.

Exemple: On veut organiser la production d'un poste de travail pendant une semaine.

Opérations à réaliser :

Réf des pièces à produire	Durée de fabrication
A	3 heures
B	6 heures
C	4 heures
D	7 heures
E	5 heures

Lien entre les différentes opérations:

Pour respecter les délais clients, il est nécessaire de fabriquer:

B et D après A,

C après B

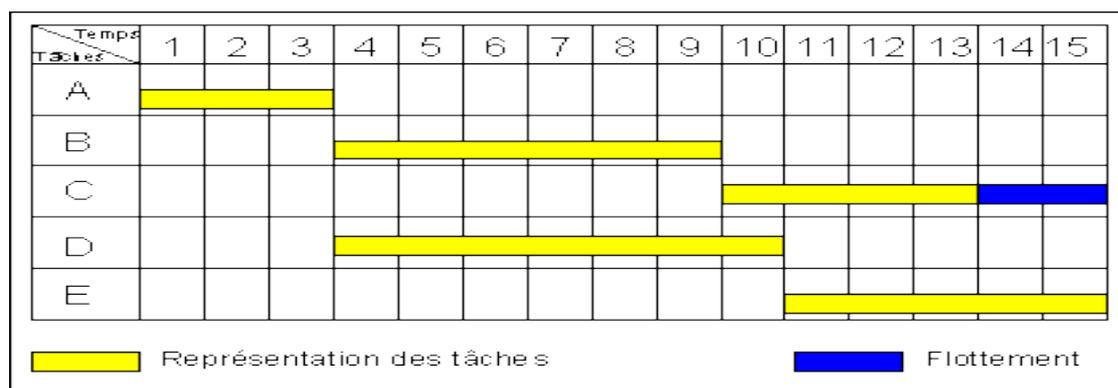
E après D.

Le diagramme de GANTT se présente sous forme d'un tableau quadrillé où:

- chaque colonne correspond à une unité de temps,
- chaque ligne correspond à une opération à réaliser.

On définit une barre horizontale pour chaque tâche; la longueur de celle-ci correspond à la durée de la tâche. La situation de la barre sur le graphique est fonction des liens entre les différentes tâches.

Ainsi, le GANTT correspondant à l'exemple précédent est le suivant:



Le diagramme de GANTT classique utilise le critère de représentation suivant :

On commence le plus tôt possible les tâches qui n'ont pas d'antécédent, puis on représente les tâches ayant pour antécédent les tâches déjà représentées et ainsi de suite. Ce système conduit à créer des stocks, et ne correspond pas à un système juste à temps. On peut cependant le modifier en commençant les tâches au plus tard.

Pour définir les liens entre les différentes tâches d'un projet, différentes possibilités existent:

- Priorité à la fabrication du produit ayant la date de livraison la plus rapprochée (pour respecter les délais).
- Première commande confirmée, première commande exécutée (ce qui n'est pas forcément une bonne solution, car elle peut conduire à augmenter les stocks).
- Priorité à la tâche dont la durée est la plus courte (méthode qui permet de diminuer le temps de changement de série).
- Priorité à la tâche ayant la plus petite marge.

$$\text{Marge} = \text{temps restant à courir jusqu'à la livraison} - \text{le temps total d'achèvement}$$

- Priorité à la tâche ayant le ratio critique le plus faible.

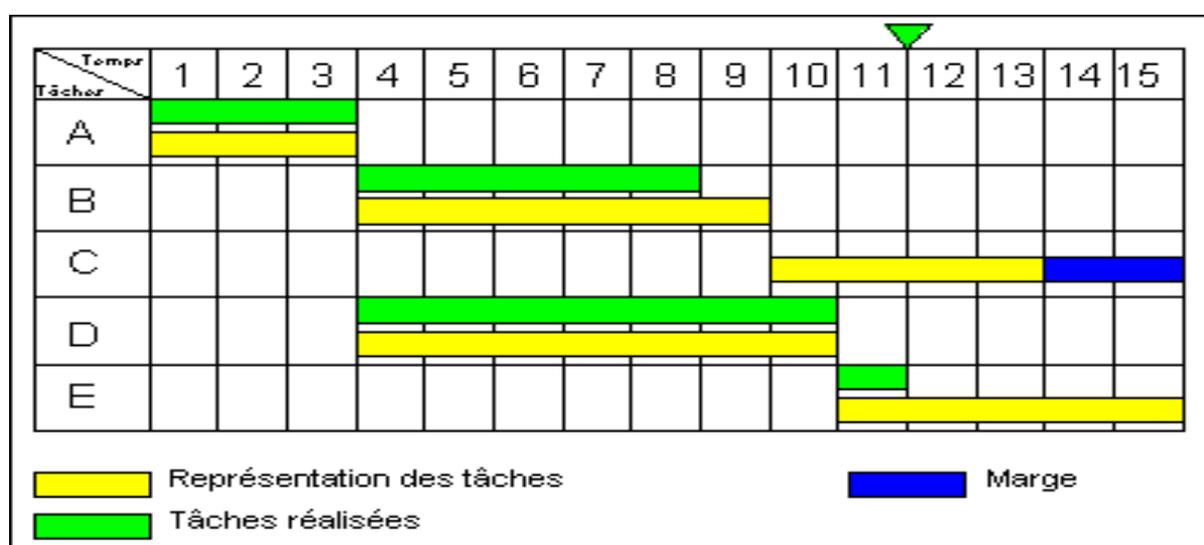
$$r = \frac{\text{temps restant à courir jusqu'à la livraison}}{\text{somme des temps des opérations restant à effectuer}}$$

Ces deux derniers critères ont pour objectif de tenir compte à la fois des délais et des temps de fabrication.

1.3 Utilisation du diagramme

Il permet de visualiser l'évolution du projet, de déterminer sa durée de réalisation.

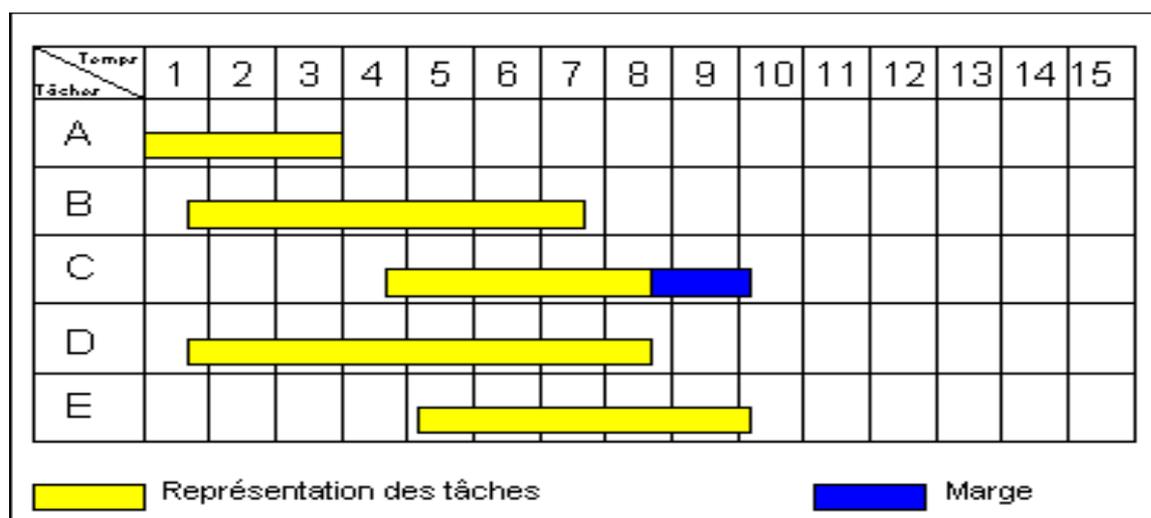
On peut mettre en évidence les flottements existants sur certaines tâches, (le flottement correspond au temps de retard qu'on peut avoir sur une tâche, sans pour autant augmenter la durée globale de réalisation du projet). On peut représenter la progression du travail sur le diagramme et connaître à tout moment l'état d'avancement du projet.



1.4 Optimisation

Il est possible de raccourcir le délai total de fabrication quand il n'est pas nécessaire d'attendre qu'une tâche antérieure soit entièrement terminée pour démarrer la suivante. Le calcul du délai optimum est alors fonction du personnel compétent disponible, du matériel et des coûts engendrés.

Dans l'exemple précédent, si l'on considère que on peut démarrer les tâches B et D alors que 20% de la tâche A est effectuée, et que les tâches B et E peuvent démarrer alors que 50% des tâches précédentes (B et D) sont effectuées, le diagramme de GANTT sera alors le suivant:



On aura gagné près de 5 heures sur le délai précédent.

Aujourd'hui, de nombreux logiciels de gestion de production utilisent la méthode GANTT. Le diagramme de GANTT est un outil très simple à comprendre et à utiliser. Son utilisation est limitée aux problèmes simples ne comportant pas de nombreuses tâches. Le GANTT est avant tout une méthode de visualisation.

1.5 Utilité de la méthode GANTT

Elle permet de :

- Modéliser la planification de tâches nécessaires à la réalisation d'un projet.
- Visualiser l'évolution du projet, de déterminer sa durée de réalisation.
- Mettre en évidence les flottements existant sur certaines tâches.

Le flottement correspond au temps de retard qu'on peut avoir sur une tâche particulière sans autant augmenter la durée globale de réalisation de projet.

- Représenter la progression du travail et de connaître à tout moment l'état d'avancement du projet, mais également un bon moyen de communication entre les différents acteurs d'un projet.

Le diagramme de GANTT est donc très utile pour « visualiser » le projet ; cependant si ce dernier comporte un grand nombre de tâches, les relations de succession n'apparaissent pas de

manière évidente. Actuellement, ce diagramme est surtout un outil complémentaire de contrôle du déroulement du projet.

2. La méthode PERT

2.1 Généralités

PERT signifie Program and Evaluation Review Technic (Technique d'élaboration et de contrôle des projets). L'outil PERT permet non seulement de visualiser un réseau d'antériorités, mais, dans le cas d'un projet, d'en déterminer dates et marges, d'en assurer contrôle et suivi. Il date de 1958 et vient des Etats-Unis où il a été développé sous l'impulsion de la marine américaine. Celle-ci a en effet créé à cette époque là une force de frappe nucléaire dont faisait partie un programme de missiles à longue portée POLARIS qui représentait : 250 fournisseurs, 9000 sous-traitants, 7 ans de réalisation.

L'utilisation du PERT a permis de ramener la durée globale de réalisation du projet de 7 à 4 ans. Cette méthode s'est ensuite étendue dans l'industrie américaine, puis l'industrie occidentale.

La méthode PERT est le plus souvent synonyme de gestion de projets importants et à long terme. C'est la raison pour laquelle un certain nombre d'actions préalables sont nécessaires pour réussir sa mise en œuvre.

- Tout d'abord définir de manière très précise le projet d'ordonnement
- Définir ensuite un responsable du projet auquel on rendra compte de l'avancement du projet et qui prendra les décisions importantes
- Analyser le projet par grands groupes de tâches, puis détailler certaines tâches, si besoin est
- Définir très précisément les tâches et rechercher leur durée
- Rechercher les coûts correspondants ce qui peut éventuellement remettre en cause certaines tâches ayant un coût trop élevé
- Effectuer des contrôles périodiques pour vérifier que le système ne dérive pas.

2.2 Présentation du PERT

Contrairement à celle du GANTT, la méthode PERT s'attache surtout à mettre en évidence les liaisons qui existent entre les différentes tâches d'un projet et à définir le chemin dit « critique ». Comme pour le GANTT, sa réalisation nécessite tout d'abord de définir :

- Le projet à réaliser
- Les différentes opérations et les responsables
- Les durées correspondantes
- Les liens entre ces différentes opérations

Le graphe PERT est composé d'étapes et d'opérations. On représente les étapes par des cercles, les opérations par des flèches. La longueur des flèches n'a pas de signification, il n'y a pas de proportionnalité de temps. Seront développées par la suite, les typologies de l'outil PERT.

2.2.1 PERT Coût

Le PERT Coût (OU COST) consiste en l'adjonction de procédures d'analyse des coûts au PERT traditionnel. On recherche les coûts correspondant à un ensemble de tâches homogènes.

- coût de la main d'oeuvre,
- coûts directs liés au travail,
- coûts indirects liés au travail.

Le coût global du projet, se calcule en faisant la somme des différents coûts de tous les groupes de tâches intermédiaires. Le niveau de ce coût global du projet, ne remet en général pas en cause l'ordonnancement établi. Pourtant, on pourrait considérer qu'un coût minimum puisse être un objectif du réseau PERT.

2.2.2 PERT probabilisé

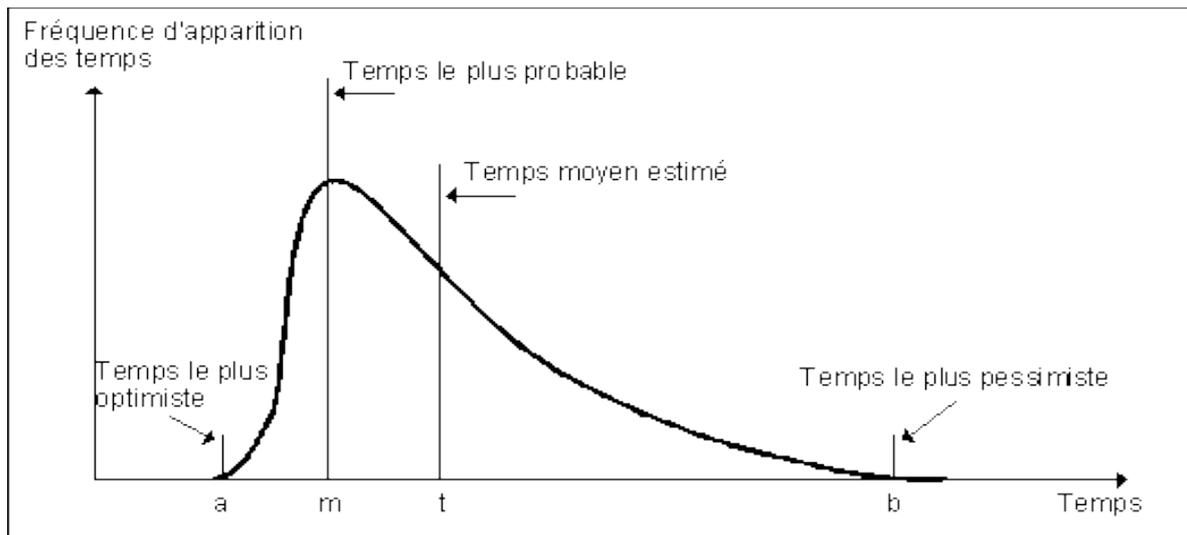
Le type de PERT que nous venons de traiter illustre la prise en compte des coûts dans l'ordonnancement, destinée à concilier les deux objectifs

contradictoires que sont la recherche d'un coût et d'un délai de réalisation minimaux. Cependant, la durée des tâches a toujours été considérée comme une variable déterministe ; cette hypothèse semble assez éloignée de la réalité, en particulier pour les importants.

Le PERT probabilisé (ou aléatoire) est une méthode d'ordonnement, fondée sur les mêmes principes du PERT mais qui considère explicitement les durées comme des variables aléatoires. Deux approches peuvent être employées pour apporter une solution au problème de l'ordonnement dans ce cadre : imposer une loi de probabilité des durées ou procéder par simulation pour estimer la loi suivie par la durée du projet.

▪ *Approche analytique*

L'incertitude sur les durées est un phénomène important pour deux raisons : la première est évidemment liée au fait que l'incertitude sur la durée des activités se répercute sur la durée du projet, définie comme somme des durées des tâches situées sur le chemin critique. La seconde, plus importante sur un plan pratique est que cette incertitude se transmet aux dates de réalisation des différentes activités. Par conséquent, l'incertitude peut coûter très cher dans les projets importants et se traduire par exemple par du chômage technique du fait de retards imprévus en amont. La procédure généralement utilisée consiste à demander aux responsables des différentes activités des prévisions de durée d'exécution que l'on qualifie d'optimiste, pessimiste et moyenne. On suppose alors que la loi suivie par la durée d'une tâche est une loi Bêta, ce qui permet de définir l'espérance et la variance. On s'aperçoit que bien souvent, la courbe des temps correspondant à une tâche particulière a la forme suivante:



Pour la durée de chaque tâche, on peut ainsi définir:

- le temps le plus optimiste: **a**
- le temps le plus probable: **m**
- le temps le plus pessimiste: **b**

Ce qui nous permet de calculer, dans le cadre de cette loi, un temps moyen estimé de chaque tâche:

$$t = \frac{a + 4m + b}{6}$$

et l'écart type correspondant:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(b - a)^2}{6}}$$

Pour établir le graphe PERT, définir les dates au plus tôt, les dates au plus tard et la durée du projet, on utilisera les temps moyens estimés de chaque tâche. Si on appelle t_i , le temps moyen estimé de la tâche critique i , la durée globale du projet est:

$$d = \sum_{i=1}^n t_i$$

La détermination de l'écart type relatif à l'ensemble du projet nous permet de connaître les probabilités de réalisation de celui-ci.

Si s_i est l'écart type de la tâche critique i , l'écart type de l'ensemble du projet est s tel que la variance soit :

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \sigma_i^2 \quad (\text{Les tâches étant indépendantes})$$

D'où nous tirons:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

Par application du théorème central limite TN, le temps nécessaire à la réalisation du projet suit une loi normale de moyenne d et d'écart type s

Remarque: rappel du théorème central limite:

Soit une suite de n variables aléatoires X_1, X_2, \dots, X_n vérifiant les conditions suivantes:

- Les variables X_i sont indépendantes.
- Leur espérance mathématiques m_1, m_2, \dots, m_n et leur variances V_1, V_2, \dots, V_n existent toutes.

Désignons par X la somme de ces n variables aléatoire. Cette variable X tend à suivre une loi normale quand n augmente quelle que soit les lois de probabilité suivies par les variables X_1, X_2, \dots, X_n . On peut alors déterminer la probabilité que la fin du projet soit atteinte au bout de n unités de temps.

$$\begin{aligned} P(TN \leq n) &= P\left(\frac{TN - d}{\sigma} \leq \frac{n - d}{\sigma}\right) \\ &= P\left(T \leq \frac{n - d}{\sigma}\right) \\ &= \Pi\left(\frac{n - d}{\sigma}\right) \end{aligned}$$

où T représente la variable centrée réduite de la fonction de répartition de la loi normale centrée réduite.

▪ *Approche par la simulation*

La simulation permet de tenir compte d'un des éléments essentiels négligés dans l'approche analytique, à savoir le fait que tous les chemins ou presque peuvent devenir critiques avec une probabilité non nulle. La simulation va consister à engendrer « artificiellement » des durées pour toutes les tâches du projet et à calculer à chaque fois la durée totale du projet. A partir d'un échantillon important, il est possible d'estimer précisément la loi de la durée totale et ses paramètres essentiels (espérance et variance). Cette fois, l'application du théorème de la limite centrale est tout à fait justifiée puisque l'on peut procéder à un grand nombre de simulations et il devient tout à fait possible d'évaluer la probabilité qu'un délai donné soit dépassé.

2.2.3 MULTI-PERT

La notion de PERT correspond à la notion de gestion de projet. Quand le réseau d'ensemble de celui-ci devient trop complexe, on peut le diviser soit en un ensemble de sections, soit en niveaux multiples.

▪ *Les réseaux à sections multiples*

On divise le projet en différentes sections organisées de manière indépendantes ce qui permet au groupe de travail d'une section d'analyser et de modifier son propre réseau indépendamment des autres, de connaître les responsables d'une avance ou d'un retard éventuel.

▪ *Les réseaux à niveaux multiples*

On décompose le réseau global en un ensemble de réseaux de niveaux hiérarchiques.

Un réseau de niveau inférieur est une extension d'une activité unique de niveau supérieur.

2.3 Utilité de la méthode PERT

Elle permet de :

- Faciliter l'étude de l'ordonnancement des projets,
- Calculer la durée minimum du projet,
- Identifier les tâches dites "critiques" qui doivent se dérouler sans aucun retard ni délai pour respecter la durée minimum,
- Mettre en évidence les "marges" de manœuvre qui existent pour choisir les dates de déroulement des tâches non critiques.
- Simplifier le contrôle de l'enchaînement des tâches lors de l'exécution du projet.
- Rechercher d'éventuelles améliorations permettant de réduire la durée totale du projet.

III. Etude de cas : La création d'une base de données et d'un applicatif pour les utilisateurs

Détermination des tâches

La première phase à l'établissement d'un réseau PERT consiste à déterminer les tâches nécessaires à la réalisation du projet. Un listing exhaustif des tâches est ainsi réalisé.

Pour chaque tâche, on associe une durée estimée dans une unité de temps. Dans notre exemple, la liste des tâches serait la suivante :

A	Achat du matériel pour le serveur	3 jours
B	Acquisition de la licence du SGBD	5 jours
C	Installation du serveur dans le réseau	2 jours
D	Installation du SGBD	1 jour
E	Modélisation de la base de données	10 jours

F	Création de la base de données et de sa structure	3 jours
G	Définition des procédures stockées	5 jours
H	Création des procédures stockées	10 jours
I	Développement de l'interface utilisateur	15 jours
J	Documentation et formation des utilisateurs	8 jours

Chaque tâche est codifiée (ici par une lettre de l'alphabet) afin de rendre la lecture du réseau PERT plus lisible.

Détermination des antériorités

La deuxième phase consiste à déterminer les antériorités des tâches précédemment établies. C'est à dire se poser pour chaque tâche la question suivante :

Quelles sont les tâches devant être terminées pour pouvoir commencer cette nouvelle tâche ?

Dans notre étude de cas, prenons des exemples :

- La tâche A (Achat du matériel pour le serveur) ne nécessite aucune condition préalable pour être effectuée : elle ne possède pas d'antériorité.
- La tâche C (Installation du serveur dans le réseau) par contre, nécessite que le serveur soit acheté. Par conséquent, la tâche C possède la tâche A comme antériorité.
- La tâche D (Installation du SGBD) nécessite à la fois que le serveur soit installé et que la licence pour le SGBD soit acquise. On en déduit que la tâche D a deux antériorités : la tâche B et la tâche C.

Une fois toutes les tâches parcourues, on obtient le tableau suivant :

A	Achat du matériel pour le serveur	-
B	Acquisition de la licence du SGBD	-

C	Installation du serveur dans le réseau	A
D	Installation du SGBD	B, C
E	Modélisation de la base de données	-
F	Création de la base de données et de sa structure	E, D
G	Définition des procédures stockées	E
H	Création des procédures stockées	G
I	Développement de l'interface utilisateur	G
J	Documentation et formation des utilisateurs	I, F, H

Traçage du réseau

Maintenant que les tâches sont répertoriées et que leurs dépendances sont définies, on peut commencer à tracer le réseau PERT.

Définition de l'étape de commencement

Tout d'abord il faut représenter la première étape de notre projet, l'étape de commencement. Une étape est modélisée par un cercle, et correspond au début ou à la fin d'une ou de plusieurs tâches.

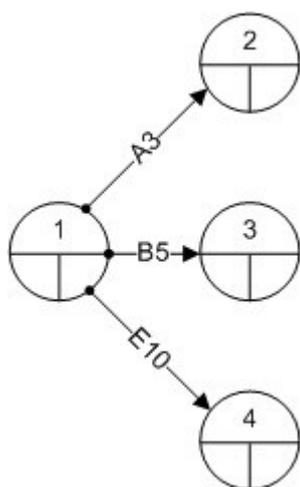


Les étapes sont numérotées. Ainsi, ici, l'étape 1 correspond à l'étape de commencement de notre projet.

Détermination des tâches de départ

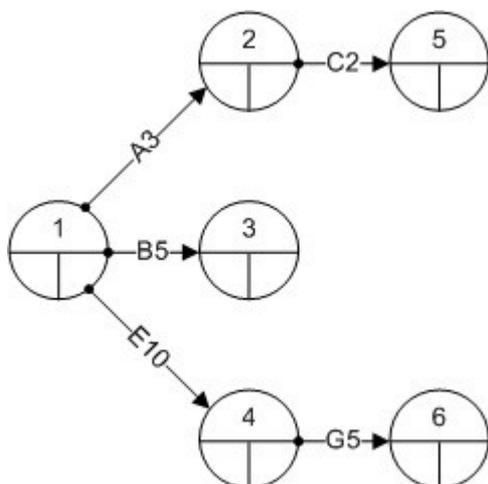
Une fois notre première étape modélisée, il faut déterminer les premières tâches du projet qui commenceront à cette étape : il s'agit des tâches n'ayant aucune antériorité et pouvant donc être réalisées sans pré requis.

Dans notre étude de cas, les tâches (A, B et E) ne possèdent pas d'antériorité. Elles vont donc chacune débiter à l'étape 1 et aboutir à une nouvelle étape que nous numérotions.



Une tâche est modélisée par un arc fléché, où est inscrit le nom de la tâche et sa durée.

Dans notre étude de cas, la tâche C a pour antériorité la tâche A. L'étape représentant l'état "Tache A terminée" est l'étape 2. Par conséquent, la tâche C débutera à l'étape 2. La tâche G qui nécessite que la tâche E soit terminée commencera elle à l'étape 4.

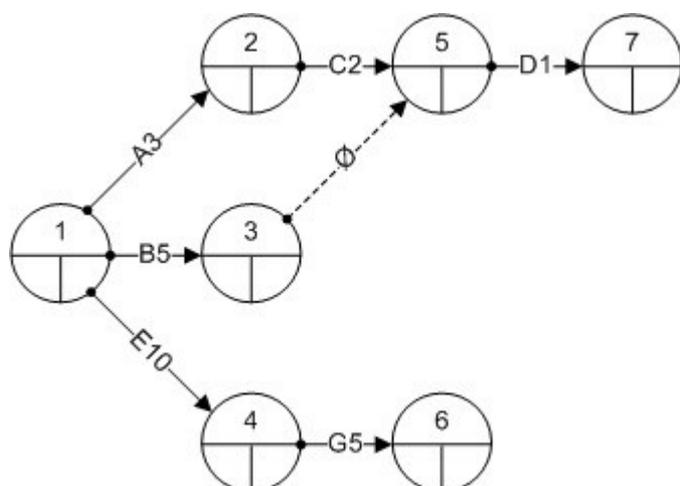


Les tâches fictives

Prenons maintenant la tâche D. Elle nécessite que les tâches (B et C) soient terminées pour pouvoir commencer. Cependant dans le schéma, nous n'avons aucune étape qui désigne l'état "Tâches B et C terminées".

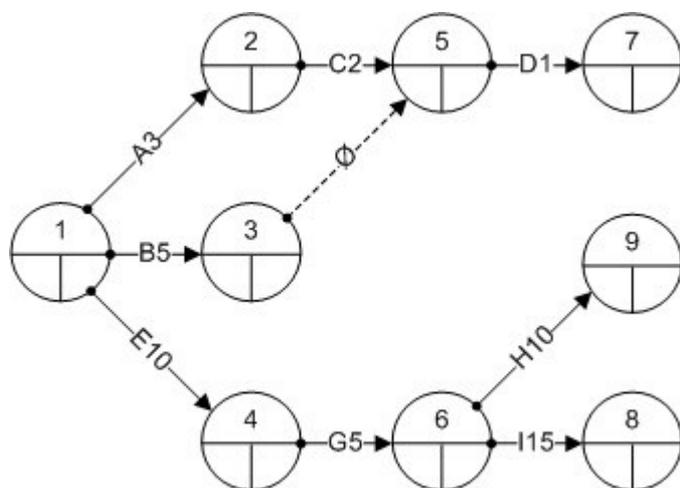
Nous allons donc rajouter une tâche fictive entre l'étape 3 "Tâche B terminée" et l'étape 5 "Tâche C terminée". Une tâche fictive ne consomme

pas de délai. C'est une condition sine qua none avant de pouvoir démarrer la tâche suivante.



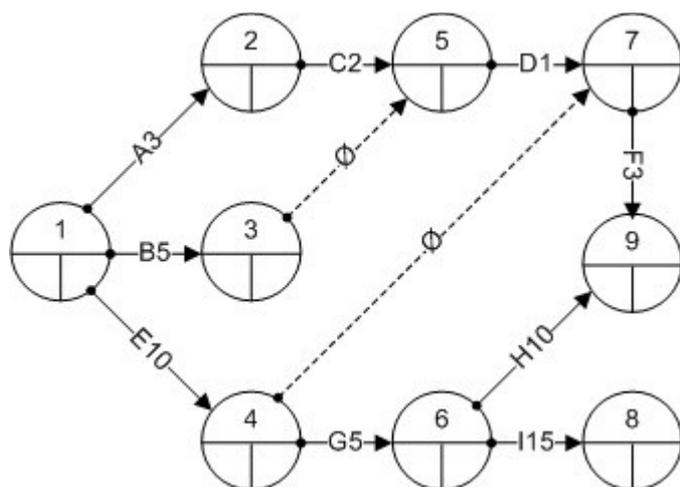
Une tâche fictive est représentée en pointillé avec un ensemble vide à la place du nom de la tâche.

Les tâches I et H qui nécessitent que la tâche G soit terminée commencent toutes les deux à l'étape 6.



La tâche F nécessite que les tâches (D et E) soient terminées. Comme aucune étape ne signifie "Tâches E et D terminées", nous allons créer une tâche fictive entre l'étape 4 et l'étape 7. F peut maintenant démarrer à l'étape 7.

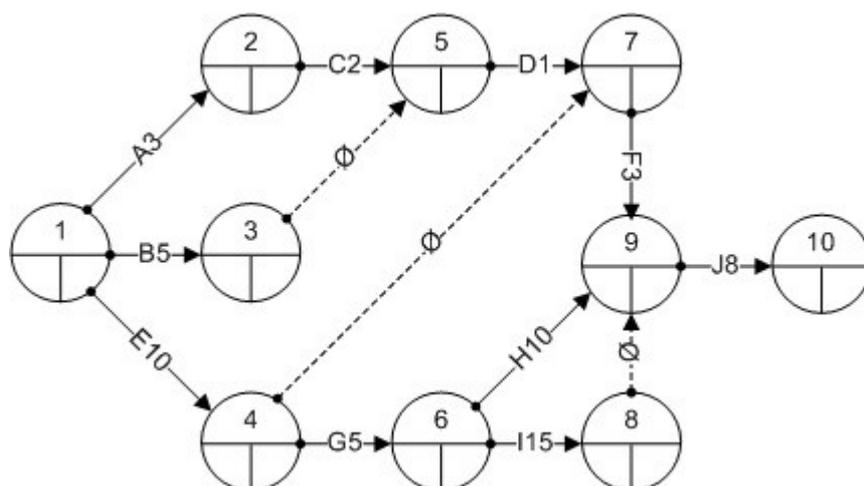
En anticipant la prochaine construction décrite dans le paragraphe suivant, on fait terminer la tâche F à l'étape 9.



Définition de l'étape de fin

La dernière tâche qu'il nous reste à modéliser est la tâche J. Elle a pour antécédent les tâches F, H et I. On remarque que l'étape 9 signifie actuellement "Tâches F et H terminées". Il suffit de rajouter une tâche fictive avec l'étape 8 pour que l'étape 9 signifie "Tâches F, I et H terminées".

Ainsi cette étape peut servir d'étape de départ à la tâche J qui se terminera sur l'étape de fin du projet.



Le réseau PERT de notre projet est maintenant établi.

L'interprétation du réseau

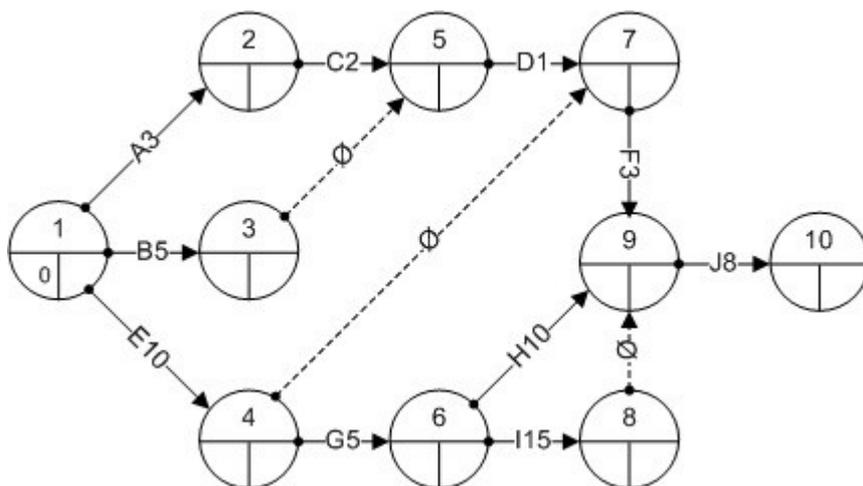
Maintenant que le réseau PERT est modélisé, on va pouvoir grâce à l'estimation de durée des tâches déterminer diverses indications quand à la durée du projet et aux marges des différentes tâches.

Pour cela nous allons parcourir notre réseau PERT dans les deux sens.

Détermination des dates au plus tôt

Nous allons déterminer les dates au plus tôt de chacune de nos tâches. C'est à dire la date la plus optimiste à laquelle on peut espérer commencer nos tâches.

Pour cela, on commence par initialiser l'étape 1 (l'étape de commencement du projet) à 0 :

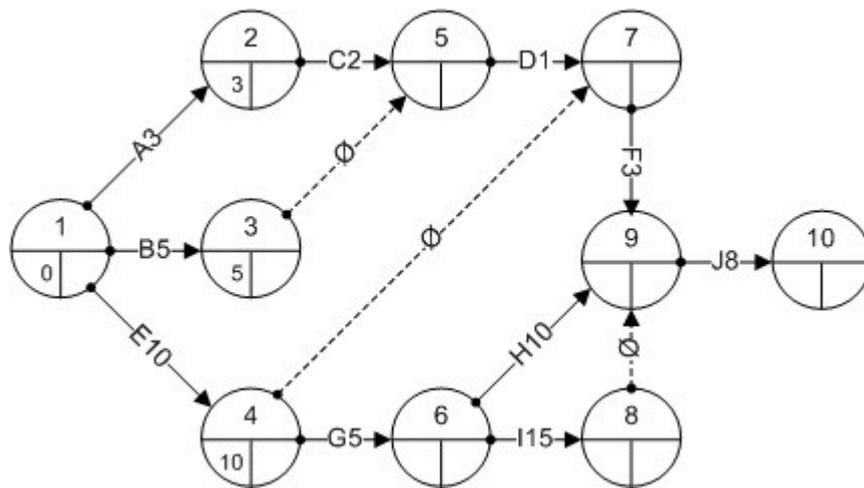


Puis, on détermine la date au plus tôt des étapes suivantes (2, 3, 4) en additionnant la durée de la tâche à la date au plus tôt de l'étape 1.

Etape 2 : $D_{tot}(\text{Etape 1}) + \text{Durée}(\text{T\^ache A}) = 0 + 3 = 3$

Etape 3 : $D_{tot}(\text{Etape 1}) + \text{Durée}(\text{T\^ache B}) = 0 + 5 = 5$

Etape 4 : $D_{tot}(\text{Etape 1}) + \text{Durée}(\text{T\^ache E}) = 0 + 10 = 10$



La date au plus tôt de l'étape 6 se fait de la même façon.

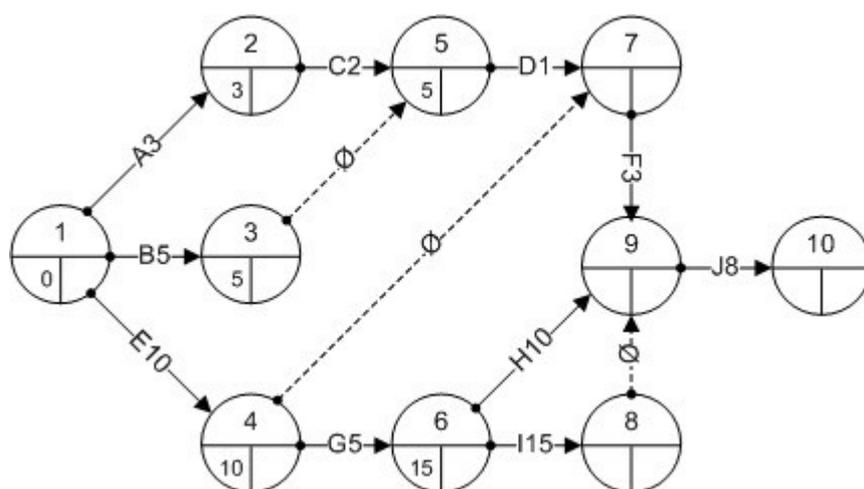
$$\text{Etape 6 : } Dt_{\text{tot}} (\text{Etape 4}) + \text{Durée (T\^ache G)} = 10 + 5 = 15$$

Pour l'étape 5, on remarque qu'il y a deux tâches qui y font références en amont, la tâche C qui vient de l'étape 2 et la tâche fictive qui vient de l'étape 3.

$$\text{Etape 5 : } Dt_{\text{tot}} (\text{Etape 2}) + \text{Durée (T\^ache C)} = 3 + 2 = 5$$

$$\text{Etape 5 : } Dt_{\text{tot}} (\text{Etape 3}) + \text{Durée (T\^ache 0)} = 5 + 0 = 5$$

On prend normalement le maximum des deux. Ici les deux valeurs sont identiques, la date au plus tôt de l'étape 5 est 5.



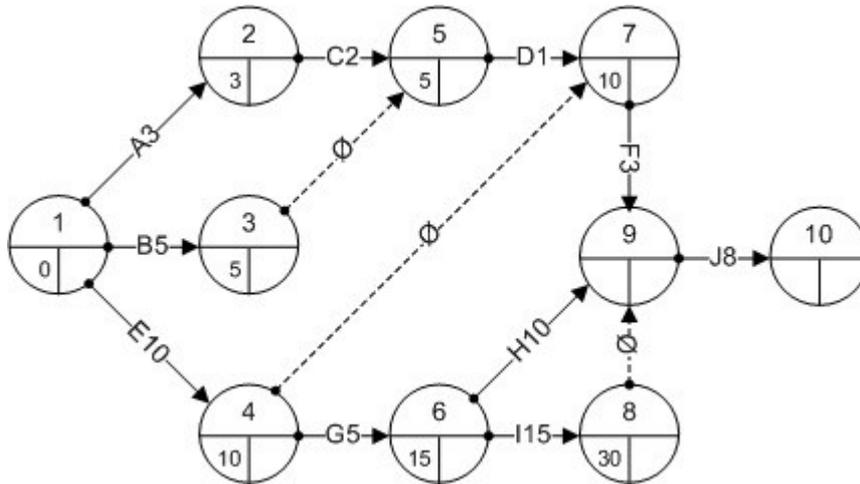
On continue avec l'étape 7 et l'étape 8 :

Etape 7 : $D_{tot}(\text{Etape 4}) + \text{Durée}(\text{T\^ache 0}) = 10 + 0 = 10$

Etape 7 : $D_{tot}(\text{Etape 5}) + \text{Durée}(\text{T\^ache D}) = 5 + 1 = 6$

Etape 8 : $D_{tot}(\text{Etape 6}) + \text{Durée}(\text{T\^ache I}) = 15 + 15 = 30$

On prend la plus grande des deux valeurs pour l'étape 7.



Pour l'étape 9, on a trois références en amont :

Etape 9 : $D_{tot}(\text{Etape 6}) + \text{Durée}(\text{T\^ache H}) = 15 + 10 = 25$

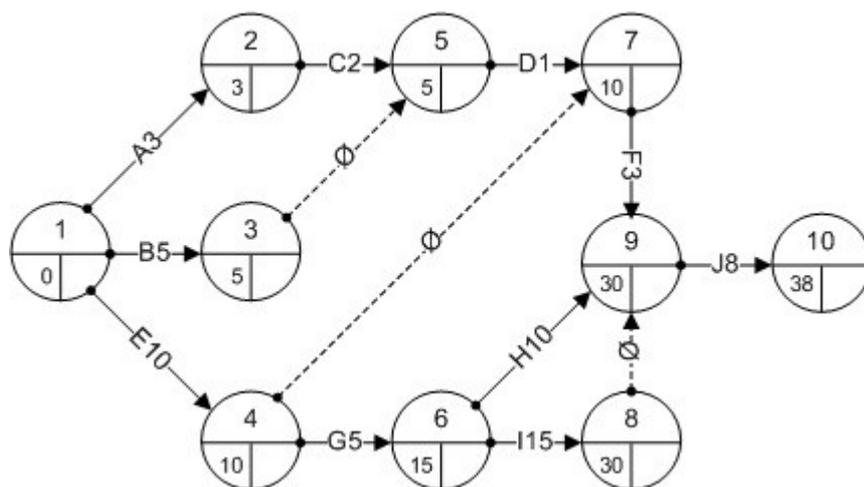
Etape 9 : $D_{tot}(\text{Etape 7}) + \text{Durée}(\text{T\^ache F}) = 10 + 3 = 13$

Etape 9 : $D_{tot}(\text{Etape 8}) + \text{Durée}(\text{T\^ache 0}) = 30 + 0 = 30$

On prend le maximum des trois dates obtenues, soit 30.

Pour l'étape 10 :

Etape 10 : $D_{tot}(\text{Etape 9}) + \text{Durée}(\text{T\^ache J}) = 30 + 8 = 38$

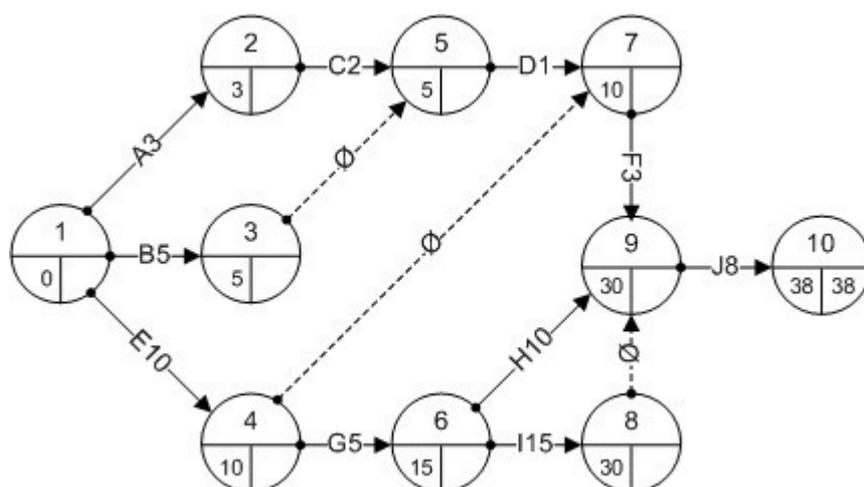


Le projet sera fini au plus tôt dans 38 jours.

Détermination des dates au plus tard

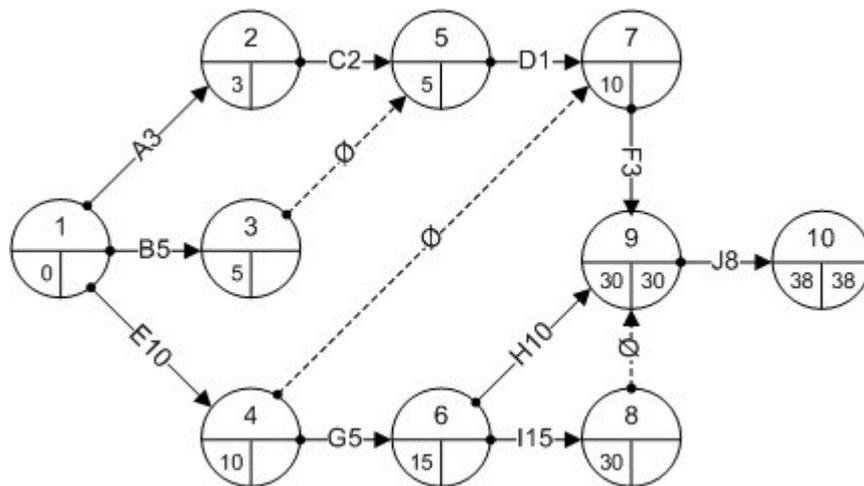
On va maintenant parcourir le réseau en ordre inverse, pour déterminer les dates au plus tard des tâches, c'est à dire la date maximum à laquelle la tâche doit être finie.

Pour cela, on met comme date au plus tard de l'étape d'arrivée de notre réseau la date au plus tôt précédemment trouvée.



Puis on détermine la date au plus tard de son antécédent, l'étape 9 :

$$\text{Etape 9 : } Dtard(\text{Etape 10}) - \text{Durée}(\text{Tâche J}) = 38 - 8 = 30$$



On fait de même pour l'étape 7 et 8 :

Etape 7 : $D_{tard}(\text{Etape 9}) - \text{Durée}(\text{T\^ache F}) = 30 - 3 = 27$

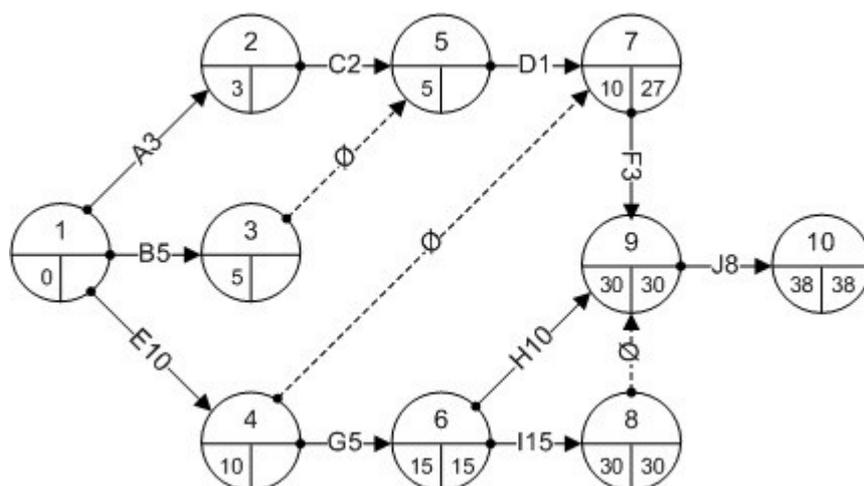
Etape 8 : $D_{tard}(\text{Etape 9}) - \text{Durée}(\text{T\^ache 0}) = 30 - 0 = 30$

Puis pour l'étape 6, qui possède deux tâches en aval :

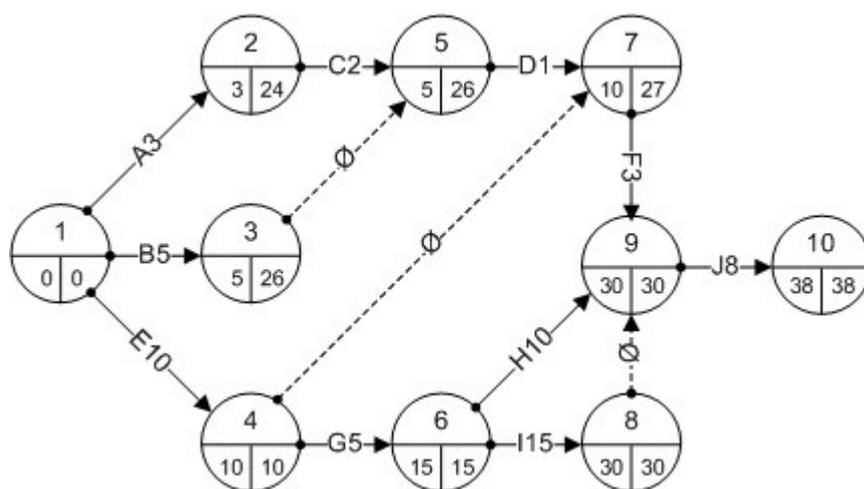
Etape 6 : $D_{tard}(\text{Etape 9}) - \text{Durée}(\text{T\^ache H}) = 30 - 10 = 20$

Etape 6 : $D_{tard}(\text{Etape 8}) - \text{Durée}(\text{T\^ache I}) = 30 - 15 = 15$

On prend cette fois ci le minimum obtenu, soit 15.

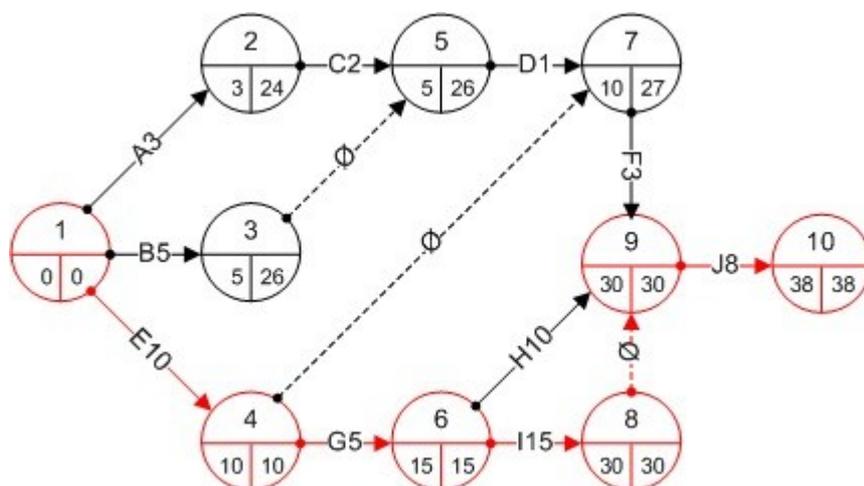


On termine de revenir en arri\ere de la m\eme fa\con pour obtenir le graphe final:



Détermination du chemin critique

Une fois les dates au plus tôt et les dates au plus tard renseignées, le chemin critique qui contient les tâches critiques apparaît clairement. Il passe par les étapes dont la date au plus tôt est égale à la date au plus tard.



Les tâches critiques de notre projet sont donc les tâches : E, G, I et J. Tout retard sur l'une de ces tâches entraînera un retard systématique sur l'ensemble du projet. Il convient donc de s'assurer d'avoir les ressources nécessaires pour terminer ces étapes en temps et en heure.

Calcul des marges libres

Nous pouvons maintenant utiliser le réseau obtenu pour déterminer les marges libres des tâches du projet.

Une tâche peut être décalée de la durée de sa marge libre sans avoir d'incidence sur les autres tâches. Si la marge libre est dépassée, alors les dates de début d'autres tâches en aval seront décalées. La marge libre s'obtient de la façon suivante :

Soit t une tâche avec une étape de départ e et une étape d'arrivée e+1 :

$$\text{Marge libre } t = \text{Dtot}(e+1) - \text{Dtot}(e) - \text{Durée } (t)$$

Pour notre étude de cas, on obtient le tableau suivant :

Tâche	Dtot(e+1)	Dtot(e)	Durée (t)	Marge libre
A	3	0	3	0
B	5	0	5	0
C	5	3	2	0
D	10	5	1	4
E	10	0	10	0
F	30	10	3	17
G	15	10	5	0
H	30	15	10	5
I	30	15	15	0
J	38	30	8	0

La date de début de la tâche H peut être décalée de 5 jours sans avoir d'incidence sur les autres tâches du projet.

Calcul des marges totales

Enfin, nous déterminons les marges totales de chaque tâche. Si la marge totale d'une tâche est dépassée, l'intégralité du projet prend du retard.

Les marges totales s'obtiennent de la façon suivante :

Soit t une tâche avec une étape de départ e et une étape d'arrivée e+1.

Marge totale t = $D_{tard}(e+1) - D_{tot}(e) - \text{Durée}(t)$

Pour notre étude de cas, on obtient le tableau suivant :

Tâche	$D_{tard}(e+1)$	$D_{tot}(e)$	Durée (t)	Marge totale
A	24	0	3	21
B	26	0	5	21
C	26	3	2	21
D	27	5	1	21
E	10	0	10	0
F	30	10	3	17
G	15	10	5	0
H	30	15	10	5
I	30	15	15	0
J	38	30	8	0

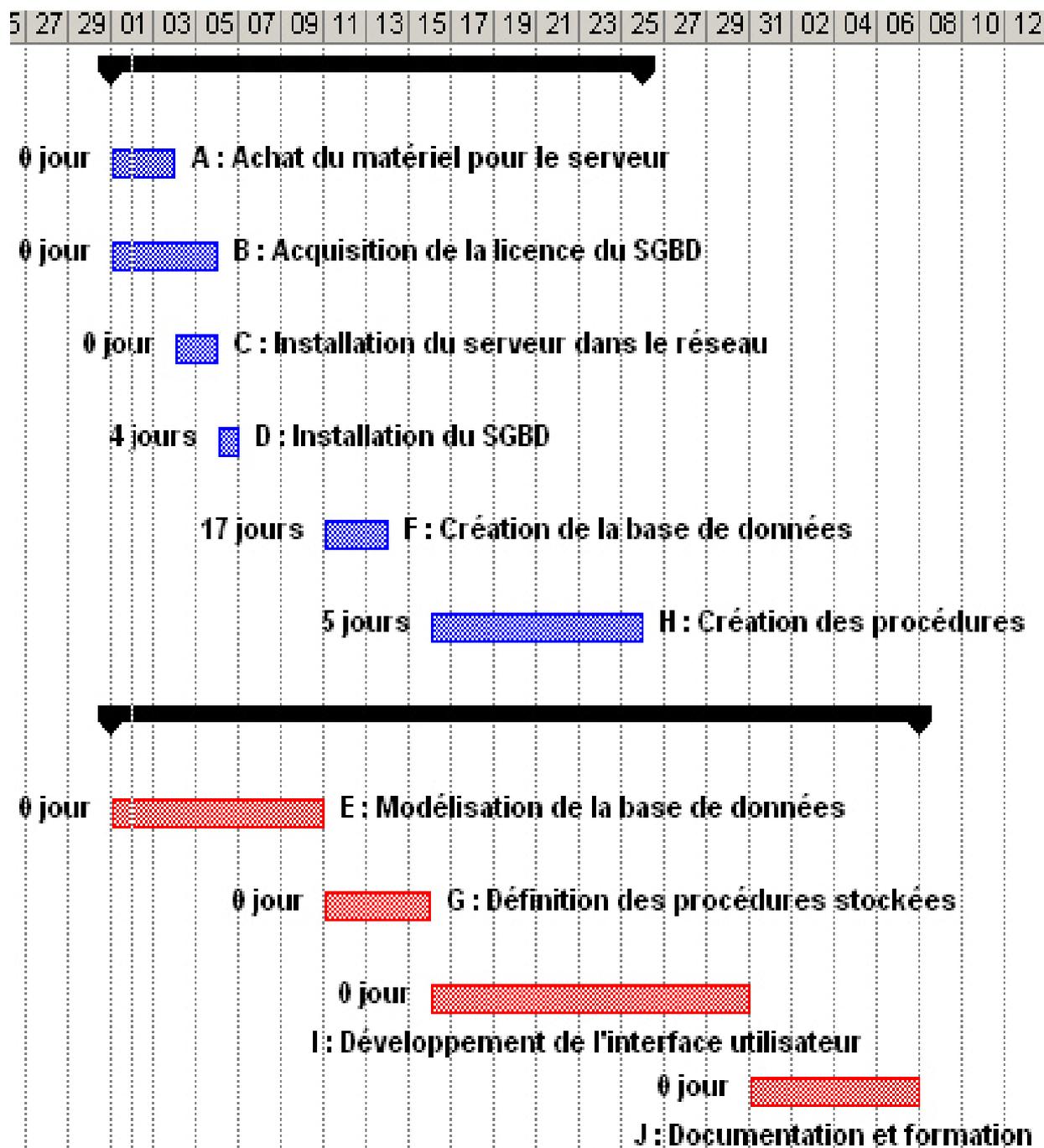
Logiquement, seules les tâches critiques n'ont pas de marge totale.

Modélisation sous forme de Gantt

Une fois le réseau PERT établi, il est possible de modéliser les tâches sous forme de diagramme de GANTT.

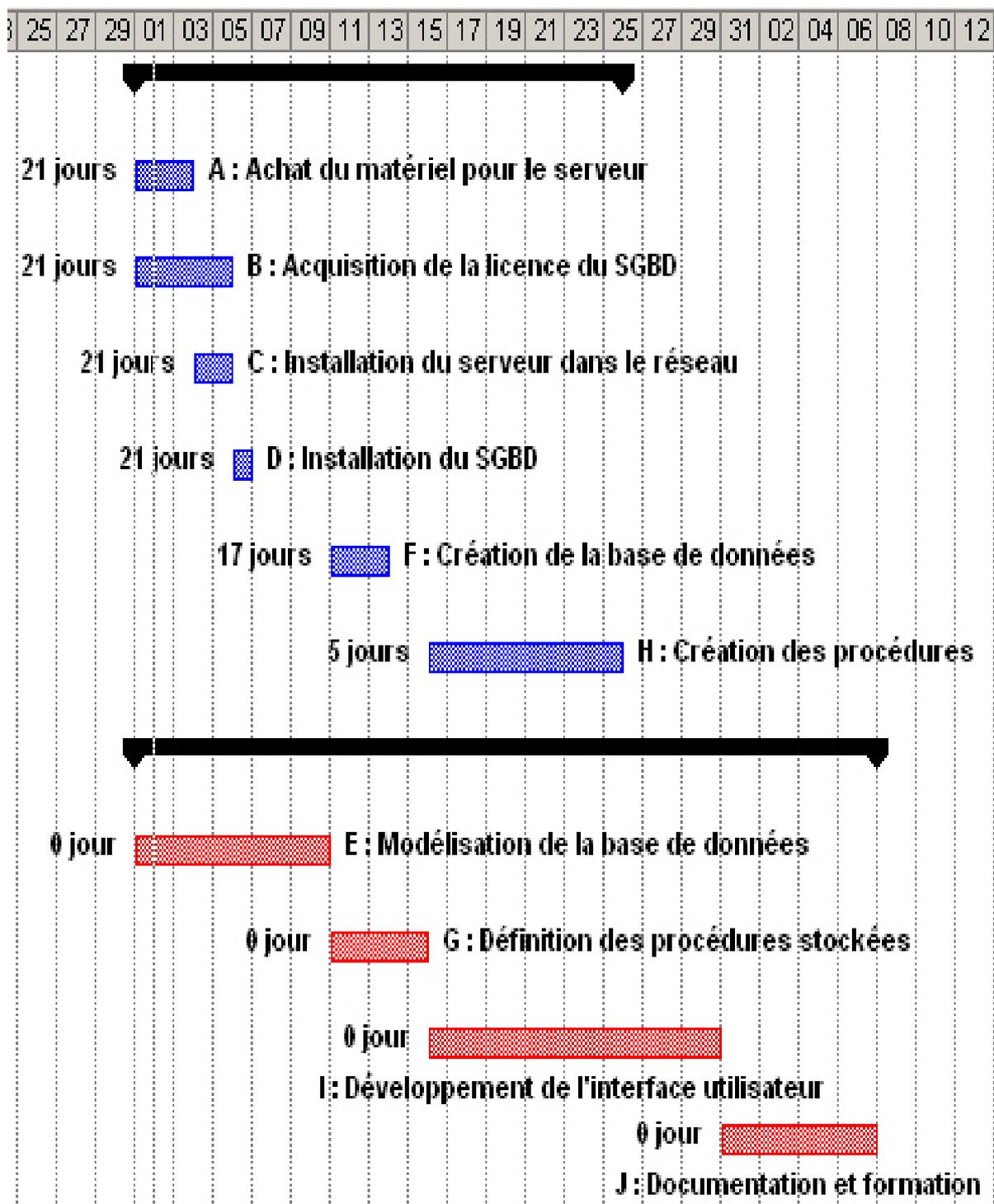
La modélisation avec les marges libres

Dans cette modélisation, les marges libres sont inscrites à gauche de chacune des tâches. Les tâches critiques sont identifiées en rouge.



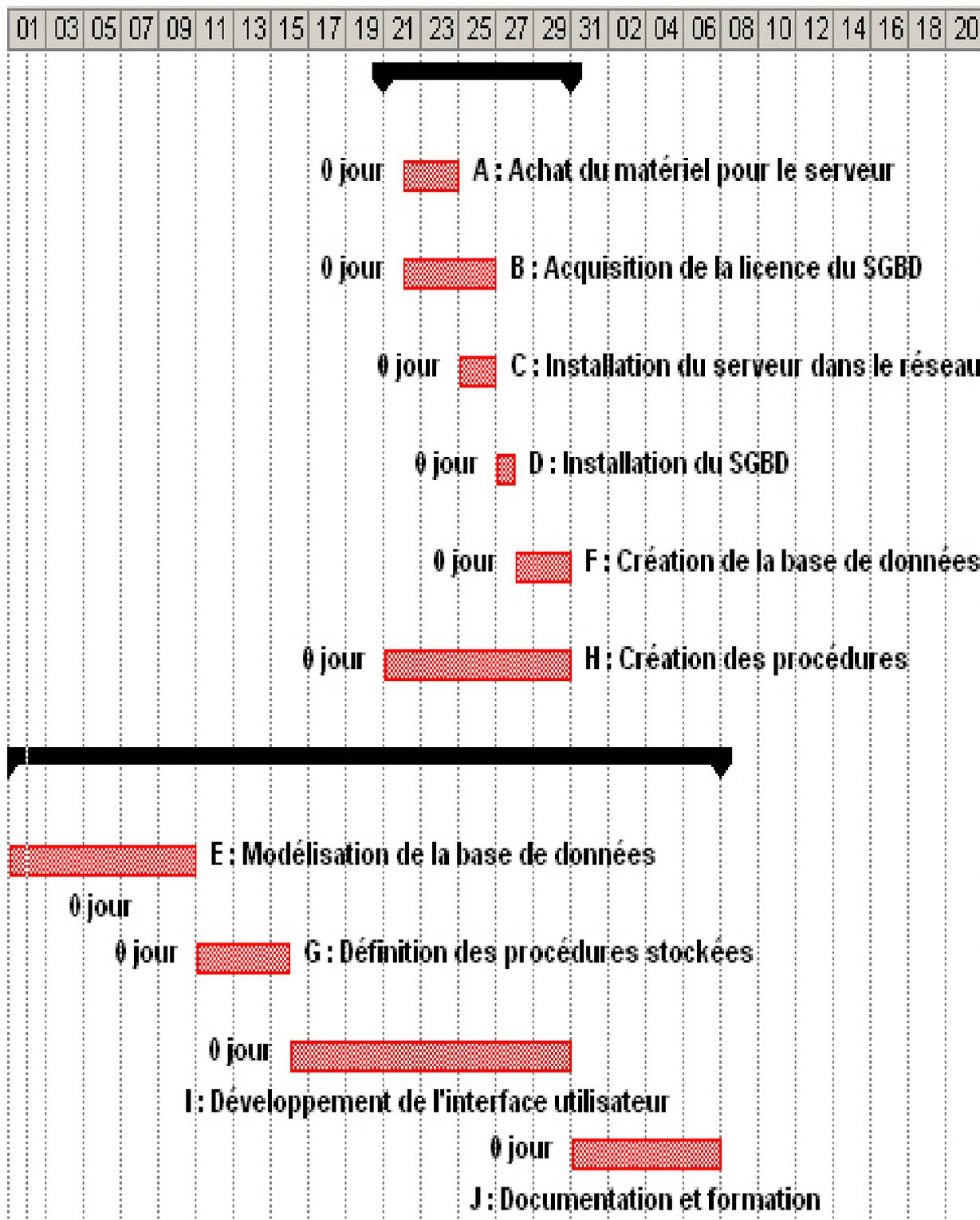
La modélisation avec les marges totales

Dans cette modélisation, les marges totales sont inscrites à gauche de chacune des tâches. Les tâches critiques sont identifiées en rouge.



La modélisation au plus tard

Dans cette modélisation, les tâches ne sont plus en position "Début dès que possible". Au contraire, elles sont en position "Début le plus tard possible". Par conséquent, les marges sont réduites à 0 et chacune des tâches se retrouve être une tâche critique.



Conclusion

Pour un projet, il incombe au gestionnaire de faire une planification qui consiste essentiellement à définir des activités constituant le projet, organiser les activités dans le temps, évaluer les dépendances entre les activités, évaluer l'effort nécessaire pour chaque activité et affecter les ressources.

Parmi les méthodes susceptibles de répondre à ces besoins il y'a la méthode PERT et la méthode GANTT.

Le graphe PERT permet ainsi de visualiser la dépendance des tâches et de procéder à leur ordonnancement par la détermination pour chaque tâche, d'une date de début et de fin au plus tôt et au plus tard. Un autre point utile fournit par la méthode PERT pour un gestionnaire de projet est la détermination d'un chemin critique qui conditionne la durée du projet et d'identifier les tâches critiques pour lesquelles aucune marge de retard n'est permise. Critiquée pour son omission des coûts, la méthode PERT traditionnelle est complétée par la méthode coût qui permet de déterminer le budget à allouer au projet.

Au total la méthode PERT permet de résoudre pour un projet les problèmes de dépendance et d'organisation des activités, de déterminer la durée voire les coûts prévisibles du projet.

La méthode GANTT complète PERT dans la mesure où le diagramme GANTT permet de faire apparaître la répartition des activités dans le temps et de visualiser l'affectation des ressources aux tâches indispensables en la définition du plan du projet. Il fournit une description détaillée des coûts et des dates pour chaque tâche et pour chaque phase du projet.

A chaque tâche ou sous tâche on associe ainsi un objectif qui permet de repérer la terminaison de l'activité. On définit des points clés ou jalons qui servent de borne intermédiaire.

En somme pour faire un bon planning, il faut déterminer un ordonnancement compatible avec les contraintes de coûts et de temps. Avec les techniques d'ordonnancement comme PERT et GANTT le gestionnaire dispose alors des outils capables de répondre à ses besoins. Un projet bien planifié ne souffrirait d'aucune réalisation. Il va falloir alors faire appel à ces outils mais également aux intuitions du manager du projet pour mener à bon port le projet.

Références

Bibliographie

- Alain COURTOIS, Maurice PILLET, Chantal MARTIN, « Gestion de production », Les Editions d'Organisation, 1989
- Patrick ROGER, « Gestion de production », Editions DALLOZ, 1992

Site Web

- www.supinfo-projects.com ; Période de consultation : semaine du 5 février 2007