

Les techniques des marchés financiers
Corrigé des exercices supplémentaires
Christine Lambert
© éditions Ellipses

Exercice 1 : le suivi d'une position de change.....	2
Exercice 2 : les titres de taux	3
Exercice 3 : mathématiques et statistiques	5
Exercice 4 : change à terme et swaps de change	7
Exercice 5 : le risque de taux et les opérations de Repo	11
Exercice 6 : swaps et FRA.....	13
Exercice 7 : contrats futures sur indice actions et taux.....	16
Exercice 8 : les stratégies d'options	18
Exercice 9 : la couverture en delta sur les options de change	22
Exercice 10 : questions diverses	24

Exercice 1 : le suivi d'une position de change

1. Il devra déboucler sa position au prix de 1,4122 ; en effet ses flux seront alors les suivants :

EUR		USD
+5 000 000	Achat de 5 millions d'EUR/USD à 1,4122	-7 161 000
-5 000 000	Vente de 5 millions d'EUR/USD (opération simulée)	+7 061 000
0	Solde	-100 000

2. a. Il a gagné 5 pips sur les 5 premiers millions, il peut donc se permettre de racheter plus cher (5 pips au-dessus) les 5 millions suivants : son point mort est situé 5 pips au dessus de 1,4327, soit à 1,4332.
- b. Il est en position short de 5 millions d'EUR/USD, son risque est une hausse de l'EUR/USD, le prix auquel il devra sortir de sa position est donc situé au dessus de son point mort.
- c. Comme dans la première question, il est en position de 5 millions d'EUR/USD, le prix auquel il doit sortir de sa position est donc aussi situé à 200 pips de son point mort (mais au-dessus), c'est donc 1,4532.
3. a. Il est maintenant long de 10 millions d'EUR/USD. Il était short de 5 millions à 1,4332 et il les a rachetés à 1,4324, il a gagné 8 pips sur 5 millions, il peut se permettre d'en perdre 4 sur les 10 millions qu'il a maintenant en position. Son point mort est donc de 1,4320. Avec une position de 10 millions son prix stop loss doit être situé à 100 pips de son point mort et au dessous puisqu'il est en position longue.
- b. Ses flux seront les suivants :

EUR		USD
+5 000 000	Achat de 5 millions d'EUR/USD à 1,4322	-7 161 000
-10 000 000	Vente de 10 millions d'EUR/USD à 1,4327	+14 327 000
+15 000 000	Achat de 15 millions d'EUR/USD à 1,4324	-21 486 000
+10 000 000	Solde	-14 320 000
-10 000 000	Vente de 10 millions d'EUR/USD (opération simulée)	+14 220 000

$$\text{Point mort} = \frac{14\,320\,000}{10\,000\,000} = 1,4320$$

$$\text{Prix stop loss} = \frac{14\,220\,000}{10\,000\,000} = 1,4220$$

Exercice 2 : les titres de taux

1. a. Le SVT sera servi à 100% sur la demande de 50 millions d'EUR qu'il a faite à 0,35% et sera servi à 80% sur la demande de 60 millions qu'il a faite à 0,36%, il aura donc acheté un montant nominal de :

$$\text{Montant nominal acheté} = 50 + (80 \% \times 60) = 98 \text{ millions}$$

- b. Il aura gagné 0,5 BP (Basis Point) sur les 50 millions et 1,5 BP sur les 48 millions. Le taux étant exprimé en annuel alors que la période est d'environ 1/4 d'année, le gain sera approximativement de :

$$\left(0,005 \% \times 50\,000\,000 \times \frac{1}{4}\right) + \left(0,015 \% \times 48\,000\,000 \times \frac{1}{4}\right) = 2425 \text{ EUR}$$

- c. Le montant payé à l'AFT sera de :

$$\begin{aligned} \text{Montant payé à l'AFT} &= \frac{50\,000\,000}{\left(1 + \frac{0,35 \% \times 84}{360}\right)} + \frac{48\,000\,000}{\left(1 + \frac{0,36 \% \times 84}{360}\right)} \\ &= 49\,959\,199,99 + 47\,959\,713,84 = 97\,918\,913,83 \text{ EUR} \end{aligned}$$

$$\text{Montant de la vente} = \frac{98\,000\,000}{\left(1 + \frac{0,345 \% \times 84}{360}\right)} = 97\,921\,173,46 \text{ EUR}$$

Soit un gain de 2259,63 EUR

2. a. Le nombre de jours du 25/10/2009 au 24/12/2009 est de 60 et le nombre de jours total sur lequel porte le prochain coupon est de 365, soit un coupon couru de :

$$\text{Coupon couru} = \frac{60}{365} \times 3,75 \% = 0,6164384 \%$$

- b. Le montant payé en EUR sera donc :

$$\begin{aligned} \text{Montant payé} &= 10\,000\,000 \times (102,93 \% + 0,6164384 \%) \\ &= 10\,354\,643,84 \text{ EUR} \end{aligned}$$

- c. Le taux actuariel i doit être tel que la somme des valeurs actuelles des flux payés soit égale à la somme des valeurs actuelles des flux reçus. On peut l'écrire en se situant à la date de paiement du premier flux, soit le 24/12/2009, mais elle est plus simple si on l'écrit en se situant à la date du 25/10/2009 :

Equation du taux actuariel en se situant à la date du 24/12/2009 :

$$102,93 \% + 0,6164384 \% = \frac{3,75 \%}{(1+i)^{\frac{305}{365}}} + \frac{3,75 \%}{(1+i)^{1+\frac{305}{365}}} + \dots + \frac{103,75 \%}{(1+i)^{9+\frac{305}{365}}}$$

Equation du taux actuariel en se situant à la date du 25/10/2009 :

$$\frac{102,93 \% + 0,6164384 \%}{(1+i)^{\frac{60}{365}}} = \frac{3,75 \%}{(1+i)} + \frac{3,75 \%}{(1+i)^2} + \dots + \frac{103,75 \%}{(1+i)^{10}}$$

Excel français	Excel anglais	
Liquidation	Settlement	24/12/2009
Echéance	Maturity	25/10/2019
Taux	Rate	3,75 %
Valeur nominale	Par	102,93
Valeur de rachat	Redemption	100
Fréquence	Frequency	1
Base	Basis	1
Rendement titre	Yield	3,394 %

Exercice 3 : mathématiques et statistiques

1. Calcul des dérivées :

$$f(x) = (1 + x)^{-3}$$

$$f'(x) = -3 \times (1 + x)^{-4}$$

$$f''(x) = 12 \times (1 + x)^{-5}$$

2. Calcul des primitives et intégrales :

$$f(x) = x^3 + 2x \quad \text{Fonction primitive} = F(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + K$$

$$g(x) = e^{-3x} \quad \text{Fonction primitive} = G(x) = -\frac{1}{3}e^{-3x} + K$$

où K est une constante pouvant prendre n'importe quelle valeur. En calculant l'intégrale entre 2 points, la constante K s'annule.

$$I = \int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = \left[\frac{1}{4}x^4 + x^2 \right]_1^2 = 8 - \frac{5}{4} = \frac{27}{4}$$

$$J = \int_1^2 g(x)dx = G(2) - G(1) = \left[-\frac{1}{3}e^{-3x} \right]_1^2 = -\frac{1}{3}e^{-6} + \frac{1}{3}e^{-3} \approx 0,01577$$

3. Tous les tirages sont équiprobables, il suffit donc de calculer le nombre de tirages respectant la condition et diviser par le nombre total de tirages possibles.

$$\text{Nombre de tirages de 5 cartes comprenant 5 trèfles} = C_8^5 = \frac{8!}{5! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$$

$$\text{Nombre de manières de tirer 5 cartes parmi 32} = C_{32}^5 = \frac{32!}{5! \times 27!}$$

$$= \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 201\,376$$

$$\text{Probabilité d'obtenir 5 trèfles en tirant 5 cartes parmi 32} = \frac{56}{201\,376} = 0,000278087$$

4. On calcule dans un premier temps la probabilité de faire 3 fois pile sur les 3 premiers lancers, puis 7 fois face :

$$\text{Proba de faire 3 fois pile puis 7 fois face} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^7$$

Le nombre de manières de placer les 3 lancers on l'on a obtenu pile parmi les 10 lancers est égal au nombre de combinaisons de 3 éléments parmi 10, d'où la probabilité cherchée p.

$$p = C_{10}^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{10!}{7! \times 3!} \times \frac{1}{2^{10}} = \frac{10 \times 9 \times 8}{6 \times 1024} = 0,117187$$

5. Calcul de l'espérance mathématique de X :

Valeurs de $X=x_i$	Probabilités associées= p_i	$p_i \times x_i$
0	0,2	0
1	0,5	0,5
2	0,3	0,6

$$E(X) = \sum_{i=1}^n p_i \times x_i = 1,1$$

Pour calculer la variance de X on étudie la variable aléatoire X^2 :

Valeurs de $X^2=x_i^2$	Probabilités associées= p_i	$p_i \times x_i$
0	0,2	0
1	0,5	0,5
4	0,3	1,2

$$E(X^2) = 1,7$$

$$\text{Variance}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = 1,7 - 1,1^2 = 0,49$$

$$\text{Ecart-type de } X = \sigma(X) = \sqrt{0,49} = 0,7$$

6. On effectue un changement de variable en posant :

$$X = \frac{Y - 1,1}{0,7}$$

$$\text{Proba}(Y < 0) = \text{Proba}\left(\frac{Y - 1,1}{0,7} < \frac{-1,1}{0,7}\right) = \text{Proba}(X < -1,5714)$$

En utilisant la fonction LOI.NORMALE.STANDARD (ou NORMSDIST en anglais) sur Excel®, on obtient :

$$\text{Proba}(Y < 0) = \text{Proba}(X < -1,5714) = 0,058$$

Exercice 4 : change à terme et swaps de change

1. Pour déterminer le prix à donner au client, on prend le plus défavorable des fourchettes, c'est-à-dire celles qui donnent le prix sera le plus élevé. On prend donc le haut de fourchette du spot et on enlève le minimum de points de swaps. La marge de 1500 USD pour un montant de 10 millions de GBP correspond à 1,5 pip, en effet :

$$\text{Marge en pips} = \frac{1500}{10\,000\,000} = 0,00015 \text{ soit } 1,5 \text{ pip}$$

Prix spot utilisé : 1,6580

Prix utilisé sur le swap : -3,98 pips , soit -0,000398

$$\text{Prix donné au client} = 1,6580 - 0,000398 + 0,00015 = 1,657752 \approx 1,6578$$

2. Le client veut acheter de l'USD contre EUR à terme 3 mois. Comme la cotation s'effectue avec l'EUR en devise directrice, il vaut mieux dire que le client souhaite vendre de l'EUR/USD. On utilise donc le bas de fourchette du spot EUR/USD, on soustrait le maximum de points de swaps (côté gauche de la fourchette) et on soustrait la marge.

Prix spot utilisé : 1,4969

Prix utilisé sur le swap : -10,60 pips , soit -0,001060

A ce prix, il faut soustraire la marge de 2 pips.

$$\text{Prix donné au client} = 1,4969 - 0,001060 - 0,0002 = 1,495640 \approx 1,4956$$

Comme il souhaite faire l'opération sur 10 millions d'USD, on peut lui présenter de la manière suivante :

Il achète à terme 10 000 000 USD en valeur 23/02/2010 et vend :

$$\frac{10\,000\,000}{1,4956} = 6\,686\,279,75 \text{ EUR}$$

3. Le client a acheté du GBP/USD à 1,6578 alors qu'il vaut maintenant 1,6135/37, il est donc potentiellement perdant.

Il ne veut plus acheter les GBP/USD en valeur 23/12, la banque va donc les vendre sur le marché en valeur 23/12 et les racheter en valeur 23/01, ce qu'elle fera sous la forme d'un swap Sell/Buy EUR/USD 1 mois.

Etant acheteuse à terme et vendeuse spot (au comptant) dans le swap, elle espère la différence la plus faible entre le terme et le spot , elle subit la cotation et aura donc la plus élevée, soit -3,12 pips, soit avec un prix spot en milieu de fourchette :

$$\text{Prix spot} = 1,6136 \text{ et prix terme} = 1,613288$$

- a. L'ancien contrat de terme est conservé et la banque fait un nouveau contrat aux conditions actuelles de marchés.

La banque augmentera le prix terme (puisque le client va acheter du GBP/USD à terme) à 1,6134. Elle annoncera donc au client qu'il vend valeur 23/12 ses GBP/USD à un prix de 1,6136 (ce qui annulera l'achat à terme précédent) et qu'il les achète valeur 23/01 à un prix de 1,6134.

Flux de la banque

GBP	Valeur 23/12/2009	USD
-10 000 000	Swap face au marché : vente spot à 1,6136	+16 136 000
+10 000 000	Achat des GBP/USD au client au même prix	-16 136 000
0	SOLDE	0

GBP	Valeur 23/01/2010	USD
+10 000 000	Swap face au marché : achat à terme à 1,613288	-16 132 880
-10 000 000	Vente des GBP/USD à terme au client à 1,6134	+16 134 000
0	SOLDE	+1 120

Flux du client

GBP	Valeur 23/12/2009	USD
+10 000 000	Achat à terme initial à 1,6578	-16 578 000
-10 000 000	Vente GBP/USD à 1,6136	+16 136 000
	SOLDE	-442 000

GBP	Valeur 23/01/2010	USD
+10 000 000	Achat à terme des GBP/USD à 1,6134	-16 134 000

- b. Si le client ne veut pas avoir de flux le 23/12, la banque lui prêtera les 442 000 USD, qu'elle empruntera sur le marché sur la durée de 1 mois au taux de 0,35 %. Le nombre de jours du 23/12 au 23/01 est de 31.

$$\text{Montant à rembourser par la banque} = 442\,000 \times \left(1 + \frac{31 \times 0,35\%}{360}\right) = 442\,133,21 \text{ USD}$$

La banque débitera ce montant sur le compte du client au 23/01 et le client n'aura pas de flux au 23/12. Il devra donc payer un montant de :

$$-16\,132\,880 - 442\,133,21 = -16\,575\,013,21 \text{ USD}$$

Soit un prix annoncé au client de 1,6577.

La banque aura donc annulé l'opération de vente à terme du client au 23/12.

Flux de la banque

GBP	Valeur 23/12/2009	USD
-10 000 000	Swap face au marché : vente spot à 1,6136	+16 136 000
+10 000 000	Annulation achat à terme initial du client	-16 578 000
	Emprunt sur le marché	+442 000
0	SOLDE	0

GBP	Valeur 23/01/2010	USD
	Remboursement de l'emprunt	-442 133,21
+10 000 000	Swap face au marché : achat à terme à 1,613288	-16 132 880
-10 000 000	Vente des GBP/USD à terme au client à 1,6577	+16 577 000
	SOLDE	+1 986,79

Flux du client

GBP	Valeur 23/01/2010	USD
+10 000 000	Achat de GBP/USD à 1,6577	-16 577 000

4. Le client avait vendu de l'EUR/USD à 1,4956 alors que l'EUR/USD spot est maintenant à 1,4322/24, il est donc gagnant sur son opération.
- b. Si le client veut effectuer une levée anticipée, la banque va faire sur le marché un swap Sell/Buy EUR/USD 2 mois (pour un montant de 10 millions d'USD au comptant et à terme) à un prix de -1,92 pips (le plus défavorable pour elle) :

$$\text{Prix spot} = 1,4323 \text{ et prix terme} = 1,432108$$

La banque répercutera ces prix au client en prenant une marge comprise entre 1 et 2 pips sur le prix de 1,432108. Elle augmentera donc le prix terme (puisque le client va acheter à terme) à 1,4323. La banque annoncera au client un achat valeur 23/12 de l'EUR/USD à 1,4323 et une vente valeur 23/02 à 1,4323 (ce qui annulera la vente à terme précédente). Le montant d'USD est stable à 10 millions, d'où on déduit les montants en EUR.

Flux de la banque

EUR	Valeur 23/12/2009	USD
-6 981 777,56	Swap face au marché : vente spot à 1,4323	+10 000 000
+6 981 777,56	Achat des EUR/USD au client au même prix	-10 000 000
0	SOLDE	0

EUR	Valeur 23/02/2010	USD
+6 982 713,59	Swap face au marché : achat à terme à 1,432108	-10 000 000
-6 981 777,56	Vente des EUR/USD à terme au client à 1,4323	+10 000 000
+936,03	SOLDE	0

Flux du client

EUR	Valeur 23/12/2009	USD
-6 981 777,56	Vente EUR/USD à 1,4323	+10 000 000

EUR	Valeur 23/02/2010	USD
-6 686 279,75	Vente à terme initiale à 1,4956	+10 000 000
+6 981 777,56	Achat des EUR/USD à terme à 1,4323	-10 000 000
+295 497,81	SOLDE	0

- d. Si le client ne veut pas avoir de flux le 23/02, la banque lui prêtera la valeur actuelle des 295 497,81 EUR qu'elle empruntera sur le marché sur 2 mois à un taux de 0,65 %. Le nombre de jours du 23/12 au 23/02 est de 62.

$$\text{Valeur actuelle} = \frac{295\,497,81}{\left(1 + \frac{0,65\% \times 62}{360}\right)} = 295\,167,39 \text{ EUR}$$

La banque créditera donc ce montant sur le compte du client au 23/12 et le client n'aura pas de flux au 23/02. Il devra donc payer un montant de :

$$-6\,981\,777,56 + 295\,167,39 = -6\,686\,610,17 \text{ EUR}$$

La banque annoncera au client un prix arrondi de 1,4955, ce qui donnera un montant exact d'EUR de 6 686 726,85.

Flux de la banque

EUR	Valeur 23/12/2009	USD
-6 981 777,56	Swap face au marché : vente spot à 1,4323	+10 000 000
+6 686 726,85	Achat des EUR/USD au client à 1,4955	-10 000 000
+295 167,39	Emprunt sur le marché	0
+116,68	SOLDE	0

EUR	Valeur 23/02/2010	USD
-295 497,81	Remboursement emprunt	0
+6 982 713,59	Swap face au marché : achat à terme à 1,432108	-10 000 000
-6 686 279,75	Annulation vente à terme initiale du client à 1,4956	+10 000 000
+936,03	TOTAL	0

Flux du client

EUR	Valeur 23/12/2009	USD
-6 686 726,85	Vente EUR/USD à 1,4955	+10 000 000

Exercice 5 : le risque de taux et les opérations de Repo

1. L'opérateur pense que le taux actuariel de l'OAT va diminuer plus (ou augmenter moins) que le taux actuariel de la BUND. Il doit donc acheter des OAT et vendre des BUND. Il financera l'achat d'OAT en effectuant une opération de Repo dans laquelle il empruntera le cash et prêtera ses titres. Pour pouvoir vendre les BUND qu'il n'a pas il effectuera une opération de Reverse Repo dans laquelle il prêtera le cash obtenu par la vente des titres et empruntera les titres.

Une semaine plus tard, il vendra les OAT qu'il aura récupéré de l'opération de Repo et achètera les BUND qu'il rendra à la contrepartie de son opération de Reverse Repo.

2. Il doit ajuster les montants nominaux de telle sorte que pour un faible mouvement de taux un mouvement parallèle des taux entre l'OAT et le BUND lui soit indifférent ; pour cela, il faut que :

$$\text{Nominal OAT} \times \text{BPV OAT} = \text{Nominal BUND} \times \text{BPV BUND}$$

$$50\,000\,000 \times 8,394 = \text{Nominal BUND} \times 8,519$$

$$\text{Nominal BUND} = \frac{50\,000\,000 \times 8,394}{8,519} \approx 49\,266\,000$$

3. Pour les OAT il effectue un emprunt de cash, il obtiendra donc le taux le plus élevé de la cotation, soit 0,40 %. Pour les BUND, il effectue un prêt de cash, il obtiendra donc le plus bas de la cotation, soit 0,33 %

4. Flux titres et cash des opérations en date de valeur du 24/12 et du 31/12 :

EUR	Valeur 24/12/2009	Titres
-51 773 219,20	Achat OAT 2019	+50 millions nominal d'OAT 2019
+51 773 219,20	Repo sur OAT 2019	-50 millions nominal d'OAT 2019
+51 178 533,12	Vente BUND 2020	-49,266 millions nominal de BUND 2020
-51 178 533,12	Reverse Repo sur BUND 2020	+49,266 millions nominal de BUND 2020

EUR	Valeur 31/12/2009	Titres
-51 777 246,01	Echéance repo sur OAT 2019	+50 millions nominal d'OAT 2019
+51 181 817,07	Echéance Reverse Repo sur BUND 2020	-49,266 millions nominal de BUND 2020

5. On peut supposer par exemple que le taux de l'OAT baisse d'1 BP et que le taux des Bunds reste stable. On néglige l'influence des opérations de Repo. Le montant gagné sera de l'ordre de :

$$50\,000\,000 \times 8,394 \times 0,01\% = 41\,970 \text{ EUR}$$

6. Calcul des montants payés pour racheter les OAT et revendre les BUND

Titre	Clean Price	Accrued interest	Taux actuariel	Dirty price	Nominal en millions	Valorisation
OAT 3,75 % 25/10/2019	101,50 %	0,6883562 %	3,565 %	102,1883562 %	50	51 094 178,10
BUND 3,25 % 04/01/2020	99,09 %	3,2143836 %	3,358 %	102,3043836 %	49,266	50 401 277,62

Flux cash et titres au 31/12/2009 compte tenu du déboucement des opérations :

EUR	Valeur 31/12/2009	Titres
-51 777 246,01	Echéance repo sur OAT 2019	+50 millions nominal d'OAT 2019
+51 181 817,07	Echéance Reverse Repo sur Bund 2020	-49,266 millions nominal de BUND 2020
+51 094 178,10	Vente des OAT 2019	-50 millions nominal d'OAT 2019
-50 401 277,62	Achat des BUND 2020	+49,266 millions nominal de BUND 2020
+97 471,54	SOLDE	0

Le spread OAT-BUND est passé de 23 BP à 20,7 BP, soit une diminution de 2,3 BP et un gain approximatif de :

$$\text{Gain approximatif} = 2,3 \times 41\,970 = 96\,531 \text{ EUR}$$

Le résultat est donc cohérent.

Exercice 6 : swaps et FRA

1. Les taux étant exprimés en monétaire ACT/360, la formule qui permet de calculer les discount factors (DF) est la suivante :

$$DF = \frac{1}{\left(1 + \frac{\text{taux} \times \text{nombre de jours}}{360}\right)}$$

Les discount factors sur les grandes périodes se déduisent de la formule suivante :

$$DF_g = DF_p \times DF_{g-p}$$

où p est le nombre de jours de la petite période et g le nombre de jours de la grande période.

Taux 3 mois cash et forward	Nombre de jours	DF cash et forward	Nombre de jours total	DF
0,709 %	90	0,99823064	90	0,99823064
0,794 %	92	0,99797500	182	0,99620922
1,083 %	92	0,99723997	274	0,99345965
1,378 %	91	0,99652881	365	0,99001117

2. On peut déduire du DF 1 an le taux du 1 an en base 30/360 par la formule suivante :

$$DF_{1 \text{ an}} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\text{taux} \times 30 \times 12}{360}\right)} = 0,99001117 \text{ d'où taux} = 1,008962 \%$$

Ce taux correspond à la valeur théorique du taux fixe d'un swap de durée 1 an contre Euribor 3 mois.

3. A est payeur du taux fixe de 1,008962 % pour un montant de 10 millions d'EUR. Les flux connus du swap seront les suivants :

Date	Flux variable	Flux fixe
23/03/2010	+10 mill $\times \frac{0,709 \% \times 90}{360}$	
23/06/2010	+10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 3} \times 92}{360}$	
23/09/2010	+10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 6} \times 92}{360}$	
23/12/2010	+10 mill + 10 mill $\times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 9} \times 91}{360}$	- 10 mill - 10 mill $\times \frac{1,008962 \% \times 360}{360}$

Soit :

Date	Flux variable	Flux fixe
23/03/2010	+17 725	
23/06/2010	$+10 \text{ mill} \times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 3} \times 92}{360}$	
23/09/2010	$+10 \text{ mill} \times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 6} \times 92}{360}$	
23/12/2010	$10 \text{ mill} + 10 \text{ mill} \times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 9} \times 91}{360}$	-10 100 896,20

4. a. On calcule dans un premier temps les taux forward à partir des discount factors :

Durée totale	DF	Durée des périodes cash et forward	DF cash et forward	Taux cash et forward
28	0,99937816	28	0,99937816	0,80000 %
120	0,99667774	92	0,99729790	1,06021 %
212	0,99298292	92	0,99629286	1,45602 %
303	0,98835390	91	0,99533827	1,85284 %

Flux du swap

Date	Flux variable	Flux fixe
23/03/2010	+17 725	
23/06/2010	$+10 \text{ mill} \times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 1} \times 92}{360}$	
23/09/2010	$+10 \text{ mill} \times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 4} \times 92}{360}$	
23/12/2010	$10 \text{ mill} + 10 \text{ mill} \times \frac{\text{Eurib}_{3 \text{ ds } 7} \times 91}{360}$	-10 100 896,20

Soit, en remplaçant les taux inconnus par leurs forward :

Date	Flux variable	Flux fixe
23/03/2010	+17 725	
23/06/2010	$+10 \text{ mill} \times \frac{1,06021 \% \times 92}{360}$	
23/09/2010	$+10 \text{ mill} \times \frac{1,45602 \% \times 92}{360}$	
23/12/2010	$10 \text{ mill} + 10 \text{ mill} \times \frac{1,85284 \% \times 91}{360}$	-10 100 896,20

Date	Flux variable	Flux fixe	DF	Flux actualisés
23/03/2010	17 725,00		0,99937816	17 713,98
23/06/2010	27 094,21		0,99667774	27 004,20
23/09/2010	37 209,30		0,99298292	36 948,20
23/12/2010	10 046 835,65	-10 100 896,20	0,98835390	-53 430,91
TOTAL				+28 235,47

b. En calculant la jambe variable comme un prêt qui serait remboursé à la prochaine échéance connue, on obtient :

Date	Flux variable	Flux fixe	DF	Flux actualisés
23/03/2010	+10 017 725		0,99937816	10 011 495,58
23/06/2010				
23/09/2010				
23/12/2010		-10 100 896,20	0,98835390	-9 983 260,11
TOTAL				28 235,47

Le résultat est bien équivalent.

Exercice 7 : contrats futures sur indice actions et taux

1. Les contrats futures sur indices actions

Lundi 21/12/2009 au soir

L'opérateur est en position acheteuse de 20 contrats CAC janvier.

On peut calculer la marge en comparant le prix de négociation de chaque opération au cours de compensation :

Pour l'achat de 30 contrats :

$$\text{Gain de } (3824 - 3812) \times 30 \times 10 = 3600$$

Pour la vente de 10 contrats :

$$\text{Perte de } (3824 - 3820) \times 10 \times 10 = 400$$

Soit une marge à recevoir de 3200 EUR.

Mardi 22/12/2009 au soir

L'opérateur est en position acheteuse de 20 contrats CAC février.

Il a juste roulé sa position d'une échéance à l'autre. Si l'opération de spread a été réalisée avec un CAC janvier à 3810, le CAC février a été réalisé à 3811,5.

La marge sur l'échéance janvier est donc

$$\text{Perte de } (3824 - 3810) \times 20 \times 10 = 2800 \text{ EUR}$$

et la marge sur l'échéance février :

$$\text{Perte de } (3811,5 - 3800) \times 20 \times 10 = 2300 \text{ EUR}$$

Soit une marge à payer de 5100 EUR.

2. Les contrats futures sur les taux longs

- a. L'opération de cash and carry consiste à acheter les titres du gisement, vendre le contrat et livrer les titres au moment de l'échéance du contrat. Le calcul est effectué sous l'hypothèse d'une stabilité du cours du contrat.

b.

Taux de cash and carry du BUND 2,50 % 10/10/2014 :

$$\begin{aligned} \text{Montant payé au moment de l'achat du titre} &= 101,44 \% + 0,5136986 \% \\ &= 101,9536986 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Montant récupéré au moment de la livraison} \\ &= 117,02 \% \times 0,862992 + 1,0342466 \% = 102,02157044 \% \end{aligned}$$

$$\text{Taux de cash and carry} = \frac{102,02157044 \% - 101,9536986 \%}{101,9536986 \%} \times \frac{360}{76} = 0,315 \%$$

Taux de cash and carry du BUND 3,75 % 04/01/2015 :

$$\begin{aligned} \text{Montant payé au moment de l'achat du titre} &= 107,08 \% + 3,6369863 \% \\ &= 110,7169863 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Montant récupéré au moment de la livraison} \\ &= 117,02 \% \times 0,907986 + 0,6678082 \% = 106,92032992 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Montant du coupon touché remplacé à 0,60 \%} &= 3,75 \% \times \left(1 + \frac{0,60 \% \times 65}{360}\right) \\ &= 3,7540625 \% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Taux de cash and carry} \\ &= \frac{106,92032992 \% + 3,7540625 \% - 110,7169863 \%}{110,7169863 \%} \times \frac{360}{76} \\ &= -0,18 \% \end{aligned}$$

La moins chère à livrer est donc la BUND 2,50 % 10/10/2014.

c. On utilise le ratio de couverture suivant :

$$\begin{aligned} \text{Ratio de couverture} &= \frac{\text{Nominal de la ligne à couvrir}}{\text{Nominal du contrat}} \times FC_{\text{cheapest}} \times \frac{BPV_{\text{titre à couvrir}}}{BPV_{\text{cheapest}}} \\ &= \frac{10\,000\,000}{100\,000} \times 0,862992 \times \frac{8,394}{4,549} = 159,24 \approx 159 \end{aligned}$$

En effectuant cette opération, on espère que l'OAT 10 ans se comportera mieux que le BUND 5 ans, on joue un aplatissement de courbe entre le 5 ans et le 10 ans (c'est-à-dire que le taux du 10 ans baisse plus ou monte moins que le taux du 5 ans) et aussi sur une amélioration de la signature de l'Etat français par rapport à celle de l'Etat allemand.

3. Les contrats futures sur les taux courts.

Taux Euribor 3 mois	0,715 %
Contrat Euribor 3 mois mars 2010	99,235
Contrat Euribor 3 mois juin 2010	98,905
Contrat Euribor 3 mois septembre 2010	98,58

a. Déduire des cotations des contrats les taux forward 3 mois dans 3 mois, dans 6 mois et dans 9 mois.

Contrat Euribor 3 mois mars 2010	99,235	Taux 3 mois dans 3 mois	0,765 %
Contrat Euribor 3 mois juin 2010	98,905	Taux 3 mois dans 6 mois	1,095 %
Contrat Euribor 3 mois septembre 2010	98,580	Taux 3 mois dans 9 mois	1,420 %

b. L'opérateur reçoit un taux fixe et paye l'Euribor 3 mois tous les 3 mois. Il a donc un risque de hausse des taux Euribor 3 mois dans 3 mois, dans 6 mois et dans 9 mois. Il peut se couvrir sur les contrats Euribor en vendant 50 contrats sur chacune des échéances mars, juin et septembre. En effet il a un risque de hausse de taux donc il doit effectuer une opération de couverture qui lui fera gagner si le taux monte, c'est-à-dire si le contrat baisse.

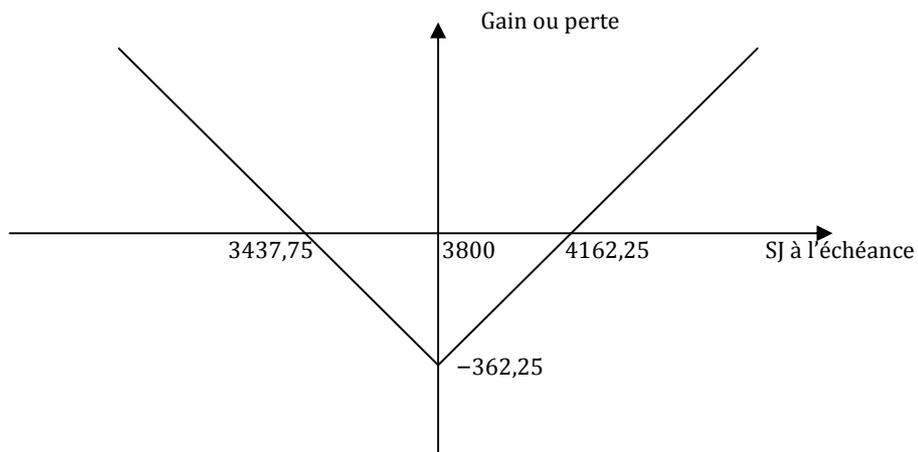
Exercice 8 : les stratégies d'options

1. a. l'achat de straddle proche de la monnaie : achat d'un call 3800 et achat d'un put 3800

$$\text{Montant des primes payées} = 196,83 + 165,42 = 362,25$$

Sous-jacent à l'échéance	3200	3400	3600	3800	4000	4200	4400
Somme des primes	-362,25	-362,25	-362,25	-362,25	-362,25	-362,25	-362,25
Achat du call 3800	0	0	0	0	+200	+400	+600
Achat du put 3800	+600	+400	+200	0	0	0	0
Total	+237,75	+37,75	-162,25	-362,25	-162,25	+37,75	237,75

Il y a 2 points morts : 3437,75 et 4162,25.

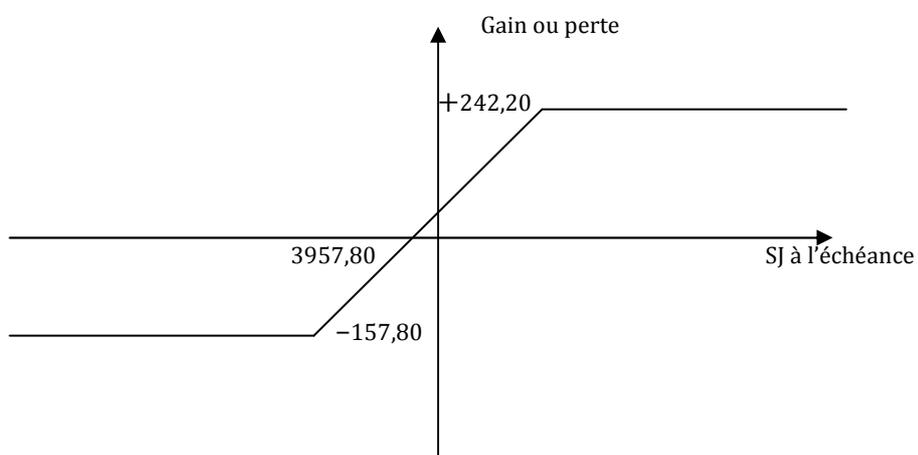


b. l'achat d'un bull call spread : achat d'un call 3800 et vente d'un call 4200

$$\text{Montant des primes payées} = 196,83 - 39,03 = 157,80$$

Sous-jacent à l'échéance	3400	3600	3800	4000	4200	4400	4600
Somme des primes	-157,80	-157,80	-157,80	-157,80	-157,80	-157,80	-157,80
Achat du call 3800	0	0	0	+200	+400	+600	+800
Vente du call 4200	0	0	0	0	0	-200	-400
Total	-157,80	-157,80	-157,80	+42,20	+242,20	+242,20	+242,20

Il y a 1 point mort : 3957,80.

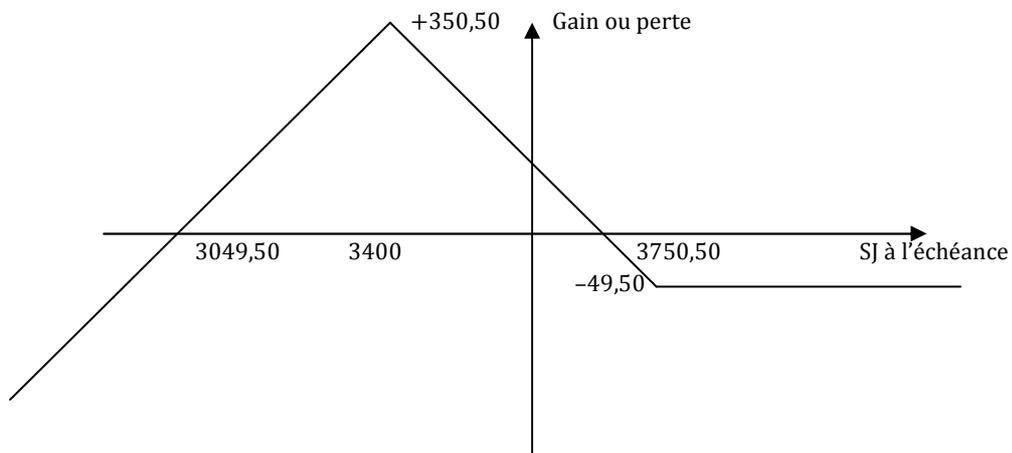


c. l'achat d'un ratio put spread : achat d'un put 3800 et vente de 2 puts 3400

$$\text{Montant des primes payées} = 165,42 - 2 \times 57,96 = 49,50$$

Sous-jacent à l'échéance	2800	3000	3200	3400	3600	3800	4000
Somme des primes	-49,50	-49,50	-49,50	-49,50	-49,50	-49,50	-49,50
Achat du put 3800	+1000	+800	+600	+400	+200	0	0
Vente de 2 puts 3400	-1200	-800	-400	0	0	0	0
Total	-249,50	-49,50	+150,50	+350,50	+150,50	-49,50	-49,50

Il y a 2 points morts : 3049,50 et 3750,50.



2. Il reste 88 jours jusqu'à l'échéance des options. On suppose qu'il n'y a pas de détachement de dividende prévu sur les 88 jours.

- a. En l'absence de dividende, le cours à terme est égal à la valeur de l'indice au comptant placé au taux de Repo (avec collatéral actions) sur 88 jours. Le taux étant exprimé en taux continu, la formule est :

$$\text{CAC à terme} = \text{CAC comptant} \times e^{\frac{0,70\% \times 88}{365}} = 3825 \times e^{\frac{0,70\% \times 88}{365}} \approx 3831,46$$

En réalité le cours du contrat future sera de 3831,50, puisque l'échelon de cotation (le tick) est de 0,50.

- b. A l'échéance, le cours du contrat future correspondra au cours de l'indice.

$$\text{Montant des primes payées} = 196,83 - 165,42 = 31,41$$

Sous-jacent à l'échéance	3200	3400	3600	3800	4000	4200	4400
Achat du call 3800	0	0	0	0	+200	+400	+600
Vente du put 3800	-600	-400	-200	0	0	0	0
Vente du future CAC	+631,46	+431,46	+231,46	+31,46	-168,46	-368,46	-568,46
Total	+31,46	+31,46	+31,46	+31,46	+31,46	+31,46	+31,46

Quel que soit le cours du sous-jacent à l'échéance, on récupèrera 31,46, alors que l'on aura payé 31,41 au départ. Si on prend en compte l'emprunt que l'on doit réaliser pour payer les 31,41, on voit qu'il n'y a pas d'intérêt à effectuer cette opération d'arbitrage sans risque.

$$\text{Montant du remboursement de l'emprunt} = 31,41 \times e^{\frac{88 \times 0,70\%}{365}} = 31,46$$

Exercice 9 : la couverture en delta sur les options de change

Soit la situation suivante sur les marchés le lundi 21/12/2009

$$\text{EUR/USD spot} = 1,4323$$

$$\text{Taux EUR 3 mois sur 90 jours exprimé en taux continu} = 0,60 \%$$

$$\text{Taux USD 3 mois 90 jours exprimé en taux continu} = 0,44 \%$$

	Prime	Volatilité	Delta	Theta	Vega (pour 1 % de vol)
Call 1,4323	0,033717	12 %	0,5085	-0,000185	0,00283
Put 1,4323	0,034285	12 %	-0,4900	-0,000192	0,00283

1. La formule du cours à terme avec des taux exprimés en continu est la suivante :

$$\begin{aligned} \text{Cours à terme EUR/USD} &= \text{Cours spot EUR/USD} \times \frac{e^{\frac{90}{365} \times \text{taux USD}}}{e^{\frac{90}{365} \times \text{taux EUR}}} \\ &= 1,4323 \times e^{\frac{90}{365} \times (0,44 \% - 0,60 \%)} = 1,431735 \end{aligned}$$

2. En étant vendeur de put, il a un delta positif de :

$$\text{Delta de la vente de put} = 50\,000\,000 \times 0,4900 = 24\,500\,000$$

Il doit donc vendre 24,5 millions d'EUR/USD spot pour être en delta neutre.

3. Il doit vendre des call pour un montant nominal M tel que :

$$M \times 0,5085 = 24\,500\,000 \text{ d'où } M = 48\,180\,924$$

4. En vendant des calls il augmente sa position à la vente d'options, c'est à dire qu'il gagnera plus au cours du temps (son theta est plus important) et en cas de baisse de la volatilité implicite (son vega est encore plus négatif).

5. En supposant qu'il se soit couvert sur l'EUR/USD spot, quelle opération de couverture devra-t-il réaliser si l'EUR/USD effectue les mouvements suivants dans la journée ?

Nouvelle valeur de l'EUR/USD	Nouvelle valeur du delta	Position sous-jacent correspondante	Opération à réaliser
1,4335	-0,4845	24 225 000	Achat de 275 000 EUR/USD à 1,4335
1,4350	-0,4775	23 875 000	Achat de 350 000 EUR/USD à 1,4350
1,4300	-0,5008	25 040 000	Vente de 1 165 000 EUR/USD à 1,4300

6. En négligeant le fait que son opération de débouclage est décalée d'une journée, les résultats sont les suivants :

Il rachète les put à 0,035963 et rachète 25,040 millions d'EUR/USD à 1,4280 :

EUR		USD
	Vente des 50 millions de put à 0,034285	+1 714 250
-24 500 000	Vente de 24,5 millions d'EUR/USD à 1,4323	+35 091 350
+275 000	Achat de 275 000 EUR/USD à 1,4335	-394 212,50
+350 000	Achat de 350 000 EUR/USD à 1,4350	-502 250
-1 165 000	Vente de 1 165 000 EUR/USD à 1,4300	+1 665 950
	Achat des 50 millions de puts à 0,035963	-1 798 150
+25 040 000	Achat de 25,040 millions d'EUR/USD à 1,4280	-35 757 120
0		+19 817,50

7. Il a été pénalisé par les ajustements qu'il a effectué à chaque mouvement de sous-jacent puisqu'il a acheté à la hausse et vendu à la baisse mais il a gagné sur la baisse de la volatilité et sur l'écoulement d'une journée. D'après la valeur du vega et du theta de l'option au départ, les gains dus à la baisse de la volatilité et à l'écoulement du temps ont été respectivement de :

$$\text{Gain dû à la baisse de la volatilité} = 50\,000\,000 \times 0,10 \times 0,00283 = 14\,150$$

$$\text{Gain dû à l'écoulement du temps} = 50\,000\,000 \times 0,000192 = 9\,600$$

Ce qui paraît cohérent avec le résultat.

Exercice 10 : questions diverses

1. En achetant un CDS sur France Télécom, il joue une hausse du prix du CDS, c'est-à-dire une dégradation de la signature de France Télécom (plus exactement de la manière dont le marché perçoit la signature de France Télécom) ; en vendant le CDS Deutsche Telecom, il joue une amélioration de la signature Deutsche Telecom. Il joue donc globalement le fait que la perception par le marché de la signature de Deutsche Telecom s'améliore par rapport à celle de France Télécom. Il a un risque important car dans le cas d'un événement de crédit sur Deutsche Telecom, il peut avoir à payer un montant important à sa contrepartie (correspondant au notionnel du CDS moins le prix estimé des créances en défaut).
2. Le gérant a acheté le montant de GBP dont il avait besoin en vendant l'EUR au départ (jambe spot du swap). Pour qu'il soit parfaitement couvert du risque de change, il faudrait que, sur la jambe terme du swap, le montant de GBP corresponde au montant qui sera reçu à l'échéance du certificat de dépôt. Il doit donc effectuer un swap avec mismatch pour ne pas avoir de risque de change résiduel.
3. L'opérateur va donc recevoir de l'Euribor 3 mois et payer de l'Euribor 6 mois sur les 2 années à venir. Il peut couvrir son risque en effectuant un swap de base de durée 2 ans dans lequel il paiera des intérêts à Euribor 3 mois (+ marge) et recevra des intérêts à Euribor 6 mois. La marge de ces swaps de base qui était très faible avant la crise financière a fortement augmenté suite à l'importance du risque bancaire : un prêt 6 mois est considéré comme beaucoup plus risqué qu'un prêt 3 mois (la marge vaut environ 18 BP en décembre 2009).
4. L'opérateur a couvert son risque sur l'évolution des taux par son IRS et a couvert son risque sur LVMH par l'achat du CDS. Cependant, il conserve un risque de liquidité puisqu'il a emprunté à court terme pour prêter à long terme, il n'est pas certain qu'il puisse réemprunter à un taux égal à l'Euribor 3 mois tous les 3 mois pendant 5 ans. D'autre part il a un risque sur la contrepartie qui lui a vendu le CDS : cette contrepartie pourra-t-elle payer en cas d'évènement de crédit sur LVMH ?
5. S'il revend ses obligations dans un an avec un taux 1 an élevé, il peut perdre de l'argent. Il a donc un risque de hausse du taux 1 an sur les titres d'Etat notés AAA de la zone EUR dans 1 an. En supposant que les obligations valent 100 % au départ et aient un taux facial et actuariel de 2 %, il suffirait que le prix de l'obligation soit de 98 % dans un an (juste après le détachement de son coupon) pour qu'il ait perdu en capital . Un prix de 98 % sur le titre 1 an correspondrait à un taux 1 an de 4,08 %.
6. Dans 3 mois il récupérera ses AUD placés et devra les changer en USD pour rembourser l'emprunt en USD ; Il a donc un risque de baisse du cours de l'AUD par rapport à l'USD. Il pourrait se couvrir en vendant de l'AUD/USD à terme 3 mois, mais l'AUD étant en déport par rapport à l'USD (puisque son taux est supérieur à celui de l'USD), sa vente se fera à un prix inférieur au cours spot, ce qui annulera le gain dû à la différence de taux.
7. Puisqu'il va déboucler sa position dans la journée, il n'a pas de risque sur le variable du swap mais sur la différence entre le taux fixe du swap qu'il vient de réaliser et le swap de débouclement. Il a donc un risque de baisse sur le taux des swaps 10 ans. Si le taux des swaps 10 ans baisse, on peut imaginer que le taux des Bund 10 ans baisse aussi et il sera donc

gagnant sur son achat de contrats futures. Il conserve un risque sur la différence entre le taux des swaps et le taux des Bunds. Son risque est que cette différence (qui a toujours été positive) diminue. D'autre part le contrat Bund ne représente pas tout à fait du 10 ans, mais le taux de l'obligation la moins chère à livrer (« cheapest ») dont la durée est plutôt de 8,5 ou 9 ans en décembre 2009. Il a donc aussi un petit risque d'aplatissement de courbe entre le 8,5 ou 9 ans et 10 ans (en supposant la courbe croissante, ce qui est généralement le cas sur ces durées).

8. L'opérateur a vendu du FRA(3x9), il joue sur le taux du 6 mois dans 3 mois. Il a un risque de hausse du taux 6 mois dans 3 mois. Le taux du 6 mois dans 3 mois peut se construire à partir du taux 3 mois dans 3 mois et 3 mois dans 6 mois. Pour couvrir un risque de hausse de taux, il faut vendre des contrats Euribor (car si le taux monte, le cours du contrat baisse). Le risque résiduel de l'opérateur est que, lorsqu'il déboucle son opération dans 3 mois (à l'échéance de son FRA), le taux 6 mois ait monté plus (ou baissé moins) que le taux 6 mois construit à partir du 3 mois et du 3 mois dans 3 mois, ce qui se produira si le risque bancaire est jugé plus élevé par le marché.
9. L'entreprise a un risque de hausse de l'EUR/JPY dans 3 mois. En achetant un call à la monnaie, elle peut profiter d'une baisse de l'EUR/JPY (dans ce cas, elle n'exerce pas le call) et est couverte contre une hausse de l'EUR/JPY. Le seul inconvénient est le paiement de la prime. En vendant un call en dehors de la monnaie, elle diminue la prime mais si le cours de l'EUR/JPY dépasse le strike du call en dehors, elle n'est plus couverte : son prix d'achat sera seulement diminué. Elle a donc un risque important en cas de forte hausse de l'EUR/JPY.
10. Le gérant devra vendre les titres dans 8 ans pour pouvoir rendre le montant et les intérêts garantis. Son risque est de ne pas obtenir suffisamment d'argent en vendant le titre : il a donc un risque de baisse du prix du titre dans 8 ans alors que celui-ci aura une durée résiduelle de 3 mois, c'est à dire un risque de hausse du taux 3 mois dans 8 ans.