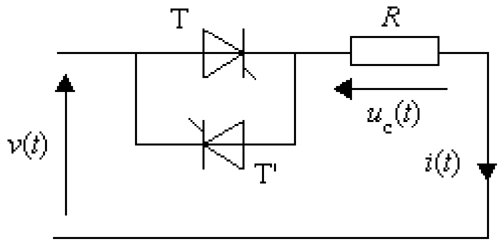
Gradateurs : corrigé des exercices

I. Étude de gradateurs (fonctionnement sur charge résistive)

Les interrupteurs sont constitués de thyristors supposés idéaux (circuit ouvert à l'état bloqué et court-circuit à l'état passant). Le réseau a pour pulsation ω. La figure ci-dessous représente le schéma d'un gradateur monophasé débitant sur une charge résistive pure. Les thyristors sont amorcés avec un retard angulaire $\alpha_0 = \omega t_0 = \frac{\pi}{2}$ par rapport aux passages à zéro de la tension $v(t)$.

1. Gradateur monophasé



On donne $V = 220$ V et $R = 10\ \Omega$.

1.1. Indiquer sur le document réponse n°1, en les justifiant, les intervalles de conduction des deux thyristors et le chronogramme de l'intensité $i(t)$ du courant dans la résistance R.

Le thyristor T est passant à partir de ψ rad et se bloque au passage par zéro du courant, c'est à dire à π rad. Le thyristor T' est passant à partir de $\pi+\psi$ rad et se bloque au passage par zéro du courant, c'est à dire à 2π rad. Le graphe est complété pour ψ proche de 45°.

1.2. Pour la valeur particulière $\alpha_0 = 90°$, exprimer simplement la puissance active moyenne P fournie par le réseau en fonction de V et R. Faire l'application numérique.

La charge est alors connectée pendant la moitié du temps au réseau et déconnectée pendant l'autre moitié du temps. Si le gradateur se comportait en permanence comme un interrupteur fermé alors la charge recevrait une puissance $P_{max} = \frac{V^2}{R}$; comme elle n'est reliée que la moitié du temps à la source, elle reçoit

$$P = \frac{1}{2}\frac{V^2}{R} \quad \text{soit} \quad P = \frac{1}{2}\frac{220^2}{10} = 2420\ \text{W}$$

1.3. En déduire les valeurs efficaces I_{eff} de $i(t)$ et U_{ceff} de $u_c(t)$.

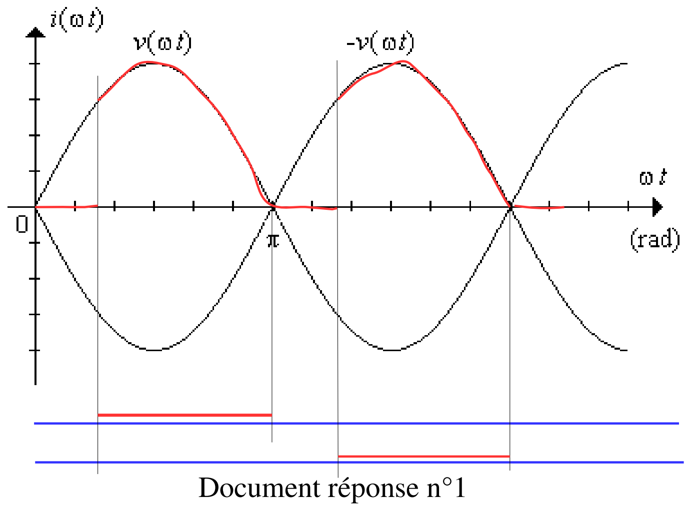
Le gradateur étant parfait, il ne présente aucune perte donc $P = R I_{eff}^2$ soit

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{2420}{10}} = 15{,}6\ \text{A}$$

D'après la loi d'Ohm :

$$U_{Ceff} = R I_{eff} = 10 \times 15{,}6 = 156\ \text{V}$$

1.4. Dans le développement en série de Fourier de $i(t)$, on trouve que le fondamental a pour expression : $i_1(t) = I_{1max} \sin(\omega t - \varphi_1)$ avec $I_{1max} = 18{,}4$ A et $\varphi_1 = 32{,}5° = 0{,}567$ rad.



Document réponse n°1

Déduire de la connaissance de $i_1(t)$, une expression de la puissance active P. À l'aide de cette expression, recalculer P.

Puisque l'une des deux grandeurs (tension et courant) est sinusoïdale alors le fondamental « transporte » la puissance active ; on peut donc écrire : $P = V\frac{I_{1max}}{\sqrt{2}}\cos\varphi_1$ soit $P = \frac{220 \times 18{,}4}{\sqrt{2}}\cos 32{,}5 = 2414\ \text{W}$

Que vaut la puissance réactive fournie par le réseau ?

Puisque l'une des deux grandeurs (tension et courant) est sinusoïdale alors le fondamental « transporte » la puissance réactive ; on peut donc écrire : $Q=V\frac{I_{1\max}}{\sqrt{2}}\sin\varphi_1$ soit $P=\frac{220\times18{,}4}{\sqrt{2}}\sin 32{,}5=1538\ \text{var}$

1.5. Quelle est la puissance apparente S de la source ?

C'est par définition le produit des valeurs efficaces de la tension et de l'intensité en entrée du gradateur (on ne peut pas utiliser $S=\sqrt{P^2+Q^2}$ car l'une des deux grandeurs n'est pas sinusoïdale) :

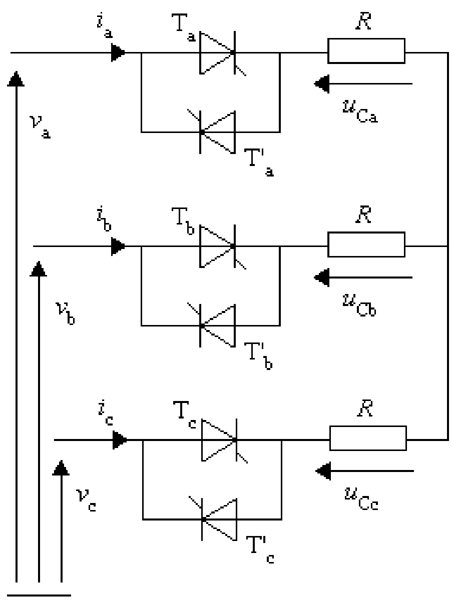
$$S=V\,I_{\text{eff}}=220\times15{,}6=3432\ \text{VA}$$

1.6. Calculer le facteur de puissance de l'installation.

Par définition $k=\frac{P}{S}=\frac{2420}{3432}=0{,}705$

1.7. Proposer une méthode (schéma, type d'appareil à utiliser) pour mesurer la valeur efficace du courant, la puissance active et la puissance réactive. Préciser les caractéristiques des appareils à utiliser (RMS ou non, AC ou DC, …).

2. Gradateur triphasé



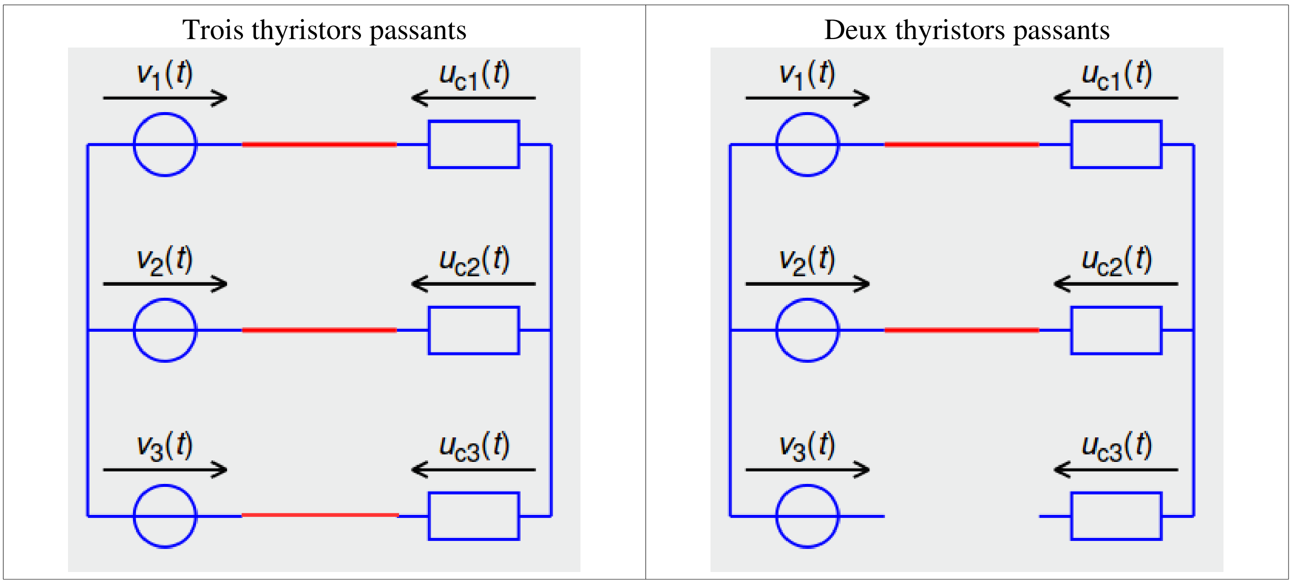
La figure ci-contre en donne un schéma de principe. Les tensions sinusoïdales v_a, v_b et v_c ont même valeur efficace V et constituent un système triphasé équilibré direct. Sur le document réponse n°2 (voir ci-dessous), on précise le séquencement de l'amorçage des six thyristors dans le cas où φ_0 = 30°. On a toujours V = 220 V et la charge est résistive. Les interrupteurs sont supposés idéaux.

Le fonctionnement étant parfaitement symétrique, on étudie dans un premier temps l'intervalle [0, 180°].

2.1. Sur chacun des six intervalles : [0°, 30°], [30°, 60°], [60°, 90°], [90°, 120°], [120°, 150°], [150°, 180°], donner un schéma équivalent de l'installation tenant compte des interrupteurs passants et expliquer la forme de la tension u_{Ca} donnée sur le document réponse n°2 entre 0° et 180°.

Voir deux possibilités ci-dessous ($v_1(t)$ pour v_a , … et $u_{c1}(t)$ pour u_{Ca} , …) :

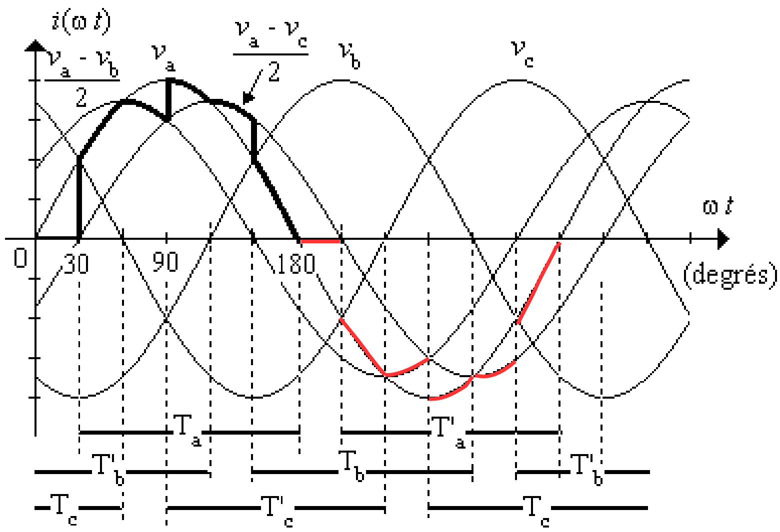
2.2. Compléter le document réponse n°2 sur [180°, 360°].



Lorsque trois thyristors sont passants alors $u_{Ca}=v_1$ (système triphasé équilibré).

Lorsque deux thyristors sont passants : on prend l'exemple de droite de la page précédente. La loi des mailles permet d'écrire $v_a - u_{Ca} + u_{Cb} - v_b = 0$ et comme $u_{Ca} = -u_{Cb}$ alors $v_a - 2u_{Ca} - v_b = 0$ ce qui donne $u_{Ca} = \dfrac{v_a - v_b}{2}$

Document réponse n°2



II. Démarrage d'un moteur asynchrone (fonctionnement sur charge inductive pure)

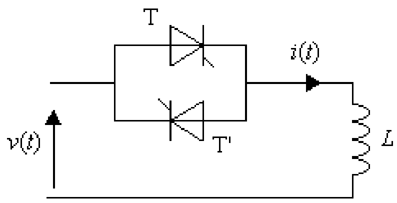
À l'instant du démarrage, chaque phase du moteur est assimilée à une inductance pure L = 0,32 mH.

1. Quelle serait la valeur efficace du courant d'un démarrage en direct sur un réseau 690 V / 50 Hz ?

D'après la loi d'Ohm pour une inductance en régime sinusoïdal :

$$I = \frac{V}{L\omega} = \frac{690/\sqrt{3}}{0{,}32.10^{-3} \times 2\pi \times 50} = 3960 \text{ A}$$

Afin de limiter l'intensité du courant de démarrage, on insère en série avec chaque enroulement du moteur un gradateur constitué de deux thyristors T et T'. Le thyristor T est amorcé avec un retard angulaire α par rapport à l'origine de la tension simple d'expression $v(t) = V\sqrt{2}\sin\omega t$. Le thyristor T' est amorcé une demi période plus tard.

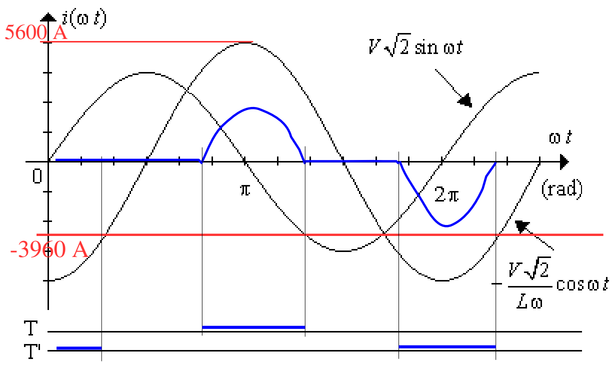


2. Écrire l'équation liant $i(t)$ et $v(t)$ lorsque T est passant.

Le régime n'est plus sinusoïdal, l'utilisation des impédances complexes et de leurs modules n'est plus possible.

$$v(t) = L\frac{di(t)}{dt}$$

3. Résoudre cette équation en tenant compte qu'à l'instant d'amorçage de T, $i(t) = 0$. Vérifier que :



Document réponse n°1

$$i(t) = \frac{V\sqrt{2}}{L\omega}(\cos\alpha - \cos\omega t)$$

L'équation $v(t) = L\dfrac{di(t)}{dt}$ devient $V\sqrt{2}\sin\omega t = L\dfrac{di(t)}{dt}$ soit $\dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{V\sqrt{2}}{L}\sin\omega t$

En intégrant, on obtient $i(t) = \dfrac{V\sqrt{2}}{L}\left(\dfrac{-1}{\omega}\right)\cos\omega t + A$ avec A une constante d'intégration.

Détermination de la constante A en utilisant les conditions initiales : pour $t=\frac{\alpha}{\omega}$ on a $i(\frac{\alpha}{\omega})=0$

L'équation précédente devient : $i(\frac{\alpha}{\omega})=\frac{V\sqrt{2}}{L}(\frac{-1}{\omega})\cos(\omega\frac{\alpha}{\omega})+A=0$ qui se simplifie en $-\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}\cos\alpha+A=0$ ce qui donne $A=\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}\cos\alpha$

En remplaçant A par sa valeur dans l'équation $i(t)=\frac{V\sqrt{2}}{L}(\frac{-1}{\omega})\cos\omega t+A$, on obtient $i(t)=\frac{V\sqrt{2}}{L}(\frac{-1}{\omega})\cos\omega t+\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}\cos\alpha$ et finalement $i(t)=\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}(\cos\alpha-\cos\omega t)$

4. On donne à l'angle de retard la valeur $\alpha=\frac{3\pi}{4}$

- Placer sur le document réponse n°1 la droite horizontale d'ordonnée $\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}\cos\alpha$, en déduire l'allure du courant $i(t)$ lorsque T est passant. Préciser l'intervalle pour lequel T est passant.

Valeur numérique de $\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}\cos\alpha$: $\frac{690/\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{0{,}32.10^{-3}\times2\pi\times50}\cos\frac{3\pi}{4}=-3960\text{ A}$. On place une droite horizontale à – 3960 A en tenant compte que $\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}=\frac{690/\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{0{,}32.10^{-3}\times2\pi\times50}=5600\text{ A}$.

Le courant est obtenu en « décalant » la courbe $-\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}\cos\omega t$ de « 3960 » vers le bas ce qui donne la courbe en bleu. Le thyristor T est passant lorsque le courant est positif et bloqué sinon.

- Compléter le document réponse n°1 pour T' passant.

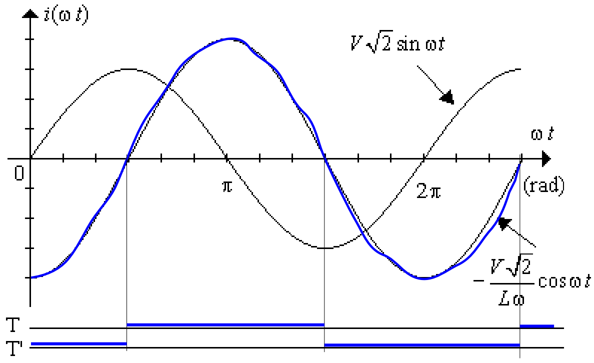
Le comportement pour l'alternance négative est le symétrique de celui pour l'alternance positive.

5. Pour $\alpha=\frac{\pi}{2}$, que devient l'équation de $i(t)$ lorsque T est passant ? Tracer $i(t)$ sur le document réponse n°2 et préciser les intervalles de conduction des thyristors.

Vérifier que la valeur efficace de $i(t)$ est I_0 = 3960 A.

D'après l'équation $i(t)=\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}(\cos\alpha-\cos\omega t)$ et comme $\cos\frac{\pi}{2}=0$ alors

$$i(t)=-\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}\cos\omega t$$



Document réponse n°2

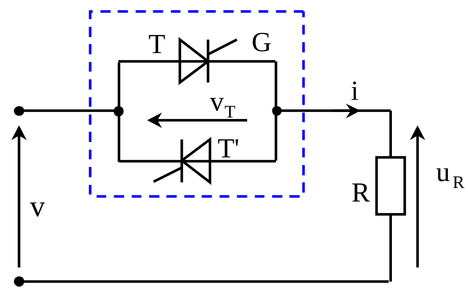
Le courant est sinusoïdal et tracé sur le document réponse. Chaque thyristor conduit pendant une demi période : le gradateur se comporte comme un interrupteur fermé.

La valeur efficace est égale à la valeur maximale, soit $\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}$, divisée par $\sqrt{2}$ ce qui donne $I_{\text{eff}}=\frac{V\sqrt{2}}{L\omega}=\frac{690/\sqrt{3}\sqrt{2}}{0{,}32.10^{-3}\times2\pi\times50}\approx3960\text{ A}$

TD4: Les gradateurs

Exercice 1: gradateur monophasé (charge monophasé)

On considère le montage représenté par la figure suivante où v est une tension sinusoïdale de valeur efficace V=400V et de fréquence f =50 Hz.



La tension d'aimantation est donnée par : $v(\theta)=V\sqrt{2}.\sin(\theta)$, avec θ = wt.

Le gradateur G est formé de deux thyristors que l'on suppose parfaits :

La charge est constituée par une résistance R =10Ω.

On désigne par u_R la tension à ses bornes, par i le courant qui la traverse et par v_T la tension aux bornes des thyristors. On amorce le thyristor (T) à (wt =α).

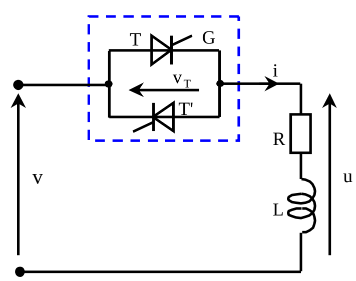
1. Représenter la tension u_R dans l'intervalle [0,2π], pour $\alpha = \frac{\pi}{6}$,

2. Exprimer la valeur efficace U_R de u_R en fonction de α et V et montrer que l'on a $U_R = V.\sqrt{1-\frac{\alpha}{\pi}+\frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}$,

3. Calculer la puissance dissipée dans R pour $\alpha = \frac{\pi}{6}$.

Exercice 2 : Gradateur monophasé (charge inductive)

Le gradateur de la figure suivante, est alimenté par la même tension v, la charge est maintenant inductive.



On donne R =100Ω, L = 50mH, u: tension aux bornes de la charge et i: courant de charge.

On amorce le thyristor (T) à $wt=\alpha$ et le thyristor (T') à $wt = \alpha + \pi$.

1. Etablir l'équation différentielle prouvant du ce circuit,

2. Déterminer l'expression du courant i(t),

3.Tracer l'allure de i(t) et u(t).

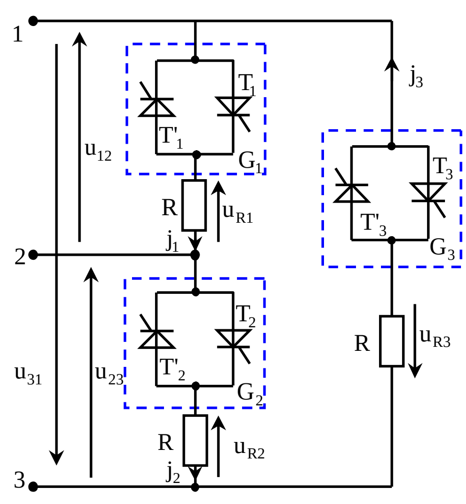
<u>Exercice 3 : Gradateur triphasé</u>

Le montage représenté par la figure ci-dessous, est alimenté par un réseau triphasé direct dont les tensions entre phases ont pour expressions :

$$\begin{cases} u_{12} = 400\sqrt{2}.\sin(100\pi t) \\ u_{23} = 400\sqrt{2}.\sin(100\pi t - \frac{2\pi}{3}) \\ u_{23} = 400\sqrt{2}.\sin(100\pi t + \frac{2\pi}{3}) \end{cases}$$

G_1, G_2, G_3 sont trois gradateurs identiques à celui des études précédentes, ils ont pour charge trois résistances R identiques. On prend R = 100Ω.

La séquence d'amorçage des thyristors est représentée sur le document réponse correspondant à cette partie, le retard à l'amorçage des thyristors par rapport à la commutation naturelle est repéré par l'angle (α).



1. Utiliser les résultats de l'exercice 1, pour représenter les tensions u_{12} et u_{31}, pour $\alpha=\frac{\pi}{6}$ rad, de même que les courants j_1 et j_3 en indiquant leurs valeurs maximales,

2. Calculer la valeur efficace J des courants j_1, j_2, j_3,

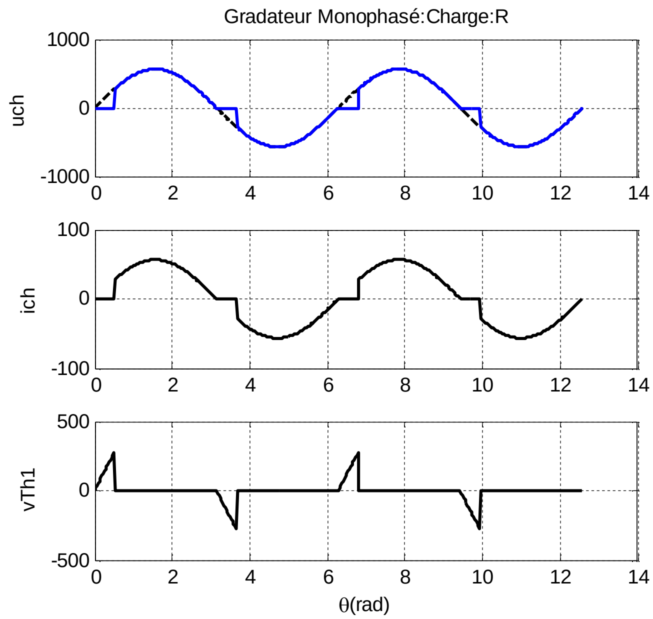
3. En déduire l'expression puis calculer la puissance P absorbée par l'ensemble des trois résistances,

4. Représenter le courant i_2 dans la ligne2.

Correction du TD4

Exercice 1: (Charge R)

1. Allure de la tension u_R dans l'intervalle $[0,2\pi]$, pour $\alpha = \frac{\pi}{6}$:



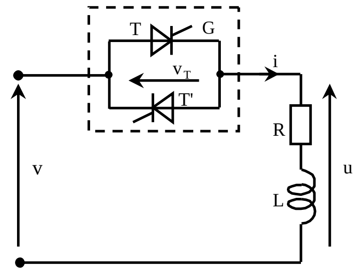
2. Tension efficace : $U_R = V.\sqrt{1-\frac{\alpha}{\pi}+\frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}} = 400.\sqrt{1-\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4\pi}} = 394V$

3. Puissance dissipée dans R pour $\alpha = \frac{\pi}{6}$:

$$P=\frac{U_R^2}{R}=16.10^3.(1-\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{3}}{4\pi})=15.54kW$$

Exercice 2: (RL)

Le gradateur de la figure suivante, est alimenté par la même tension v, la charge est maintenant inductive.



On donne R =100Ω, L = 50mH, u: tension aux bornes de la charge et i: courant de charge.

On amorce le thyristor (T) à $wt=\alpha$ et le thyristor (T') à $wt=\alpha+\pi$.

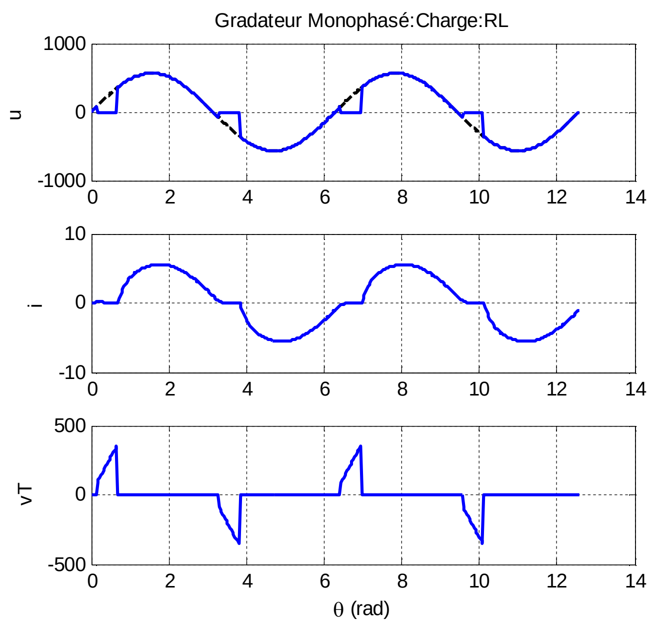
1. Equation différentielle du ce circuit : $u=Ri+L\dfrac{di}{dt}$

2. Expression du courant i(t) :

$i=i_f+i_L=\dfrac{V_m}{Z}\sin(wt-\varphi)+k.e^{-\frac{(wt)}{\tan(\varphi)}}$, donc $i(t)=\dfrac{V_m}{Z}\sin(wt-\varphi)-\dfrac{V_m}{Z}\sin(\alpha-\varphi).e^{-\frac{(wt-\alpha)}{\tan(\varphi)}}$.Avec :

$Z=\sqrt{R^2+(Lw)^2}=101\Omega$ et $V_m=400\sqrt{2}=565.7V$ et $\varphi=\text{actan}(\dfrac{Lw}{R})=$

3. Allure de i(t) et u(t) :



EXERCICE : Dans toute cette partie, les interrupteurs sont constitués de thyristors supposés idéaux (circuit ouvert à l'état bloqué et court-circuit à l'état passant). Le réseau a pour pulsation ω.

On donne figure 1 le schéma d'un gradateur monophasé débitant sur une charge résistive pure. Les thyristors sont amorcés avec un retard angulaire $\alpha = \omega t0 = \pi/2$ par rapport aux passages à 0 de la tension v(t). On donne V = 220 V et R = 10 Ω.

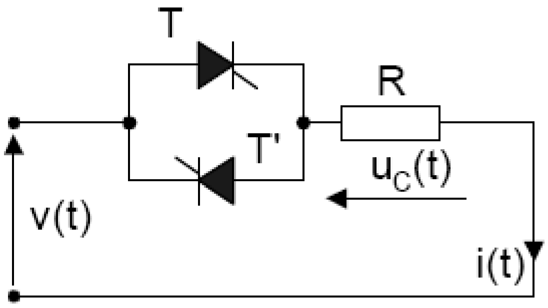


figure 1

1) Donner les intervalles de conduction des deux thyristors et le chronogramme de l'intensité i(t) du courant dans la résistance R.

2) Pour la valeur particulière $\alpha = \pi/2$, exprimer simplement la puissance active moyenne P fournie par le réseau en fonction de V et R. Application numérique.

3) En déduire les valeurs efficaces I de i(t) et U_C de $u_C(t)$.

4) Dans le développement en série de Fourier de i(t), on trouve que le fondamental a pour expression :

$i1(t) = I1max \sin(\omega t - \varphi 1)$ avec $I1max = 18{,}4$ A et $\varphi 1 = 32{,}5°$.

a. Déduire de la connaissance de i1(t), une expression de la puissance P. A l'aide de cette expression, recalculer P.
b. Que vaut la puissance réactive fournie par le réseau ?
c. Quelle est la puissance apparente S de la source ?
d. Calculer le facteur de puissance de l'installation.