

Utilisation d'EXCEL pour résoudre des problèmes de programmation linéaire

Introduction

Le solveur d'EXCEL est un outil puissance d'optimisation et d'allocation de ressources. Il peut vous aider à déterminer comment utiliser au mieux des ressources limitées pour maximiser les objectifs souhaités (telle la réalisation de bénéfices) et minimiser une perte donnée (tel un coût de production). En résumé, il permet de trouver le minimum, le maximum ou la valeur au plus près d'une donnée tout en respectant les contraintes qu'on lui soumet. Plutôt que de vous contenter d'approximations, vous pouvez faire appel au solveur pour trouver la meilleure solution.

Quand utiliser le solveur

Utilisez le solveur lorsque vous recherchez la valeur optimale d'une cellule donnée (la fonction économique) par ajustement des valeurs de plusieurs autres cellules (les variables) respectant des conditions limitées supérieurement ou inférieurement par des valeurs numériques (c'est à dire les contraintes).

Etudions un exemple avec le fichier proglin.xls

Reprenons l'exercice du dernier TE:

Nous devons maximiser la fonction économique $f(x_1, \dots, x_3) = 10 \cdot x_1 + 15 \cdot x_2 + 25 \cdot x_3$

Sous les contraintes suivantes:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 20000 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 16000 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 \leq 48000 \\ x_i \geq 0 \text{ pour } i \in [1 ; 3] \end{cases}$$

Le problème peut être synthétisé sur cette feuille de calcul EXCEL:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		Variables						
3	Nbre de Pièce A		0					
4	Nbre de Pièce B		0					
5	Nbre de Pièce C		0					
6								
7		Contraintes						
8	Usinage		0	20000				
9								
10	Montage		0	16000				
11								
12	Finition		0	48000				
13								
14								
15								
16								
17	Fct économique		0					
18								
19								
20								
21								

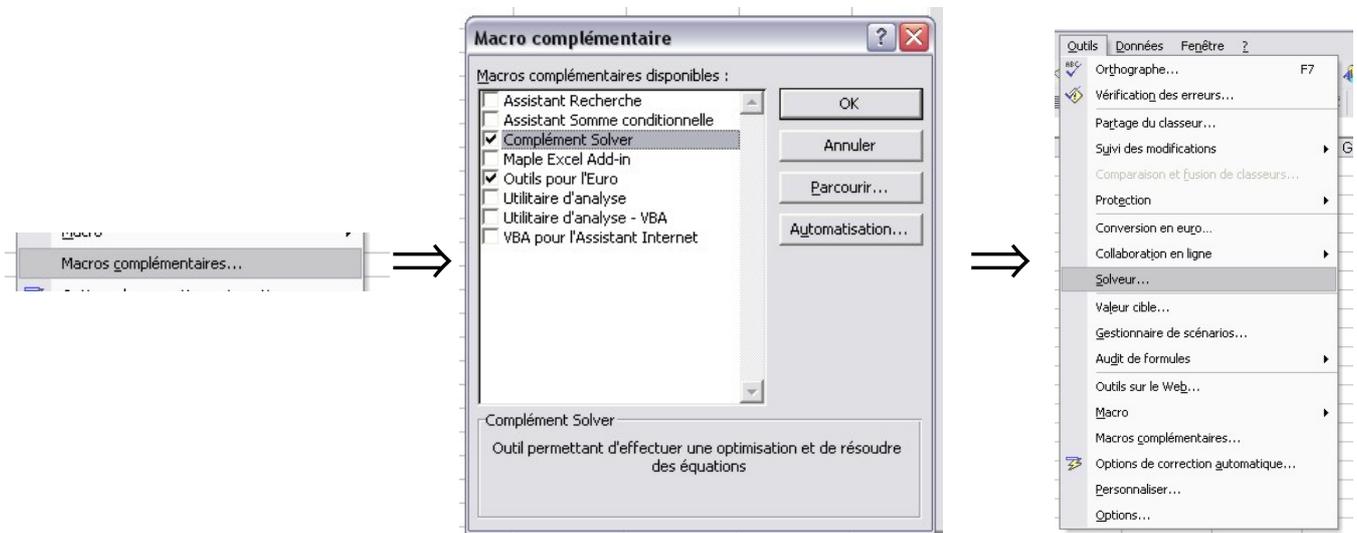
Diagramme de la feuille de calcul EXCEL illustrant le problème de programmation linéaire. Les cellules jaunes (B3, B4, B5) contiennent les variables. Les cellules rouges (C8, C10, C12) contiennent les contraintes. La cellule bleue (C17) contient la fonction économique. Des formules sont indiquées pour chaque cellule :
 - Programme initial: Toutes les variables sont posées = 0
 - Formule pour C8: =B3+2*B4+4*B5
 - Formule pour C10: =B3+B4+3*B5
 - Formule pour C12: =3*B3+5*B4+3*B5
 - Formule pour C17: =10*B3+15*B4+25*B5

- Les variables sont les quantités respectives des différents investissements (cellules jaunes).
- Les contraintes sont les valeurs imposées dans la donnée (cellules rouges).
- La cellule cible est celle contenant la formule exprimant la valeur à optimiser (cellules bleues).

Afin d'optimiser la fonction économique, nous allons utiliser la commande **Solveur...** du menu **Outil**

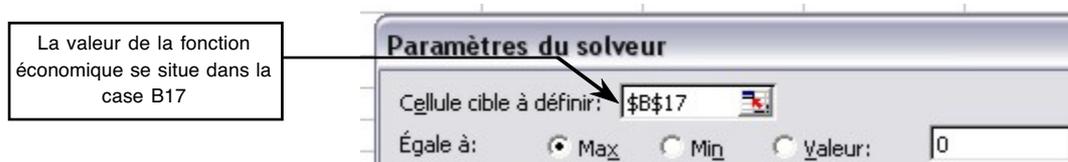
Première étape : Configurer l'outil Solveur

Il est fort probable que les commandes du solveur n'apparaissent pas encore dans le menu Outils. Ainsi déroulez le menu Outils puis:



Deuxième étape : Spécifications de la cellule cible

Dans la zone *Cellule cible à définir*, tapez la référence de la cellule que vous voulez minimiser, maximiser (c'est à dire la fonction économique).



Si vous désirez maximiser la cellule cible, choisissez le bouton **Max**.

Si vous désirez minimiser la cellule cible, choisissez le bouton **Min**.

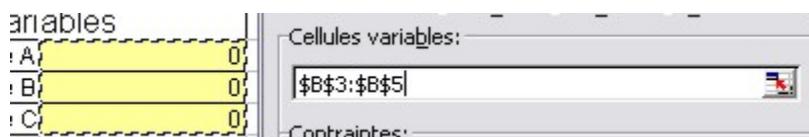
Si vous désirez que la cellule cible se rapproche d'une valeur donnée, choisissez le bouton **Valeur** et indiquez la valeur souhaitée dans la zone à droite du bouton.

Remarques

- Allez plus vite en cliquant directement sur la cellule à spécifier plutôt que de taper sa référence au clavier.
- La cellule cible doit contenir une formule dépendant directement ou indirectement des cellules variables spécifiées dans la zone Cellules variables.

Troisième étape : Spécifications des cellules variables

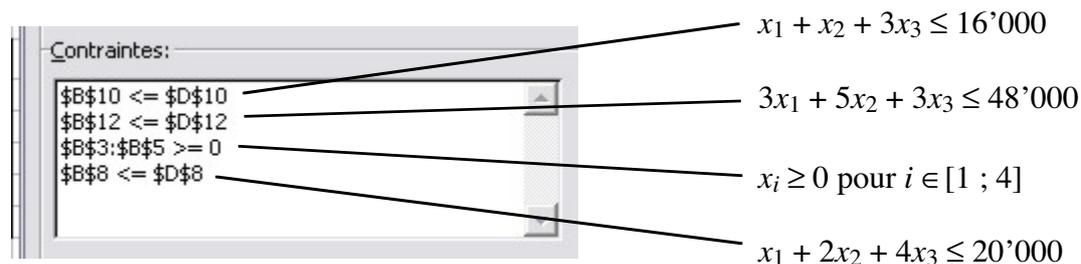
Tapez dans la zone *Cellule variables* les références des cellules devant être modifiées par le solveur jusqu'à ce que les contraintes du problème soient respectées et que la cellule cible atteigne le résultat recherché.



Remarques

- Allez plus vite en cliquant-glissant directement sur les cellules à spécifier plutôt que de taper leurs références au clavier.
- Il est probable que le solveur vous propose automatiquement les cellules variables en fonction de la cellule cible. Contrôlez que sa proposition n'est pas trop exotique.
- Vous pouvez spécifier jusqu'à 200 cellules variables.
- Dans le programme initial, on définit les cellules variables par des zéros.

Quatrième étape : Spécifications des contraintes



A l'aide des boutons **Ajouter**, **Modifier** et **Supprimer** de la boîte de dialogue, établissez votre liste de contraintes dans la zone *Contraintes*.

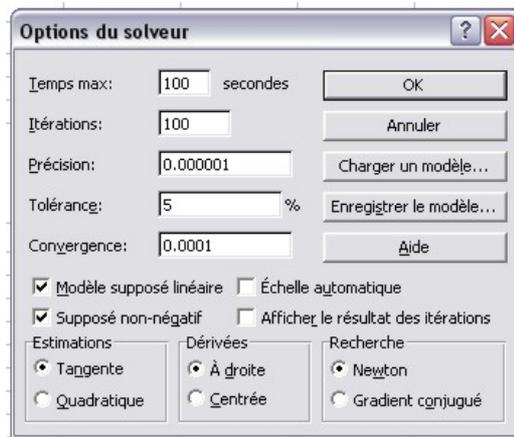


Remarques

- Après avoir cliqué dans chaque case à compléter, il suffit de cliquer dans les cellules correspondantes directement sur la feuille Excel. Puis pour confirmer
- Une contrainte peut être une limite inférieurement (\leq), supérieurement (\geq) ou limitée aux nombres entiers (opérateur *ent*).
- La cellule à laquelle l'étiquette *Cellule* fait référence contient habituellement une formule qui dépend des cellules variables.
- Le solveur gère jusqu'à 200 contraintes.

Cinquième étape : Les options du solveur

Options



Cette boîte de dialogue permet de contrôler les caractéristiques avancées de résolution et de précision du résultat. En général, la plupart des paramètres par défaut sont adaptés à la majorité des problèmes d'optimisation. Concentrons-nous sur quelques options plus spécifiques:

Modèle supposé linéaire

A cocher seulement si le système d'équations est linéaire. Si la case est activée alors que le problème n'est pas linéaire, EXCEL affichera un message d'erreur pendant la résolution.

En revanche, si le problème est linéaire et que la case est activée, la résolution est plus rapide.

Différence entre problème linéaire et non linéaire

Sur un graphe, un problème linéaire serait représenté par une droite. On trouve donc dans un problème linéaire des opérations arithmétiques simples comme : l'addition et la soustraction.

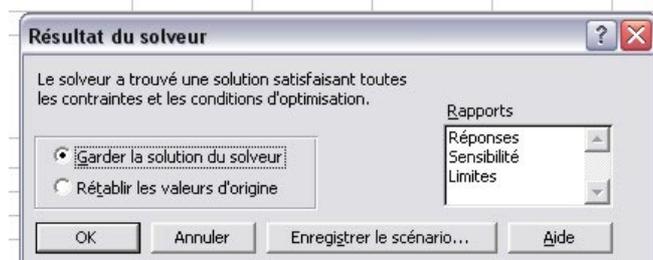
Sur un graphe, un problème non linéaire serait représenté par une courbe, traduisant une relation non proportionnelle entre les variables du système. Le cas le plus courant est quand 2 variables du système sont multipliées l'une avec l'autre.

Afficher le résultat des itérations

Interrompt le solveur et affiche les résultats produits par chaque itération. Cette option permet de suivre étape après étape les différents programmes de base.

Sixième étape : Résolution et résultat

Une fois tous les paramètres du problème mis en place, le choix du bouton **Résoudre** amorce le processus de résolution du problème. Vous obtenez alors une de ces réponses :



Que faire des résultats du solveur

- Garder la solution trouvée par le solveur ou rétablir les valeurs d'origine dans votre feuille de calcul.
- Créer un des rapports intégrés du solveur en sélectionnant celui qui nous concernera.



Cinquième étape : Rapport des réponses

Au bas de l'écran, vous pouvez obtenir le rapport des réponses en sélectionnant la feuille correspondante:



Microsoft Excel 10.0 Rapport des réponses				
Feuille: [proglin.xls]Feuil1				
Date du rapport: 13/12/2004 16:33:08				
Cellule cible (Max)				
Cellule	Nom	Valeur initiale	Valeur finale	
\$B\$17	Fct économique	0	170000	
Cellules variables				
Cellule	Nom	Valeur initiale	Valeur finale	
\$B\$3	Nbre de Pièce A	0	10000	
\$B\$4	Nbre de Pièce B	0	3000	
\$B\$5	Nbre de Pièce C	0	1000	

Ce rapport donne l'évolution des cellules variables et de la cellule cible. On remarque donc bien qu'il y a eu une maximisation du bénéfice.

Contraintes					
Cellule	Nom	Valeur	Formule	État	Marge
\$B\$10	Montage	16000	\$B\$10<=\$D\$10	Lié	0
\$B\$8	Usinage	20000	\$B\$8<=\$D\$8	Lié	0
\$B\$12	Finition	48000	\$B\$12<=\$D\$12	Lié	0
\$B\$3	Nbre de Pièce A	10000	\$B\$3>=0	Non lié	10000
\$B\$4	Nbre de Pièce B	3000	\$B\$4>=0	Non lié	3000
\$B\$5	Nbre de Pièce C	1000	\$B\$5>=0	Non lié	1000

Le rapport rappelle les différentes valeurs des contraintes, leurs formules, et dans quelle mesure elles ont été respectées.

- **Lié** : La valeur finale de la cellule contenant une contrainte atteint effectivement la valeur maximum.
Exemple: \$B\$10 devait-être <=16'000 et vaut bien finalement 16'000.

La **Marge** (que l'on appelle temps mort) est donc égale à 0.

- **Non lié** : La contrainte est respectée mais la valeur finale de la cellule n'est pas égale à la valeur maximum ou minimum de la contrainte.
Exemple : Pas d'exemple ici.

La **Marge** (temps mort) valent ici 0 pour les 3 contraintes.

Appliquons ceci aux données suivantes:

Exercice 1: Reprenons le problème des *crabes* (ex. 6.4) dont le modèle était le suivant:

$$\text{Maximiser } f(x_1, x_2, x_3) = 80\% \cdot 12,5 \cdot x_1 + 95\% \cdot 8,42 \cdot x_2 + 90\% \cdot 7,78 \cdot x_3$$

avec les contraintes:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 1000 \\ 16x_1 + 19x_2 + 18x_3 \leq 18000 \\ x_1 - x_2 - x_3 \leq 100 \\ x_i \geq 0 \quad i \in [1,3] \end{cases}$$

Exercice 2:

Dans sa basse-cour, un fermier peut tenir 600 volatiles: oies, canard et poules. Il veut avoir au moins 20 canards et 20 oies, mais pas plus de 100 canards, ni plus de 80 oies, ni plus de 140 des deux. Acheter et élever une poule coûte Fr. 3.-, un canard Fr. 6.- et une oie Fr. 8.-. Ils peuvent être vendus Fr. 8.-, Fr. 13.- et Fr. 20.- respectivement.

Comment ce fermier peut-il réaliser un bénéfice maximum ?

Exercice 3:

Dans une entreprise de nettoyage, chaque personne travaille cinq jours consécutifs suivis de deux jours de congé. Il existe 4 catégories d'employés selon leurs jours de congé. Le salaire d'un employé varie selon la catégorie à laquelle il appartient:

Catégorie	①	②	③	④
Congé	Vendredi, samedi	samedi, dimanche	dimanche, lundi	lundi, mardi
Salaire	Fr. 5200.-	Fr. 4800.-	Fr. 5200.-	Fr. 5600.-

Les demandes quotidiennes en employés dépendent du jour de la semaine, suivant le tableau ci-dessous:

Jour	lundi	mardi	mercredi	jeudi	vendredi	samedi	dimanche
Demande	25	18	41	41	30	18	24

Combien de personnes de chaque catégorie doit-on faire travailler de façon à satisfaire la demande et à minimiser le coût du personnel ?

Exercice 4:

Présenter la feuille de Calcul EXCEL de l'exercice précédent de manière attrayante et interprétable pour un tiers.