

**Sommaire**

<i>TD Sciences Appliquées Gradateurs STS</i> .....	1
Exercice 1: QCM : (Solution 1:)	2
Exercice 2: Système de chauffage de l'air ventilé (Solution 2:)	2
Exercice 3: BTS 2001 Nouméa Etude d'un compensateur statique monophasé (allégé) (Solution 3:)	3
Exercice 4: Gradateur monophasé puis triphasé (Solution 4:)	4
Exercice 5: Gradateur triphasé alimentant des résistances d'un four électrique (Solution 5:)	5
Exercice 6: Commande linéaire numérique d'un gradateur monophasé (Solution 6:)	6
Exercice 7: Electrothermie par gradateur et résistance (Solution 7:)	6
Exercice 8: BTS 2001 Nouméa Stato compensateur version 2 (Solution 8:)	7
Exercice 9: BTS 2004 Nouméa Démarrage de l'éolienne (Solution 9:)	10
Exercice 10: BTS 2005 Nouméa Démarrage et arrêt de la scie (Solution 10:)	12
Exercice 11: BTS 2011 Nouméa : Embouteillage Volvic (Solution 11:)	13
<i>Solutions</i> .....	20
Solution 1: Exercice 1:QCM :	20
Solution 2: Exercice 2:Système de chauffage de l'air ventilé	20
Solution 3: Exercice 3:BTS 2001 Nouméa Etude d'un compensateur statique monophasé	20
Solution 4: Exercice 4:Gradateur monophasé puis triphasé	21
Solution 5: Exercice 5:Gradateur triphasé alimentant des résistances d'un four électrique	22
Solution 6: Exercice 6:Commande linéaire numérique d'un gradateur monophasé	24
Solution 7: Exercice 7: : Electrothermie par gradateur et résistance (Solution 7:)	25
Solution 8: Exercice 8: : BTS 2001 Nouméa Stato compensateur version 2 (Solution 8:)	26
Solution 9: Exercice 9:BTS 2004 Nouméa Démarrage de l'éolienne (Solution 9:)	30
Solution 10: Exercice 10:BTS 2005 Nouméa Démarrage et arrêt de la scie ()	31
Solution 11: Exercice 11:BTS 2011 Nouméa : Embouteillage Volvic ()	31

### Exercice 1: QCM : (Solution 1:)

Entourer la ou les bonnes réponses

#### 1. Gradateur monophasé : commande par angle de retard à l'amorçage $\delta$

- La tension du générateur a une valeur efficace imposée. Avec un gradateur monophasé, on modifie la valeur efficace du courant alternatif en agissant sur la valeur de  $\delta$
- Avec un gradateur monophasé, on règle la valeur de la puissance fournie en agissant sur la valeur de  $\delta$ .
- La tension de sortie  $u(t)$  est sinusoïdale quelle que soit la valeur de  $\delta$ .
- Avec un gradateur monophasé, le courant  $i(t)$  obtenu sur charge inductive L-R est sinusoïdal.
- En cas de débit sur charge inductive pure L, il est possible de régler la puissance réactive.

#### 2. Gradateur monophasé : commande par train d'ondes

- La tension du générateur a une valeur efficace imposée. Avec un gradateur monophasé, on modifie la valeur efficace du courant alternatif en agissant sur la valeur rapport cyclique  $\alpha$ .
- La tension du générateur a une valeur efficace imposée. Avec un gradateur monophasé, on règle la valeur de la puissance fournie en agissant sur la valeur du rapport cyclique  $\alpha$ .
- A l'état fermé de l'interrupteur K, la tension de sortie  $u(t)$  est sinusoïdale.
- A l'état fermé de l'interrupteur K, le courant  $i(t)$  obtenu sur charge inductive L-R est sinusoïdal.
- Avec un gradateur monophasé sur charge inductive pure L, il est possible de régler la puissance réactive en agissant sur la valeur du rapport cyclique  $\alpha$ .

#### 3. Gradateur triphasé

- Il existe plusieurs branchements de gradateurs triphasés.
- La tension de sortie phase-neutre  $v_{ph}(t)$  est sinusoïdale quelle que soit la valeur de  $\delta$
- Il est indispensable de brancher un fil neutre.
- En cas de débit sur charge inductive pure L, il est possible de régler la puissance réactive.
- Ce type de gradateur peut alimenter un moteur asynchrone triphasé.

#### 4. Stato - compensateur

- Un stato-compensateur triphasé nécessite l'utilisation d'une batterie de condensateurs.
- Un stato-compensateur fonctionne en utilisant une commande par train d'onde
- On règle la puissance active fournie par le réseau.
- On règle la puissance réactive fournie au réseau.
- Un stato-compensateur nécessite un montage d'au moins trois inductances.

### Exercice 2: Système de chauffage de l'air ventilé (Solution 2:)

Une résistance chauffante  $R_{ch}$  est alimentée par le secteur 220 V ; 50 Hz en série avec un triac.

#### I. \ CIRCUIT DE COMMANDE DU TRIAC :

C'est un générateur d'impulsions synchronisé sur le secteur représenté par le schéma ci-contre :

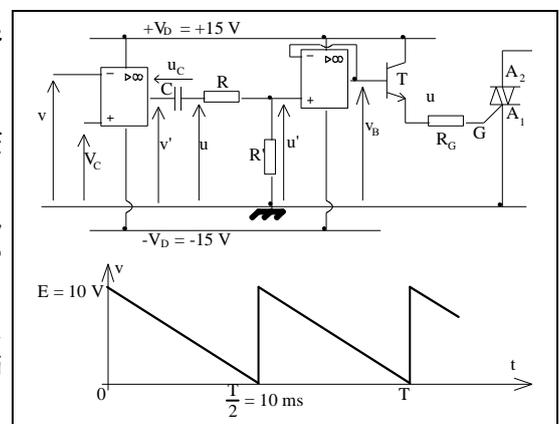
Les composants sont supposés parfaits.

La d.d.p.  $v(t)$  est donnée par la courbe ci-contre, avec  $E = 10$  V.

Le retard  $t_0$  des impulsions créées par le générateur, après chaque passage à 0 de la tension du secteur est réglé par la tension  $V_c$ .

1-1) Soit  $V_c = 7,0$  V (différence de potentiel constante). Représenter la courbe  $v' = f(t)$ . Soit  $t_0$  l'instant particulier qui apparaît entre 0 et  $\frac{T}{2}$ . Calculer sa valeur.

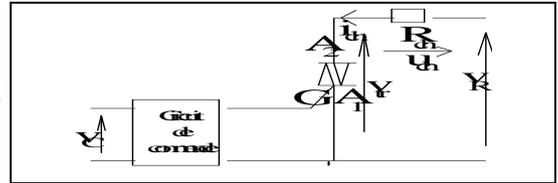
1-2) On prend  $C = 10$  nF ;  $R = 20$  k $\Omega$  ;  $R' = 10$  k $\Omega$ . Calculer la constante de temps du système ( $C, R, R'$ ) ; en déduire l'allure de la courbe  $u' = f(t)$  sur le document réponse 2.



1-2-3) Quel est le rôle du deuxième amplificateur opérationnel et du transistor ?

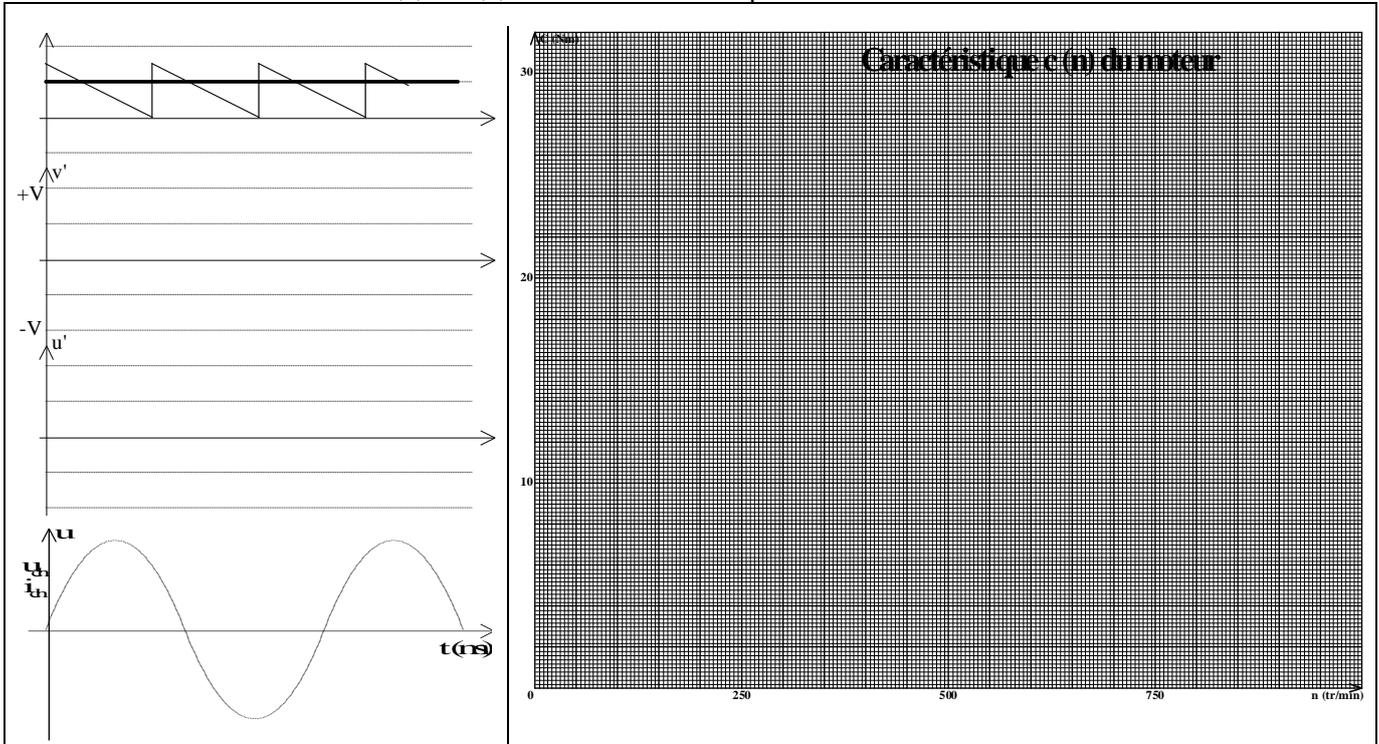
**II 1 CIRCUIT DE PUISSANCE :**

Il se compose d'une résistance de chauffage  $R_{ch}$  alimentée par le réseau  $v_R$  en série avec un triac  $T_r$  (supposé parfait).



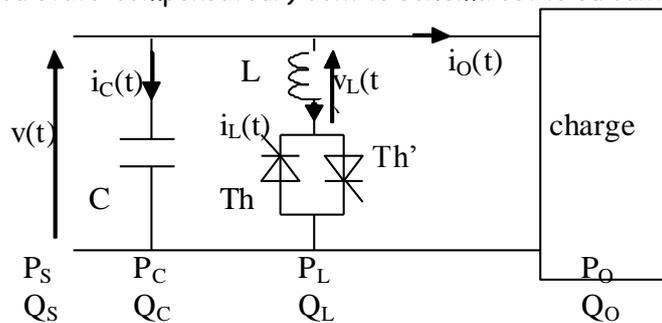
On donne  $v_R = 220 \sqrt{2} \sin \omega t$ , avec  $f = 50 \text{ Hz}$  et  $R_{ch} = 15 \Omega$ .

Tracer les courbes  $u_{ch}(t)$ ,  $i_{ch}(t)$  sur le document réponse.



**Exercice 3: BTS 2001 Nouméa Etude d'un compensateur statique monophasé (allégé) (Solution 3:)**

Pour assurer un meilleur réglage de la puissance réactive échangée entre une source et une charge, on s'intéresse à un compensateur statique (ou stato-compensateur) dont le schéma est le suivant.



On donne  $v(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t) = V\sqrt{2} \sin \theta$  avec  $V=230\text{V}$  et  $f=50 \text{ Hz}$ .

La charge consomme en permanence la puissance  $P_o=50\text{kW}$ .

La puissance  $Q_o$  consommée est positive et varie de manière telle que le facteur de puissance  $\cos \varphi_o$  évolue entre 0.4 et 1.

On note  $\varphi_o$  le déphasage entre le courant  $i_o(t)$  et la tension  $v(t)$ .

Les thyristors sont montés tête-bêche et on note  $\delta$  l'angle de retard à l'amorçage des thyristors.

- 1) Expliquer pourquoi la commande du gradateur fait varier la puissance réactive  $Q_L$ .
- 2) La valeur instantanée  $i_{L1}(t)$  du fondamental de  $i_L(t)$  a pour expression :

$$i_{L1}(t) = \frac{2V\sqrt{2}}{\pi.L.\omega} \left( \frac{\sin 2\delta}{2} + \pi - \delta \right) \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

En déduire l'expression de la puissance active  $P_L$  et de la puissance réactive  $Q_L$  absorbée par l'ensemble « gradateur+bobine » en fonction de  $\delta$ .

3) Quelle est la puissance active  $P_c$  consommée par le condensateur  $C$  ? En déduire la relation entre  $P_s$  et  $P_o$ .

4) On s'impose  $Q_s=0$ . Démontrer la relation suivante :

$$P_o \cdot \tan \phi_o + \frac{2V^2}{\pi.L.\omega} \left( \frac{\sin 2\delta}{2} + \pi - \delta \right) - V^2 C \omega = 0$$

5) Lorsque  $\delta = \pi$ , on a  $Q_L=0$ . Le facteur de puissance de la charge est  $\cos \phi_o = 0.4$ . En déduire la valeur de  $C$  pour que  $Q_s=0$ .

6) Pour  $\delta = \pi/2$ . On s'intéresse au cas où le facteur de puissance de la charge est  $\cos \phi_o = 1$ . On choisit  $C=6.9\text{mF}$ . En déduire la valeur de  $L$  pour que  $Q_s=0$ .

#### Exercice 4: Gradateur monophasé puis triphasé (Solution 4:)

Les interrupteurs sont constitués de thyristors supposés idéaux (circuit ouvert à l'état bloqué et court-circuit à l'état passant). Le réseau a pour pulsation  $\omega$ .

##### 1 \ Gradateur monophasé :

On donne (Figure 1) le schéma d'un gradateur monophasé débitant sur une charge résistive pure. Les thyristors sont amorcés avec un retard angulaire  $\alpha_0 = \omega t_0 = \frac{\pi}{2}$  par rapport aux passages à 0 de la tension  $v(t)$ . On donne  $V = 220\text{ V}$  et  $R = 10\ \Omega$ .

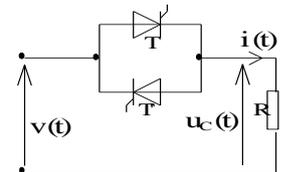


Figure 1

1-1) Donner sur le document réponse n° 1, en les justifiant, les intervalles de conduction des deux thyristors et le chronogramme de l'intensité  $i(t)$  du courant dans la résistance  $R$ .

1-2) Pour la valeur particulière  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$ , exprimer simplement la puissance active moyenne "P" fournie par le réseau en fonction de  $V$  et  $R$ . Application numérique.

1-3) En déduire les valeurs efficaces  $I_{eff}$  de  $i(t)$  et  $U_{C\,eff}$  de  $u_c(t)$ .

1-4) Dans le développement en série de Fourier de  $i(t)$  on trouve que le fondamental a pour expression :

$$i(t) = I_{1\,Max} \sin(\omega t - \phi_1) \quad \text{avec} \quad I_{1\,Max} = 18,4\text{ A} \quad \text{et} \quad \phi_1 = 32,5^\circ = 0,567\text{ rad.}$$

Déduire de la connaissance de  $i_1(t)$ , une expression de la puissance  $P$ . A l'aide de cette expression, recalculer  $P$ .

1-5) Que vaut la puissance réactive fournie par le réseau ?

1-6) Quelle est la puissance apparente  $S$  de la source ?

1-7) Calculer le facteur de puissance de l'installation.

1-8) Proposer une méthode (schéma, type d'appareil à utiliser) pour mesurer la valeur efficace du courant, la puissance active et la puissance réactive. On dispose d'appareils analogiques (alt. et continu) et numériques TRMS avec position AC et DC. Le wattmètre est de type électrodynamique.

##### 2 \ Gradateur triphasé :

On en donne (Figure 2) le schéma de principe. Les tensions sinusoïdales  $v_a$ ,  $v_b$  et  $v_c$  ont même valeur efficace "V" et constituent un système triphasé équilibré direct. Sur le document réponse n° 2, on précise le séquençement de l'amorçage des 6 thyristors dans le cas où  $\alpha_0 = 30^\circ$ . On a toujours  $V = 220$  V et la charge est résistive. Les interrupteurs sont supposés idéaux. Le fonctionnement étant parfaitement symétrique, on étudie dans un premier temps l'intervalle  $[0^\circ, 180^\circ]$ .

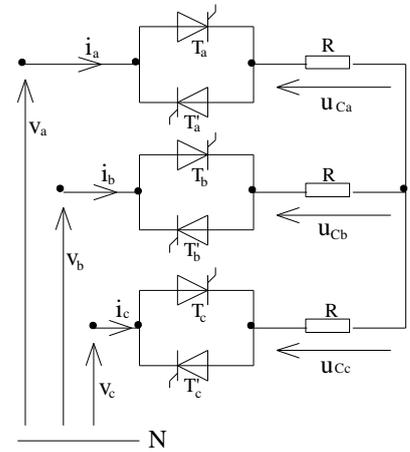
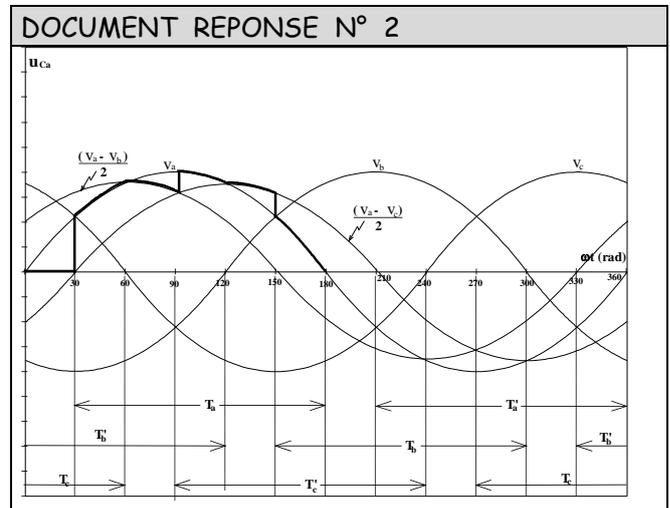
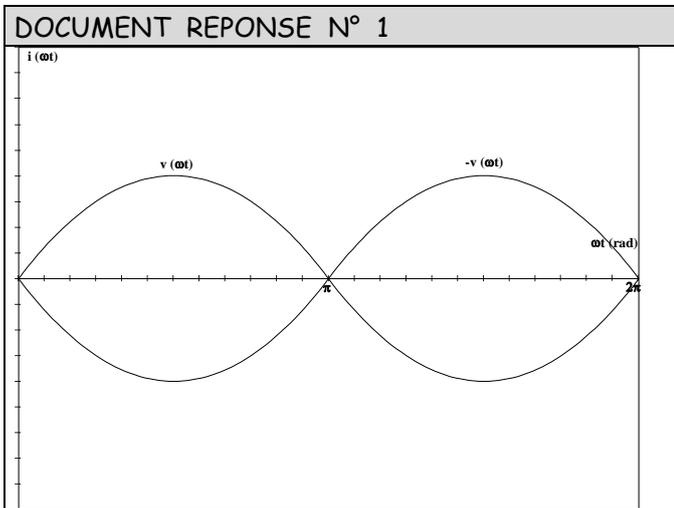


Figure 2

- 2-1) Sur chacun des 6 intervalles suivants :  $[0^\circ, 30^\circ]$ ,  $[30^\circ, 60^\circ]$ ,  $[60^\circ, 90^\circ]$ ,  $[90^\circ, 120^\circ]$ ,  $[120^\circ, 150^\circ]$ ,  $[150^\circ, 180^\circ]$ , donner un schéma équivalent de l'installation tenant compte des interrupteurs passants et expliquer la forme de la tension  $u_{c_a}$  donnée sur le document réponse n° 2 entre 0 et  $180^\circ$ .
- 2-2) Compléter le chronogramme de  $u_{c_a}$  sur  $[180^\circ, 360^\circ]$ .



### Exercice 5: Gradateur triphasé alimentant des résistances d'un four électrique (Solution 5:)

Un gradateur triphasé à thyristors alimente trois résistances de valeur égale  $R = 10,6 \Omega$  d'un four électrique. Un dipôle est constitué par un interrupteur bidirectionnel, formé de deux thyristors tête-bêche, placé en série avec la résistance  $R$ . On obtient ainsi trois dipôles qui sont montés :

- soit en étoile avec fil neutre,
- soit en triangle.

Le réseau d'alimentation est triphasé de fréquence 50 Hz, et la valeur efficace de la tension phase-neutre vaut  $V = 230$  Volts.

1. Expliquer pourquoi la commande des thyristors est possible en montage triangle.
2. On décide tout d'abord de commander le gradateur en agissant sur l'angle de retard à l'amorçage. On le notera  $\delta_1$  dans le cas d'un montage étoile et  $\delta_2$  dans le cas d'un montage triangle.
  - 2.1. Exprimer la puissance active  $P_1(\delta_1)$  en fonction de  $V$  et de  $R$  dans le cas du montage étoile.
  - 2.2. Exprimer la puissance active  $P_2(\delta_2)$  en fonction de  $V$  et de  $R$  dans le cas du montage triangle
  - 2.3. Donner la relation entre  $\delta_1$  et  $\delta_2$  pour que  $P_1 = P_2$
3. On décide maintenant de commander le gradateur en agissant sur le rapport cyclique du train d'ondes. On le notera  $\alpha_1$  dans le cas d'un montage étoile et  $\alpha_2$  dans le cas d'un montage triangle.
  - 3.1. Exprimer la puissance active  $P_1(\alpha_1)$  en fonction de  $V$  et de  $R$  dans le cas du montage étoile
  - 3.2. Exprimer la puissance active  $P_2(\alpha_2)$  en fonction de  $V$  et de  $R$  dans le cas du montage triangle

3.3. Donner la relation entre  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  pour que  $P_1 = P_2$ .

4. Comparer les deux modes de commande et conclure.

**Exercice 6: Commande linéaire numérique d'un gradateur monophasé (Solution 6:)**

On s'intéresse à la commande qui permettrait d'obtenir une relation de proportionnalité entre la puissance débitée sur charge résistive. A l'entrée du déclencheur, on impose la tension  $u_c$  qui détermine la valeur de l'angle de retard à l'amorçage noté  $\delta$ . On souhaite obtenir une relation linéaire de la forme :

$$P = P_0 \times \left( \frac{u_c}{u_0} \right)$$

où  $u_0$  est une tension de référence et  $P_0$  la puissance fournie à réglage maximal.

1. Justifier que  $u_c \leq u_0$ , et montrer que pour  $u_c = u_0$  on a nécessairement  $\delta = 0$ .

2. Justifier la relation

$$\frac{u_c}{u_0} = 1 - \frac{\delta}{\pi} + \frac{\sin 2\delta}{2\pi}$$

3. Un convertisseur analogique-numérique (CAN) convertit la tension  $u_c$  en un « mot »  $n_{uc}$  de 8 bits. Sachant que  $u_0 = 2,55$  V quelle est la variation  $\Delta u_c$ , telle que  $\Delta n_{uc}$  varie de  $\pm 1$  ?

4. Le mot  $n_{uc}$ , de 8 bits sert à lire l'adresse en mémoire où est placée la valeur  $n_\delta$  fixant l'angle  $\delta$ . Combien d'angles différents seront-ils placés en mémoire ?

5. Expliquer comment a-t-on calculé la valeur  $n_\delta$  en fonction de l'adresse  $n_{uc}$ .

6. Calculer  $\frac{dP}{d\delta} = f(\delta)$ . Pour quelle(s) valeur(s) de  $\delta$  le réglage de P sera-t-il le moins sensible ?

7. Pour quelle valeur de  $\delta$  le réglage de P sera-t-il le plus sensible ?

8. Quelle est la variation  $\frac{\Delta P}{P_0}$  pour  $\Delta u_c$  ? Conclure.

**Exercice 7: Electrothermie par gradateur et résistance (Solution 7:)**

Soit le montage de la figure 1.1 :

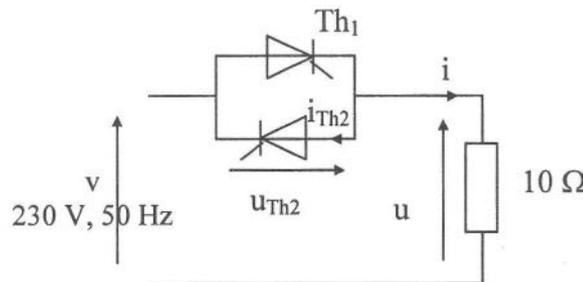
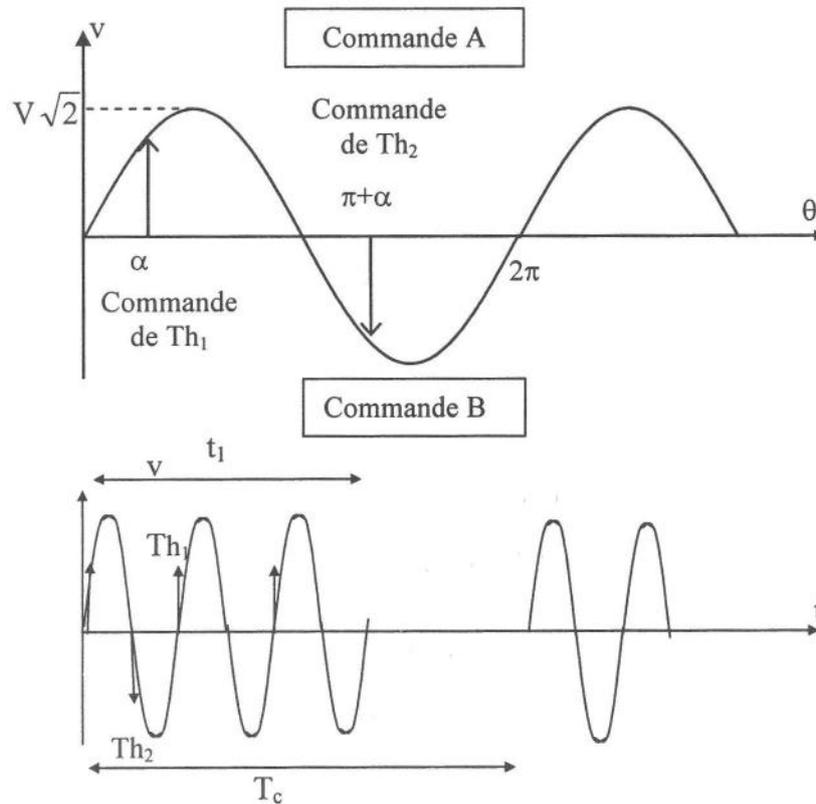


Figure 1.1 : Gradateur monophasé sur charge résistive

$v$  est une tension sinusoïdale.

On utilise deux types de commandes pour les thyristors :



1. Commande A :  $\alpha = 45^\circ$

- Représenter  $i(t)$ ,  $u_{Th2}(t)$ ,  $i_{Th2}(t)$  en concordance avec  $v$ .
- Calculer la valeur efficace de  $u$ .
- Calculer la puissance  $P$  consommée.
- Calculer le facteur de puissance de l'installation.
- Quel est le type de commutation des thyristors ?

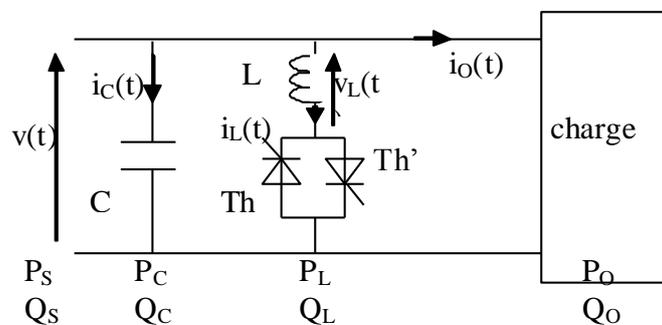
2. Commande B

Il s'agit d'une commande en train d'onde. On laisse passer un certain nombre de sinusoïdes réseau de fréquence 50 Hz. La période du train d'onde est  $T_c$ .

- Représenter le courant  $i(t)$  et la tension  $u_{Th2}(t)$  sur une période  $T$ .
- Calculer la puissance  $P$  consommée.
- Quel est l'intérêt de ce type de commande ?

### **Exercice 8: BTS 2001 Nouméa Stato compensateur version 2 (Solution 8:)**

Pour assurer un meilleur réglage de la compensation de l'énergie réactive échangée entre une source et une charge, nous allons étudier un compensateur statique monophasé, dont le schéma de principe est donné sur la figure suivante



Dans cette partie, toute l'étude est faite en monophasé avec comme grandeurs :

- tension simple  $v(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t) = V\sqrt{2} \sin \theta$  à la fréquence  $f = 50$  Hz, avec  $V=230V$ ;

- charge linéaire consommant la puissance active constante  $P_0 = 50$  kW et la puissance réactive  $Q_0$  positive, avec un facteur de puissance variable entre 0,4 et 1.

On note  $\phi_0$  le déphasage entre le courant absorbé par la charge et la tension  $v$ .

La source monophasée fournit les puissances  $P_s$  et  $Q_s$ .

Le condensateur  $C$  consomme  $P_0$  et  $Q_0$ .

L'ensemble « gradateur-bobine  $L$  » consomme  $P_L$  et  $Q_L$ .

### I. Tout d'abord on étudie le fonctionnement du gradateur

Le gradateur est constitué de deux thyristors supposés parfaits,  $T_h$  et  $T_{h'}$  montés tête-bêche, en série avec une inductance pure  $L$  (cf. figure 3.2).

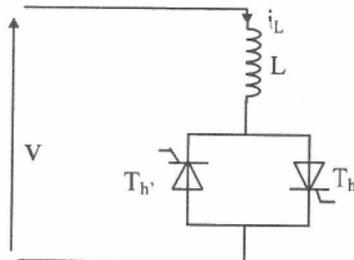


Figure 3.2

L'ensemble est alimenté sous la tension  $v(t)$ , délivrée par la source.  $T_h$  et  $T_{h'}$  sont commandés de manière périodique.  $T_h$  est commandé à la fermeture sur la demi alternance positive de la tension  $v$ , avec un angle de

commande  $\alpha$  compté à partir de 0, et compris entre  $\frac{\pi}{2}$  et  $\pi$  ( $\alpha$  en rad).  $T_{h'}$  est commandé de la même manière

sur la demi-alternance négative de la tension  $v$ . (cf document réponse n° 1)

Il est rappelé que si  $t$  est la variable temporelle de  $v(t)$ ,  $\theta$  est la variable angulaire de la même grandeur  $v$  avec :  $\theta = \omega t$

$$v(t) = V\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t) \text{ ou } v(\theta) = V\sqrt{2} \cdot \sin(\theta)$$

a) Pour  $\alpha = \frac{3\pi}{4}$  :  $i_L(t)$  a l'allure donnée sur la figure du bas du document réponse n° 1.

Préciser sur la figure du haut du document réponse n°1 l'intervalle de conduction de  $T_h$  et  $T_{h'}$ . Expliquer pourquoi  $T_h$  cesse de conduire.

Tracer l'allure du fondamental de  $i_L(t)$ , noté  $i_{Lf}(t)$ , sur la figure du bas du document réponse n° 1

b) La valeur instantanée du fondamental de  $i_L(t)$ ,  $i_{Lf}(t)$  a pour expression en fonction de  $\alpha$

$$i_{L1}(t) = \frac{2V\sqrt{2}}{\pi.L.\omega} \left( \frac{\sin 2\delta}{2} + \pi - \delta \right) \cdot \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

En déduire l'expression de la puissance active  $P_L$  et de la puissance réactive  $Q_L$  absorbée par l'ensemble «gradateur-bobine » en fonction de  $\alpha$ .

### II. Bilan des puissances (cf. figure 3.1)

a) Quelles sont les puissances actives  $P_c$  et  $P_L$  consommées respectivement par le condensateur et l'ensemble « gradateur - bobine » ? Donner la relation entre  $P_s$  et  $P_0$ .

b) Faire le bilan des puissances réactives, en donnant la relation entre  $Q_s$ ,  $Q_c$ ,  $Q_L$  et  $Q_0$

c) En déduire que la relation générale entre  $P_0$ ,  $\phi_0$ ,  $V$ ,  $C$ ,  $L$ ,  $\alpha$  et  $\omega$ , quand  $Q_s = 0$ , est :

$$P_0 \cdot \tan \phi_0 + \frac{2V^2}{\pi.L.\omega} \left( \frac{\sin 2\delta}{2} + \pi - \delta \right) - V^2 C \omega = 0$$

d) On a  $Q_L = 0$  lorsque  $\alpha = \pi$ . On réalise ce réglage pour un facteur de puissance de la charge de 0,40.

En déduire la valeur de la capacité  $C$  du condensateur pour que  $Q_s = 0$ . La valeur de la capacité reste maintenant constante et égale à  $C = 6,9$  mF.

e) Dans le cas d'une charge ayant un facteur de puissance de 1, on désire obtenir  $Q_s = 0$ , avec le réglage  $\alpha = \pi/2$ . En déduire la valeur de  $L$ .

f) Les courbes donnant la puissance réactive  $Q_s$ , fournie par le réseau, à  $P_0 = \text{constante}$ , en fonction du facteur de puissance ( $f_p$ ) de la charge et du réglage du gradateur ( $\alpha$ ) sont données sur le document réponse n° 2. Sur le document réponse n° 2, placer les 3 points suivants :

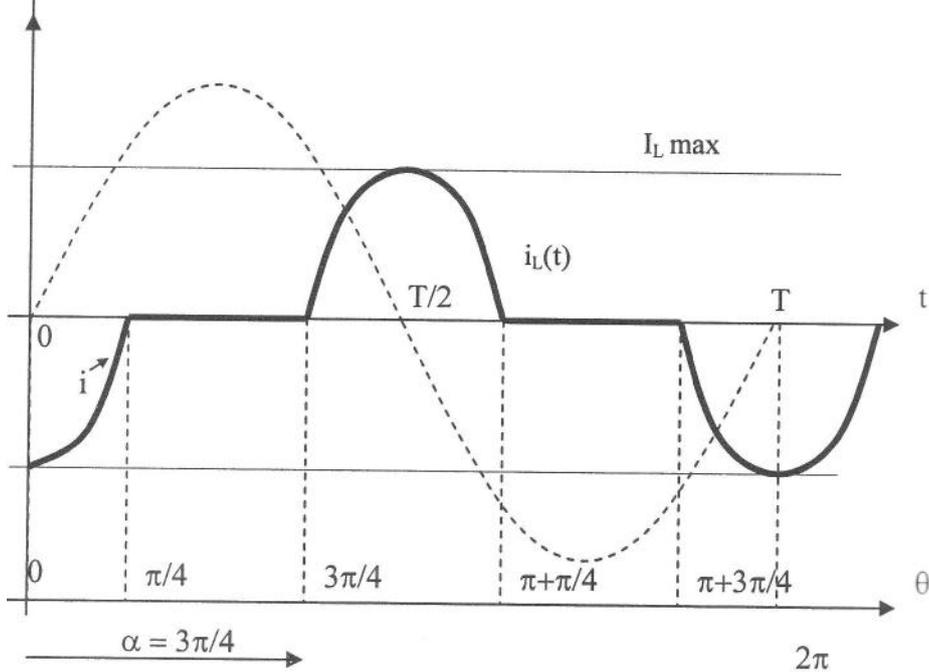
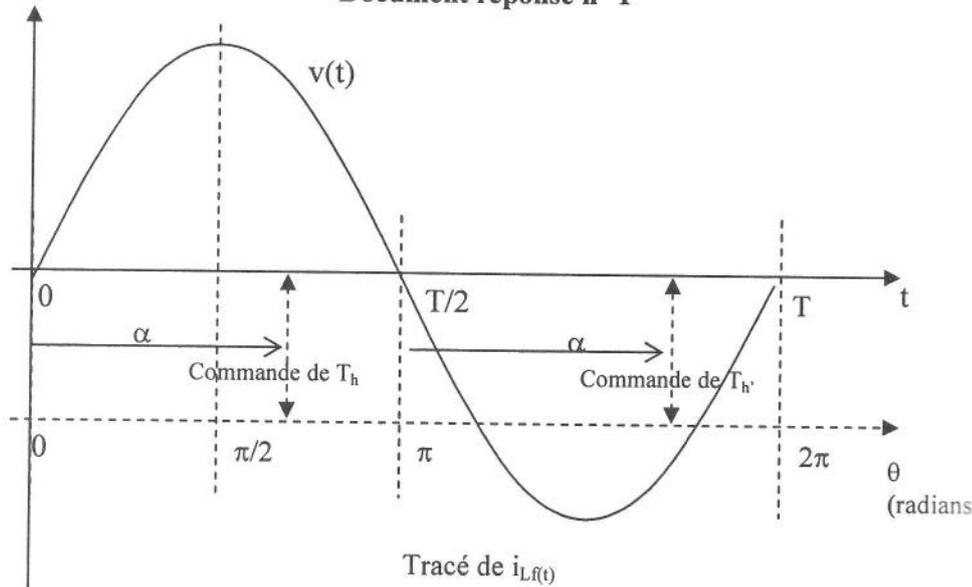
Point A pour le cas du 2.d ;

Point B pour le cas du 2.e ;

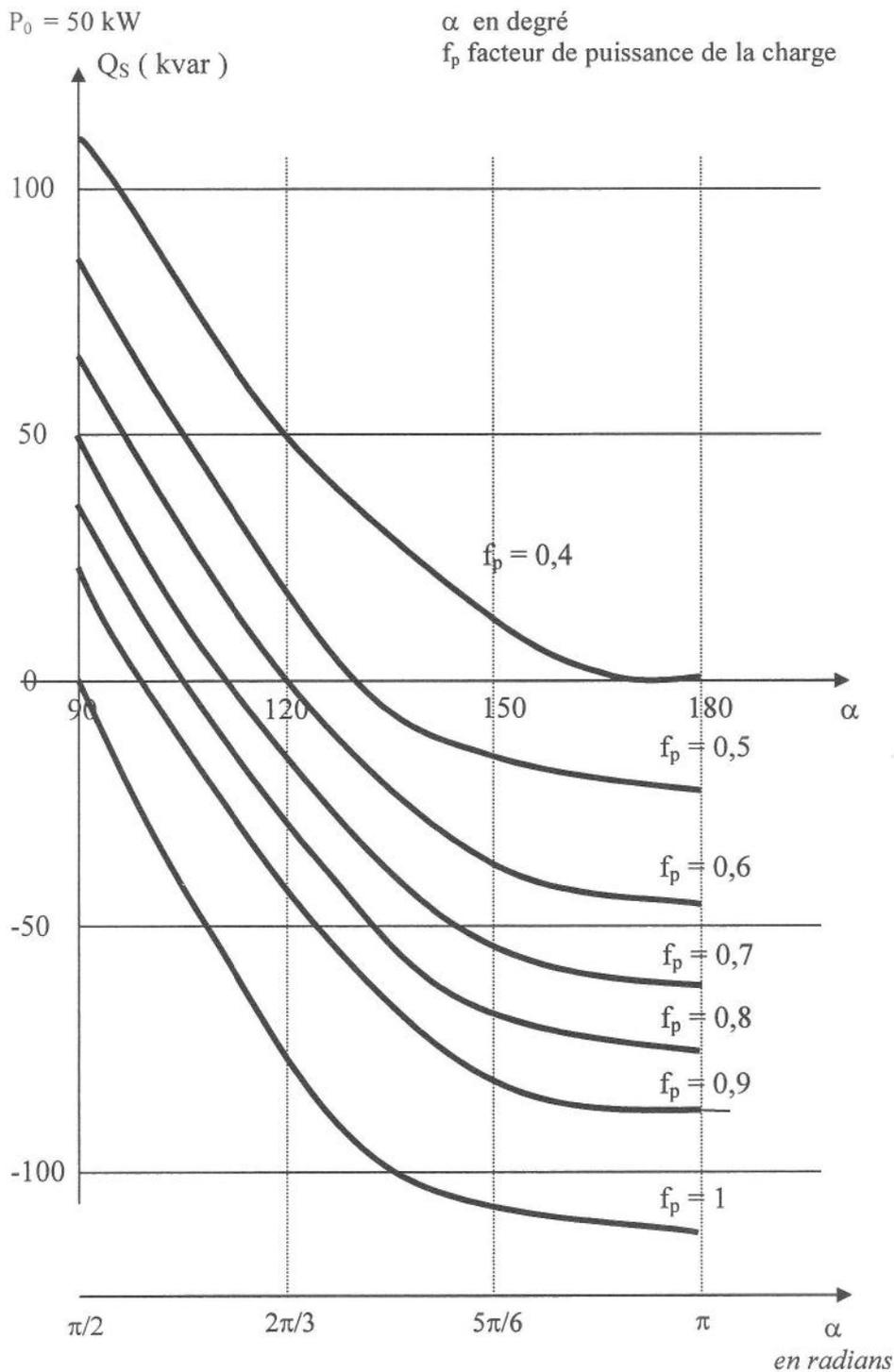
Point C pour un réglage de  $Q_s = 0$  si  $f_p = 0,80$ .

A quelle valeur de  $\alpha$  faut-il régler le gradateur pour le point C ?

Document réponse n° 1



Document réponse n° 2

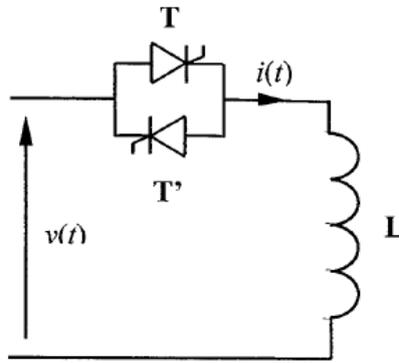


**Exercice 9: BTS 2004 Nouméa Démarrage de l'éolienne (Solution 9:)**

À la suite d'un arrêt, pour faire démarrer l'éolienne, on utilise la machine asynchrone en moteur alimenté par le réseau 690 V / 50 Hz. A l'instant du démarrage, chaque phase du moteur peut être assimilée à une inductance pure  $L = 0,32 \text{ mH}$ .

**A.III.1.** Quelle serait la valeur efficace du courant au début d'un démarrage en direct sur le réseau ?

Afin de limiter l'intensité du courant au démarrage, on insère en série avec chaque enroulement du moteur un gradateur constitué de deux thyristors T et T'. (figure 3).



(figure 3).

Le thyristor T est amorcé avec un retard angulaire  $\alpha$  par rapport à l'origine de la tension simple d'expression :

$$v(t) = V\sqrt{2} \sin \omega t$$

Le thyristor T' est amorcé une demi période plus tard.

**A.III.2.** Écrire l'équation différentielle liant  $i(t)$  et  $v(t)$  lorsque T est passant.

**A.III.3.** Résoudre cette équation en tenant compte qu'à l'instant d'amorçage de T,  $i(t) = 0$ . Vérifier que :

$$i(t) = \frac{V\sqrt{2}}{L\omega} (\cos \alpha - \cos \omega t)$$

**A.III.4.** On donne à l'angle de retard la valeur  $\alpha = 3\pi/4$ .

- Placer sur le document réponse DR2a la droite horizontale d'ordonnée  $\frac{V\sqrt{2}}{L\omega} \cos \alpha$ , en déduire l'allure du courant  $i(t)$  lorsque T est passant. Préciser l'intervalle pour lequel T est passant.
- Compléter le document réponse pour T' passant.

**A.III.5.** Pour  $\alpha = \pi/2$ , que devient l'équation de  $i(t)$  lorsque T est passant ? Tracer  $i(t)$  sur le document réponse DR2b et préciser les intervalles de conduction des thyristors. Vérifier que la valeur efficace de  $i(t)$  est  $I_0 = 3960$  A.

**A.III.6.** La figure 4 donne le rapport  $I/I_0$  en fonction du retard  $\alpha$  exprimé en degrés, I est la valeur efficace de  $i(t)$ . Déterminer la valeur de  $\alpha$  pour limiter le courant de démarrage du moteur à  $2,5 I_n$  soit 1570 A.

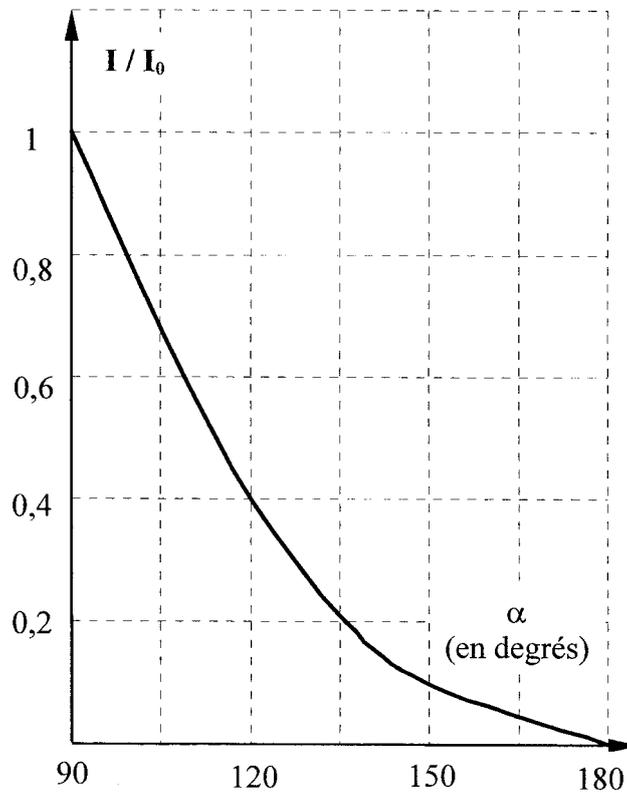
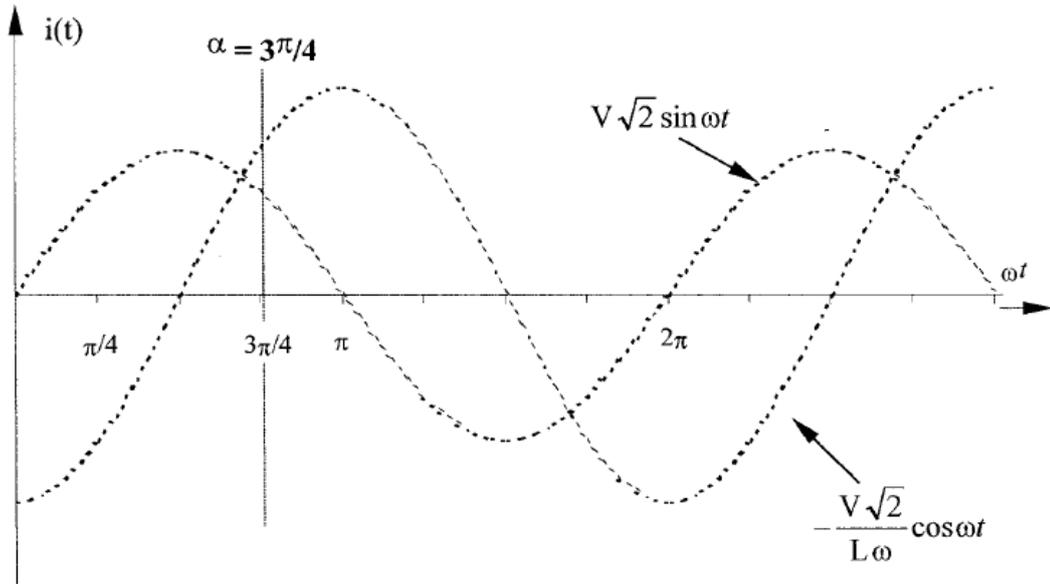


figure 4

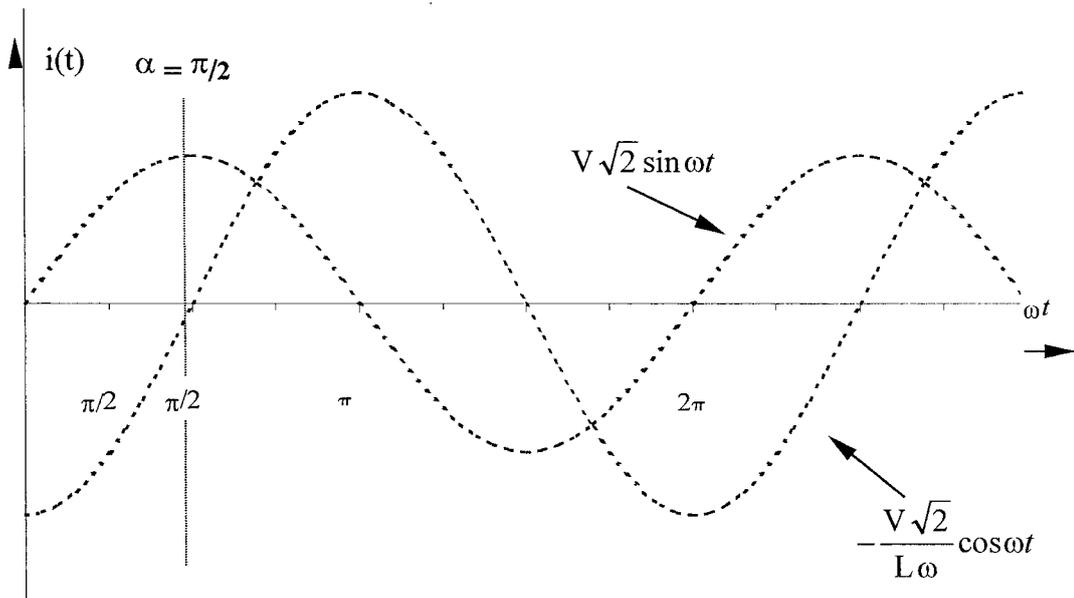
Document Réponse DR2a



T  
T'

DELIMITER ET HACHURER LES INTERVALLES OU LES THYRISTORS SONT PASSANTS

Document Réponse DR2b

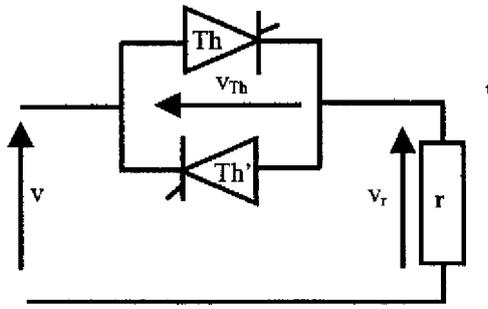


T  
T'

DELIMITER ET HACHURER LES INTERVALLES OU LES THYRISTORS SONT PASSANTS

**Exercice 10: BTS 2005 Nouméa Démarrage et arrêt de la scie (Solution 10:)**

**C1. Principe du gradateur**



**Figure 4**

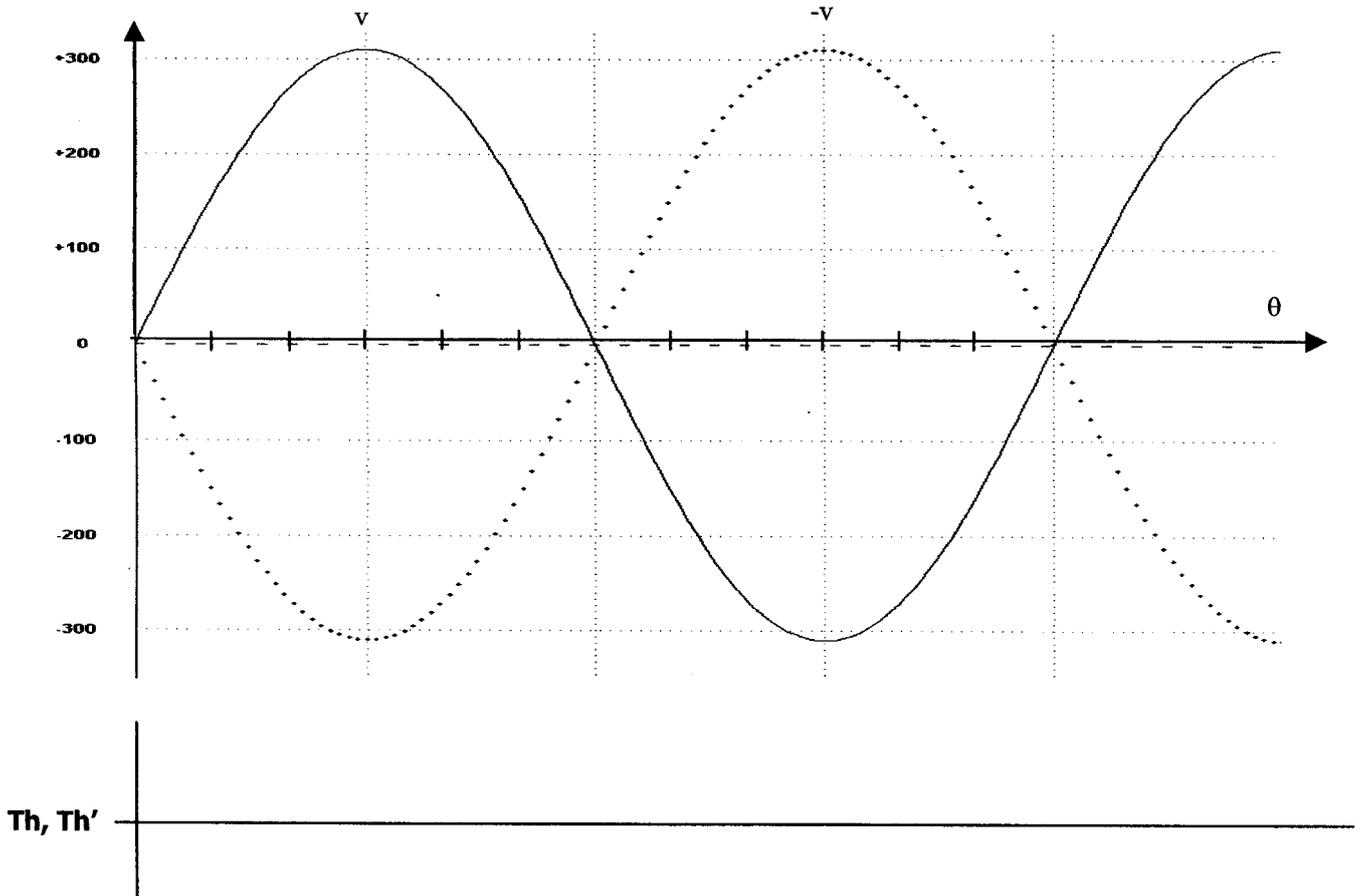
Sur la figure 4, est représenté un gradateur monophasé, alimentant une résistance  $r$ . Les thyristors  $Th$  et  $Th'$  sont commandés avec un retard à l'amorçage  $\psi$  par rapport aux passages à 0 de la tension sinusoïdale d'alimentation  $v$  de pulsation  $\omega_s$ . On note  $v = V\sqrt{2}\sin\theta$ , avec  $\theta = \omega_s t$ .

C.1.1. Donner, sur le document réponse n°2, l'allure des tensions  $v_r$  et  $v_{Th}$ , si  $\psi = 120^\circ$ . Préciser les instants de conduction des thyristors  $Th$  et  $Th'$ .

C.1.2. Ecrire l'expression de l'intégrale permettant d'obtenir la valeur efficace  $V_r$  de la tension  $v_r$  aux bornes de la résistance  $r$ . Le calcul complet n'est pas demandé.

C.1.3. Préciser les valeurs prises par  $V_r$  pour  $\psi = 180^\circ$  et  $\psi = 0^\circ$ ?

**DOCUMENT REPOSE N°2**



**Figure 8**

**Exercice 11: BTS 2011 Nouméa : Embouteillage Volvic (Solution 11:)**

**: Étude énergétique du nouveau réchauffeur**

On se propose, dans cette partie du sujet, d'analyser le mode de commande par train d'ondes du réchauffeur puis de déterminer plus globalement les économies d'énergies liées à son installation.

La puissance de chauffe maximale du réchauffeur est de 96 kW. Ce réchauffeur est composé de **trois charges triphasées** équilibrées purement résistives. Chacune de ces charges est alimentée par un convertisseur statique triphasé alternatif-alternatif permettant une modulation de l'énergie de chauffage par train d'ondes à partir d'un réseau triphasé 230V/400V, 50 Hz.

### A.1 Caractéristiques d'une charge triphasée du réchauffeur

**A.1.1** Quelle est la puissance de chauffe maximale  $P_{1max}$ , délivrée par une charge triphasée ?

**A.1.2** Chaque charge triphasée est constituée de trois éléments chauffants de résistance R. Quel couplage faut-il adopter pour alimenter chaque élément sous une tension de 400V ?

**A.1.3** Déterminer la valeur de la résistance R d'un élément chauffant.

### A.2 Commande par train d'ondes d'un élément chauffant

On étudie, par souci de simplification, le principe de fonctionnement de la commande par train d'ondes sur un gradateur monophasé à thyristors alimentant une résistance  $r$  quelconque (figure n°1). Les résultats obtenus sont transférables à une charge triphasée.

La tension  $v(t)$  du réseau, de valeur efficace  $V = 230V$ , a pour fréquence  $f = 50Hz$ . Sa période est notée  $T$ .

Le signal de commande des thyristors est un cycle de période  $T_c$  comportant un nombre entier  $p$  de périodes  $T$  du réseau. Les thyristors reçoivent des impulsions en permanence pendant  $n$  périodes du réseau. Puis les impulsions cessent pendant les  $p-n$  périodes restantes. Les thyristors sont considérés comme parfaits.

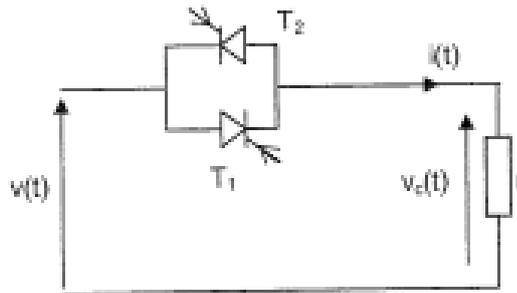


Figure n°1

**A.2.1** Rappeler les conditions de mise en conduction et de blocage d'un thyristor.

**A.2.2** On donne, sur le document réponse A, l'allure de l'intensité du courant  $i(t)$  dans la charge  $r$ .

- Représenter sur l'axe des temps  $t$  les périodes  $T$  et  $T_c$ .
- indiquer les intervalles de temps qui correspondent aux  $n$  périodes  $T$  et aux  $p-n$  périodes  $T$  caractérisant le cycle de commande des thyristors.
- Préciser les intervalles de conduction des thyristors  $T_1$  et  $T_2$ .

**A.2.3** Exprimer la période  $T_c$  en fonction de la période  $T$  et  $p$ .

**A.2.4** Donner l'expression du rapport cyclique  $\alpha$  de la commande en fonction de  $n$  et  $p$ . On rappelle que le rapport cyclique est le rapport de la durée de conduction du gradateur par la durée d'un cycle de commande.

**A.2.5** Connaissant l'allure de  $i(t)$ , représenter sur le document réponse A l'allure de la tension  $v_c(t)$  aux bornes de la charge. Justifier la démarche suivie et préciser la valeur numérique de l'amplitude de cette tension.

**A.2.6** Rappeler la définition de la puissance active  $P$  absorbée par la charge  $r$  en l'exprimant en fonction des grandeurs électriques notées sur la figure n°1.

**A.2.7** La valeur efficace  $V_c$  de la tension  $v_c(t)$  s'exprime par  $V_c = V \cdot \sqrt{\alpha}$  où  $V$  est la valeur efficace de la tension  $v(t)$ .

Montrer que la puissance  $P$  peut alors s'écrire : 
$$P = \frac{V^2 \cdot \alpha}{r}$$

**A.2.8** Préciser la plage de réglage de la puissance active absorbée par la charge r. Quel est l'intérêt pratique de la commande par train d'ondes ?

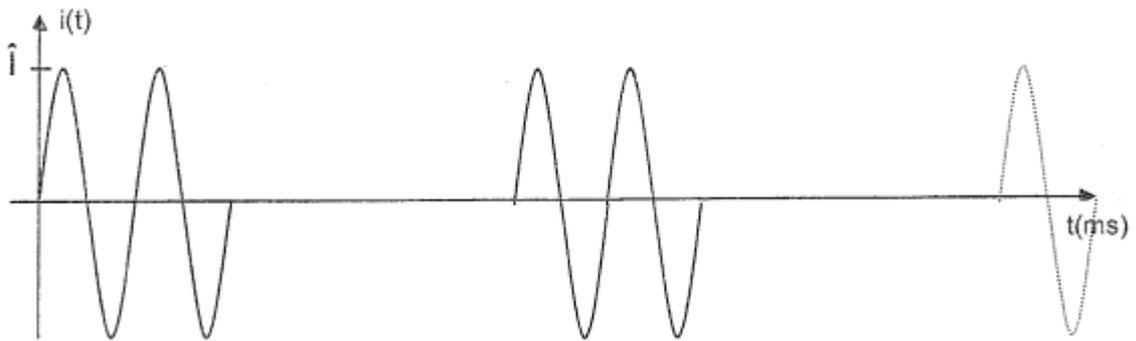
**A.3 Bilan énergétique du chauffage de l'air pour le séchage du P.E.T.**

Les relevés énergétiques du réchauffeur du nouveau sécheur Husky 4 ont permis de déterminer que, pour une séquence de séchage de 1 minute, le chauffage mobilisait une puissance de 96 kW pendant 30s. L'ancien système était équipé d'une puissance de chauffe de 160 kW pour les mêmes paramètres de temps de chauffe et de séchage.

- A.3.1** Déterminer en Watt.heure les énergies  $W_n$  et  $W_a$  respectivement consommées pour 1h de séchage par les réchauffeurs du nouveau et de l'ancien sécheur. Quelle est l'énergie  $W_{\text{écoR}}$  économisée pendant 1h de fonctionnement ?
- A.3.2** En supposant que les deux sécheurs sont utilisés sur l'année dans des conditions identiques, déterminer en pourcentages, l'économie d'énergie réalisée par l'installation du nouveau sécheur.

DOCUMENT REPOSE A

**Question A.2.2**

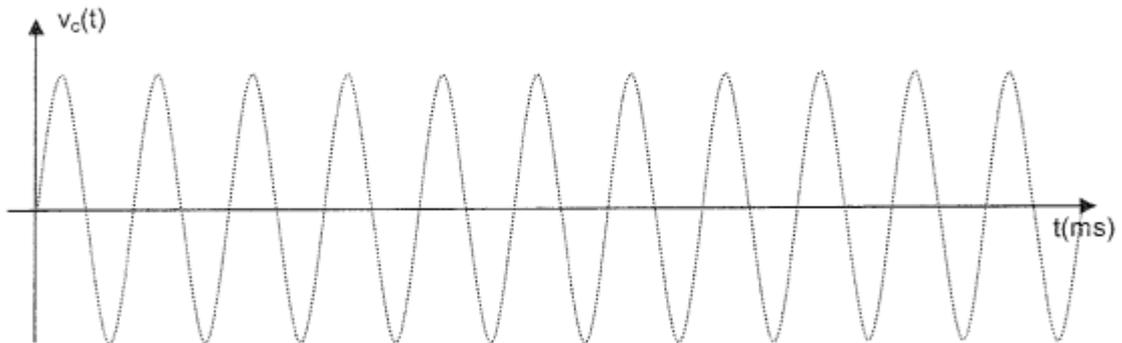


T1 \_\_\_\_\_

T2 \_\_\_\_\_

Indiquer ci-dessus les intervalles correspondant aux n et p-n périodes

**Question A.2.5**



**Exercice 12: BTS 20131 Métro : Eclairage Pablo Picasso (Solution 12:)**

Les projecteurs sont alimentés par l'intermédiaire de gradateurs afin de créer des jeux de lumière. Nous allons montrer dans cette partie que l'utilisation de gradateurs triphasés est susceptible de générer un courant dans le conducteur neutre nécessitant une attention particulière lors de son dimensionnement.

Dans toute cette partie, les gradateurs sont constitués de thyristors supposés idéaux (circuit ouvert à l'état bloqué et court-circuit à l'état passant). Ils sont montés tête-bêche.

**B.1. Principe de fonctionnement d'un gradateur monophasé, étude des puissances**

Cette première étude simplifiée en monophasé vise à nous familiariser avec les outils d'analyse utilisés dans la partie triphasée.

Un gradateur monophasé à commande par modulation de l'angle de phase est alimenté par un réseau monophasé 50 Hz, 230 V. Il est connecté à deux projecteurs de lumière considérés comme étant équivalents à une charge purement résistive de puissance 2000 W sous 230 V (figure 3).

On admet que le réseau n'a pas d'impédance. On dit aussi qu'il a une puissance de court-circuit infinie.

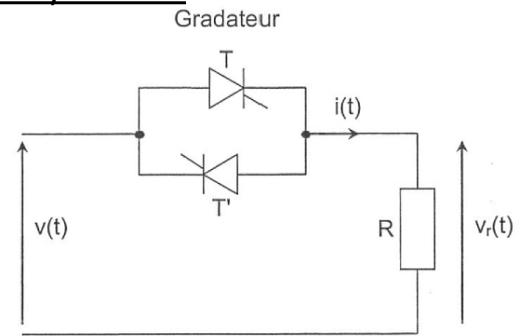


Figure 3

**B.1.1.** Calculer la valeur de la résistance R.

**B.1.2.** Pour un angle de retard à la conduction  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , indiquer sur le **document-réponse 1**, les intervalles de conduction des deux thyristors et tracer les chronogrammes de l'intensité  $i(t)$  et de la tension  $v_r(t)$ .

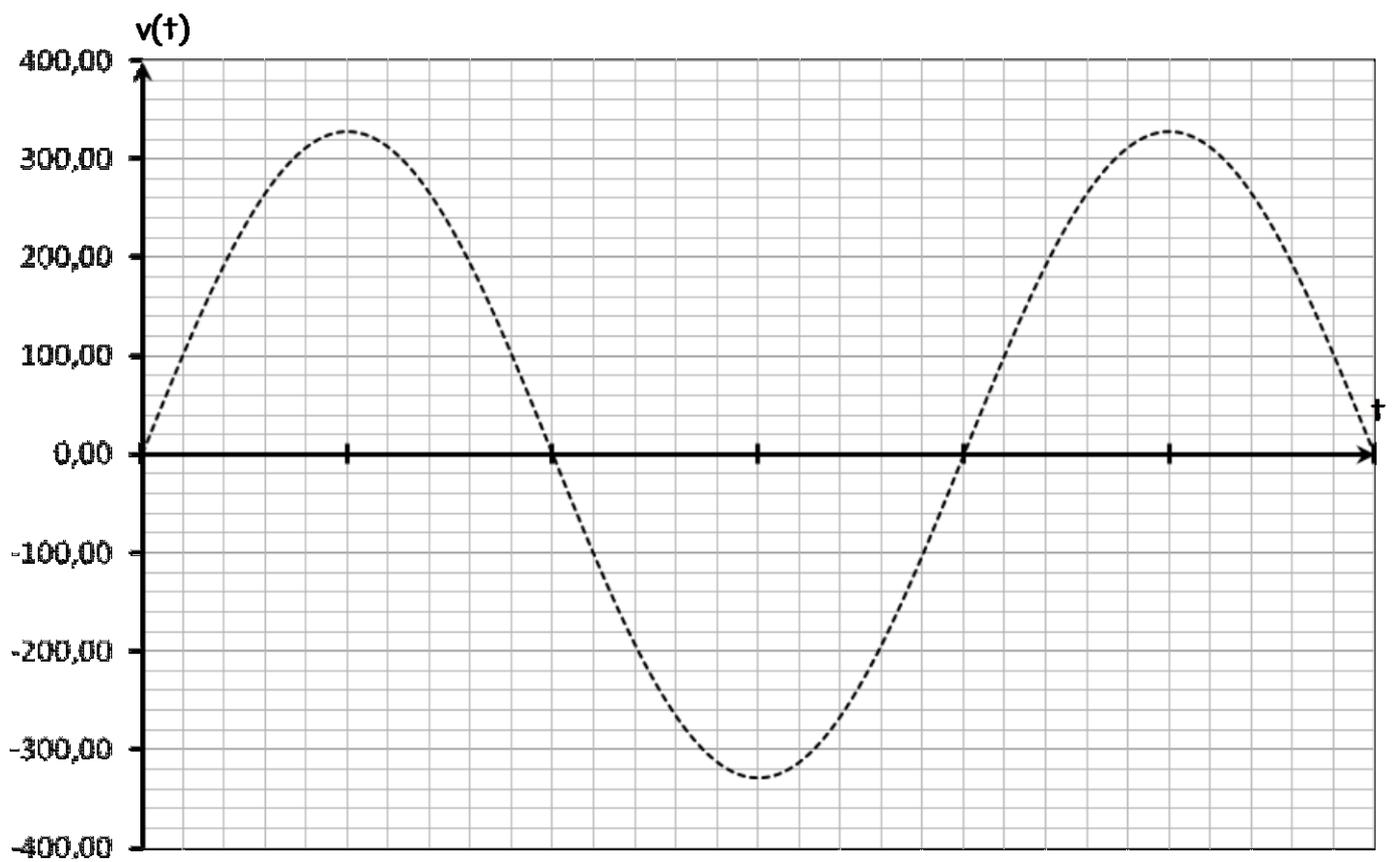
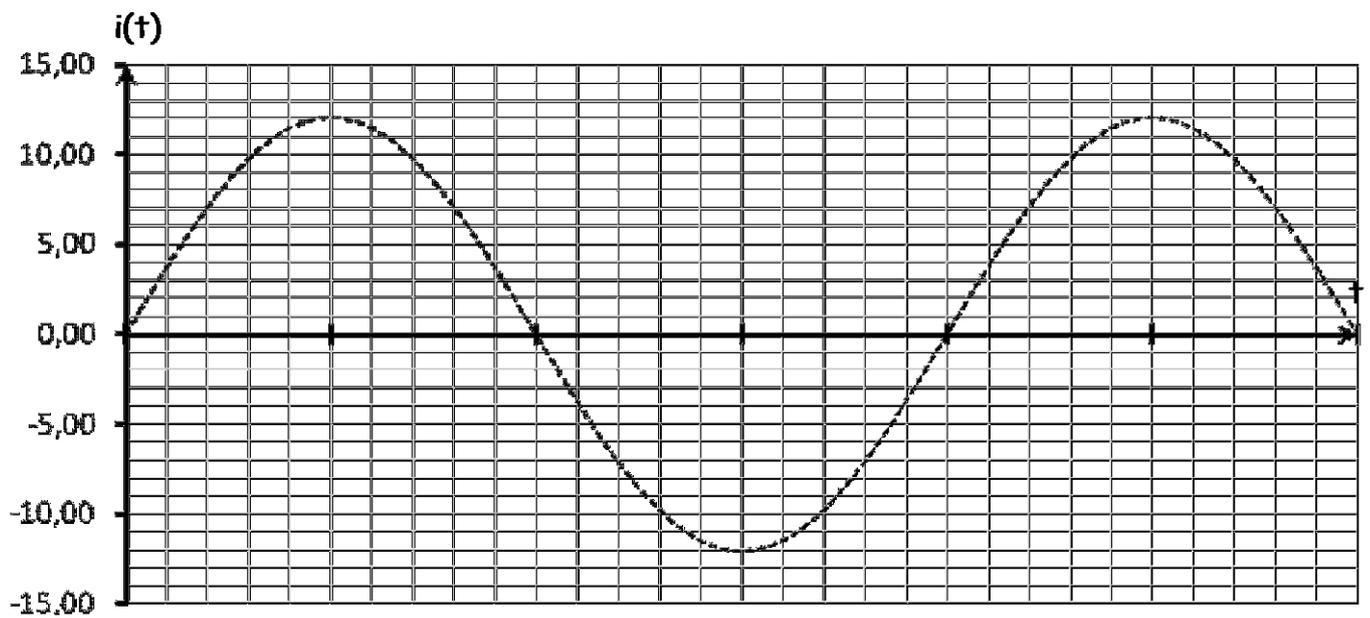
**Étude des puissances du côté de la charge**

**B.1.3.** L'expression de la valeur efficace de  $i(t)$  est :  $I = \frac{V}{R} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}}$  (avec  $\alpha$  en radian).

Pour  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , calculer la valeur efficace I de i et la puissance active P consommée par la résistance.

**Document-réponse 1**

$T$	
$T'$	



**Exercice 13: BTS 2013 Métro : Eclairage Pablo Picasso (Solution 13:)**

**B.3. Gradateur triphasé en fonctionnement déséquilibré, étude du courant dans le conducteur neutre**

Pour créer certaines ambiances d'éclairage sur la scène, les 3 paires de projecteurs peuvent être commandés séparément.

Nous étudierons comme exemple la commande suivante : l'angle de commande sur la ligne 1 est de 90° l'angle de commande sur la ligne 2 est de 0° l'angle de commande sur la ligne 3 est de 180°.

Les allures correspondantes aux courants  $i_{L1}$ ,  $i_{L2}$ ,  $i_{L3}$ , sont représentées sur le document-réponse 2.

Nous allons montrer comme dans le cas précédent, que cette situation est très contraignante pour le courant dans le conducteur neutre.

B.3.1. Tracer sur ce document l'allure de  $i_N$ .

B.3.2. D'après les relevés (annexe 4) calculer le rapport  $\frac{I_N}{I_1}$  ( $I$  est la valeur efficace du courant circulant dans

la ligne  $L_1$  lorsque l'angle de commande du gradateur est réglé à 0°).

**B.4. Dimensionnement du conducteur neutre**

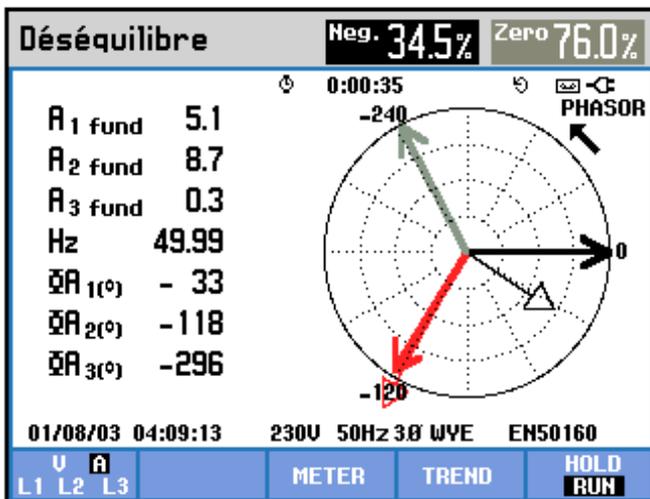
D'après les résultats précédents, indiquer les précautions à prendre lorsque l'on dimensionne le conducteur neutre de l'installation sachant que le nombre de projecteurs commandés par gradateur a été augmenté.

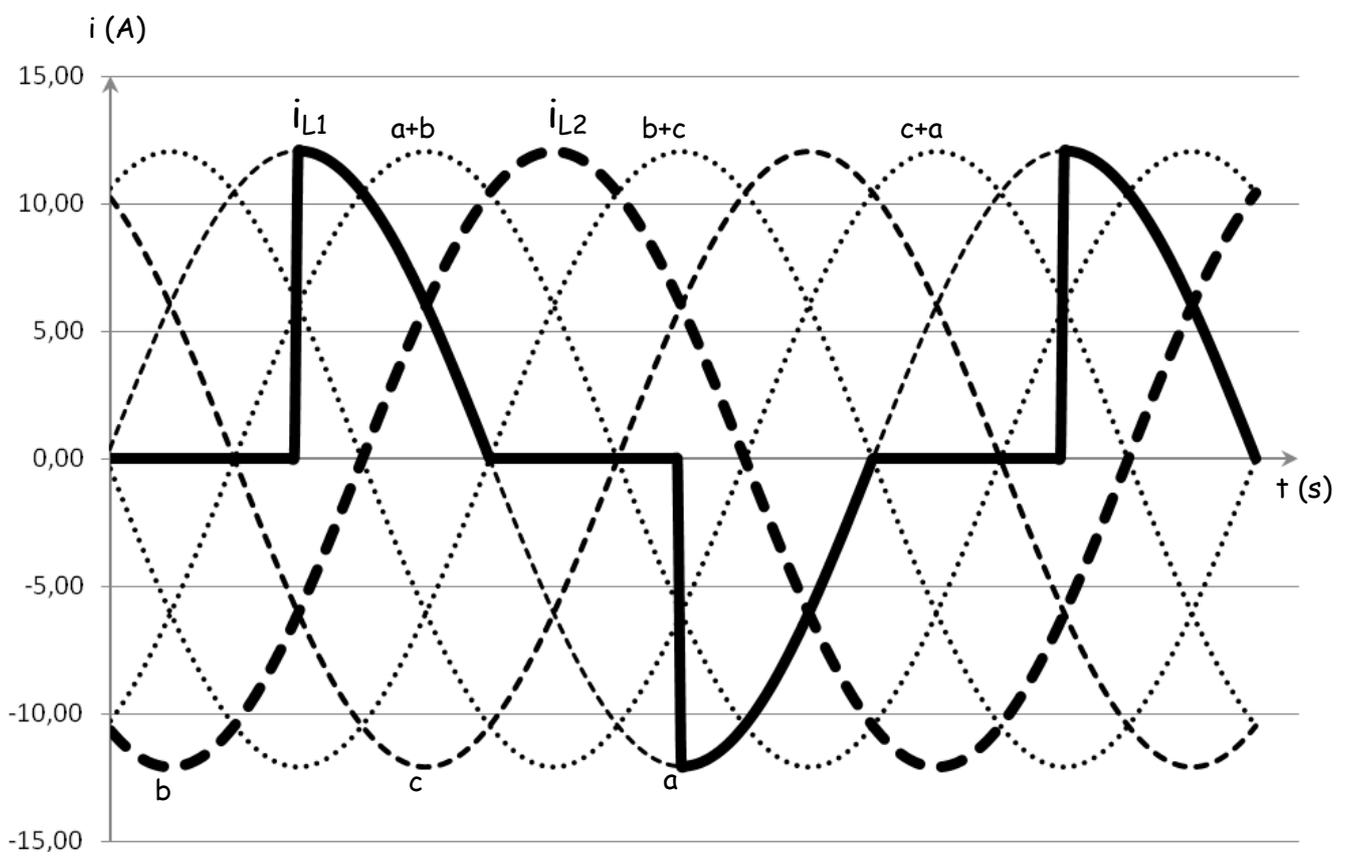
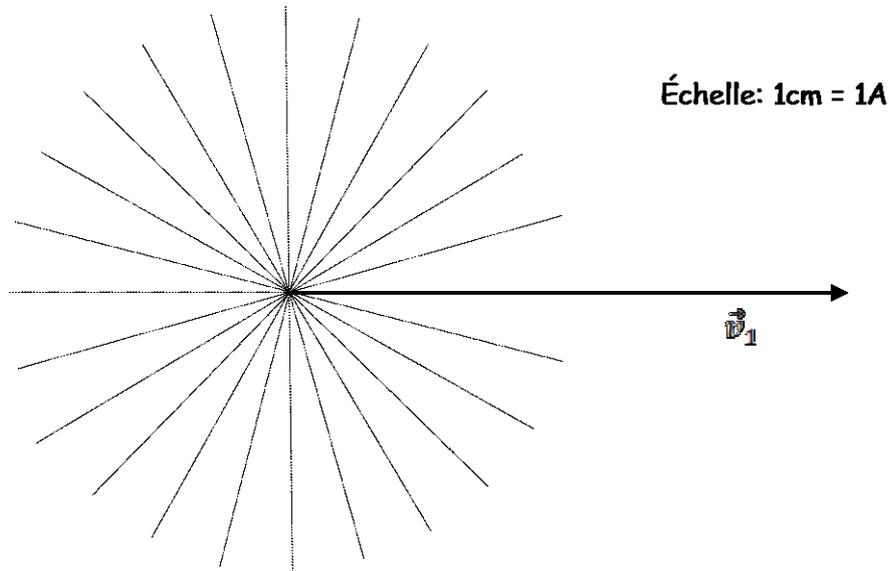
**ANNEXE 4**

**Fonctionnement déséquilibré**

Puissance et énergie				
FUND	L1	L2	L3	Total
kW	1.02	2.03	0.03	3.09
kVA	1.22	2.03	0.06	3.31
kVAR	0.66	0.11	0.05	0.60
PF	0.69	1.00	0.52	0.86
Cosφ	0.84	1.00	0.57	
A rms	6.2	8.7	0.3	
<hr/>				
	L1	L2	L3	
V rms	237.8	234.0	241.5	
01/08/03 04:08:21 230V 50Hz 3Ø WYE EN50160				
VOLTAGE	ENERGY		TREND	HOLD RUN

Volts/Amp/Hertz				
	L1	L2	L3	N
V rms	237.2	233.9	241.6	0.0
V pk	346.7	337.5	345.9	0.1
CF	1.46	1.44	1.43	OL
Hz	49.97			
<hr/>				
	L1	L2	L3	N
A rms	6.2	8.7	0.3	10.8
A pk	13.2	12.7	0.6	12.9
CF	2.14	1.46	OL	1.19
01/08/03 04:07:51 230V 50Hz 3Ø WYE EN50160				
VOLTAGE	TREND		HOLD RUN	





Solution 1: Exercice 1:QCM :

- 1) A-b-e
- 2) A-b-c-d
- 3) A-d-e
- 4) A-d-e

Solution 2: Exercice 2: Système de chauffage de l'air ventilé

Solution 3: Exercice 3: BTS 2001 Nouméa Etude d'un compensateur statique monophasé

1. Le gradateur fait varier la puissance réactive  $Q_L$  car la valeur efficace de la tension  $v_L(t)$  varie avec l'angle  $\delta$ , ainsi que la valeur efficace du fondamental  $i_{L1}(t)$  du courant  $i_L(t)$ .

2. La puissance active  $P_L$  est nulle car le courant  $i_{L1}(t)$  est en quadrature arrière par rapport à  $v(t)$ . Pour la puissance réactive, on écrit que  $Q_L = V \times I_{L1 \text{ eff}}$  soit  $Q_L = \frac{2V^2}{\pi L \omega} \left( \frac{\sin 2\delta}{2} + \pi - \delta \right)$ .

3. La puissance active  $P_c$  consommée par le condensateur C est nulle car le courant  $i_c(t)$  est en quadrature avant par rapport à  $v(t)$ .

4. La puissance réactive consommée par la charge est  $Q_0 = P_0 \times \tan \varphi_0$ . Cette puissance s'ajoute à  $Q_L$ . D'autre part  $Q_c = -V^2 \times C\omega$ . On écrit donc :

$$Q_0 + Q_L + Q_c = Q_s = 0$$

Ce qui donne la relation donnée dans l'énoncé.

5. On a  $\cos \varphi_0 = 0,4$ , soit  $\tan \varphi_0 = 2,29$ . On obtient donc :

$$5 \times 10^4 \times 2,29 - 230^2 \times C \times 100\pi = 0$$

Ce qui donne  $C = 6,89 \text{ mF}$ .

6. Pour  $\cos \varphi_0 = 1$  et pour  $\delta = \pi/2$ , l'équation de la question 4 devient :

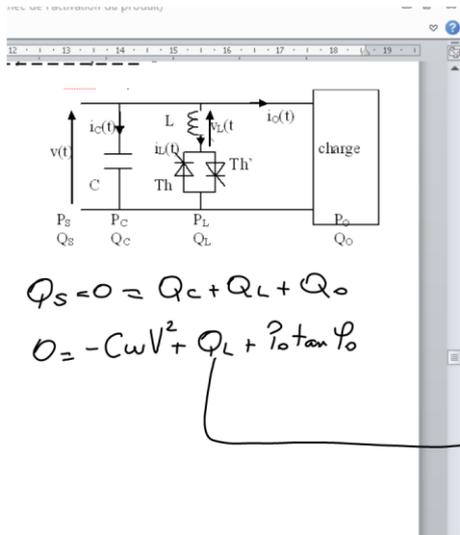
$$\frac{V^2}{L\omega} - V^2 \times C\omega = 0$$

ce qui revient à écrire :

$$L = \frac{1}{C\omega^2} = 1,47 \text{ mH}$$

$$P_0 \tan \varphi_0 - C \omega V^2 = 0 \quad \text{car } Q_L = 0$$

$$C = \frac{P_0 \tan \varphi}{\omega V^2} = \frac{5 \cdot 10^4 \times 2,29}{2\pi \times 50 \times 230^2}$$



$$i_L(t) = \frac{2V\sqrt{2}}{\pi L\omega} \left( \frac{\sin 2\delta}{2} + \pi - \delta \right) \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$$

$$v(t) = V\sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$\Rightarrow \varphi_{V/i_L} = \varphi_V - \varphi_{i_L} = 0 - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = +\frac{\pi}{2}$$

Déphasage classique d'une bobine

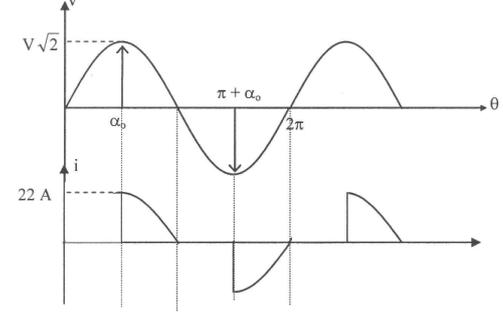
$$\Rightarrow P = VI \cos \varphi = 0$$

$$Q_L = VI \sin \varphi = VI$$

$$Q_L = \frac{2V^2}{\pi L\omega} \left( \frac{\sin 2\delta}{2} + \pi - \delta \right)$$

**Solution 4: Exercice 4: Gradateur monophasé puis triphasé**

1. Gradateur monophasé.  
 a) T devient passant lorsque la tension directe à ses bornes est positive (soit  $v(t) > 0$ ) et qu'il reçoit des impulsions de courant sur la gâchette, c'est-à-dire



à partir de  $t_0$  tel que  $\alpha_o = \omega t_0$ . On a alors  $u_c(t) = v(t)$  et comme la charge est résistive,  $i(t)$  a la même allure.  $i(t)$  s'annule à  $T/2$  (soit pour l'angle  $\pi$  si l'on prend  $\theta = \omega t$  comme variable). T est passant de  $\alpha_o$  à  $\pi$ . Le comportement de T' est symétrique, T' est donc passant de  $\pi + \alpha_o$  à  $2\pi$ . Lorsque T' est passant,  $u_c = v$  et  $i = v/R$ .

b) Si l'on trace la puissance instantanée  $p(t)$  pour  $\alpha_o = \pi/2$ , on constate que l'aire de la courbe est la moitié de celle de  $p(t)$  pour  $\alpha_o = 0$  (régime sinusoïdal, on appellera la puissance moyenne  $P_o$  dans ce cas). La puissance moyenne ( $\langle p(t) \rangle$ ) est proportionnelle à l'aire donc P pour  $\alpha_o = \pi/2$  vaut  $P_o/2$ , avec  $P_o = \frac{V^2}{R}$ .

On a donc :  $P = \frac{P_o}{2} = \frac{V^2}{2R}$

$$P = \frac{220^2}{2 \times 10} = 2420 \text{ W}$$

c) Pour la charge, on peut écrire  $P = RI_{\text{eff}}^2 = \frac{U_{\text{ceff}}^2}{R}$ . On en déduit alors :

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{P}{R}} \text{ et } U_{\text{ceff}} = \sqrt{RP}$$

$$I_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{2420}{10}} = 15,5 \text{ A et } U_{\text{ceff}} = RI_{\text{eff}} = 10 \times 15,5 = 155 \text{ V.}$$

d) Comme la tension  $v(t)$  est sinusoïdale, seul le fondamental du courant contribue au transfert de puissance active et  $P = VI_{\text{eff}} \cos \varphi_1$  où

$I_{\text{eff}} = \frac{I_{1\text{max}}}{\sqrt{2}}$  est la valeur efficace du fondamental du courant (cf. cours Régimes périodiques).

$$P = 220 \times \frac{18,4}{\sqrt{2}} \times \cos 0,567 = 2414 \text{ W,}$$

$P = 2414 \text{ W}$

e) La puissance réactive fournie par le réseau est  $Q = VI_{\text{eff}} \sin \varphi_1$ .

$$Q = 220 \times \frac{18,4}{\sqrt{2}} \times \sin 0,567 = 1538 \text{ VAR}$$

$Q = 1538 \text{ VAR}$

f) La puissance apparente vaut  $S = VI_{\text{eff}} = 220 \times 15,5$

$S = 3410 \text{ VA}$

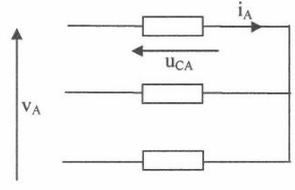
g) Le facteur de puissance de l'installation est :

$$F_p = \frac{P}{S} = \frac{2420}{3410} = 0,7.$$

2. Gradateur triphasé

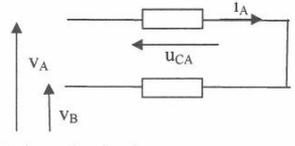
a) La tension  $u_{CA} = Ri_A$ . Nous allons déterminer  $i_a$  dans les différents intervalles.

- Entre 0 et 30° : ni  $T_a$ , ni  $T'_a$  ne sont passants donc  $i_a = 0$  et  $u_{CA} = 0$ .
- Entre 30° et 60°, chaque phase est passante donc le montage est équivalent à :



et  $u_{CA} = v_A$ .

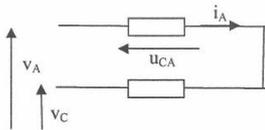
- Entre 60 et 90°, le montage est équivalent à :



En utilisant les lois de base du circuit :

$$u_{CA} = Ri_A = \frac{v_A - v_B}{2}$$

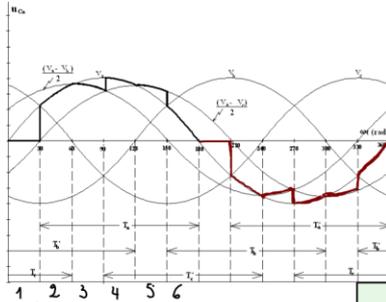
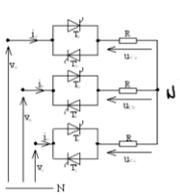
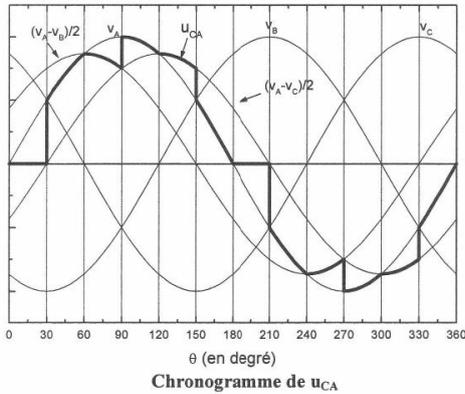
- Entre 90 et 120° : on est dans le même cas qu'entre 30 et 60° :  $u_{CA} = v_A$ .
- Entre 120 et 150°, le montage est équivalent à :



En utilisant les lois de base du circuit :

$$u_{CA} = Ri_A = \frac{v_A - v_C}{2}$$

- Entre 150 et 180° : on est dans le même cas qu'entre 30 et 60° :  $u_{CA} = v_A$ .
- b) La courbe est symétrique par rapport à la demi période ce qui donne l'allure ci-dessous.



- 1) 0 à 30° : b et c conduisent : pas de courant sur  $U_{ca} \Rightarrow U_{ca} = 0$
- 2) 30 à 60° : a, b, c " : syst équilibré  $\Rightarrow \sqrt{N} = \sqrt{N'} \Rightarrow U_{ca} = v_a$
- 3) 60 à 90° : a, b " :  $u_{ab} = 2R_x i = u_{ca} \Rightarrow u_{ca} = \frac{u_{ab}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2}$
- 4) 90 à 120° : a, b, c conduisent  $\Rightarrow U_{ca} = v_a$
- 5) 120 à 150° : a, c "  $\Rightarrow u_{ac} = 2 \times Ri \Rightarrow Ri = u_{ca} \Rightarrow u_{ca} = \frac{v_a - v_c}{2}$
- 6) 150 à 180° : a, b, c "  $\Rightarrow U_{ca} = v_a$
- 7) 180 à 210° : b, c "  $\Rightarrow U_{ca} = 0$
- 8) 210 à 240° : a, b, c "  $\Rightarrow U_{ca} = v_a$
- 9) 240 à 270° : a, b "  $\Rightarrow \frac{u_{ab}}{2} = u_{ca} \Rightarrow u_{ca} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2}$

**Solution 5: Exercice 5: Gradateur triphasé alimentant des résistances d'un four électrique**

1. La commande des thyristors est possible en montage triangle car chaque dipôle constituant une branche fonctionne entre phases indépendamment des autres. On retrouve donc le fonctionnement de trois gradateurs monophasés où la tension d'alimentation a pour valeur efficace  $U_{ab} = V\sqrt{3}$ , entre les phases a et b par exemple.

2.1. Dans le cas du montage étoile avec fil neutre, on utilise le formulaire du § IV.3. On obtient :

$$P_1 = \left( \frac{3 V^2}{R} \right) \left( 1 - \frac{\delta_1}{\pi} + \frac{\sin 2\delta_1}{2\pi} \right)$$

soit numériquement  $P_1 = 15,11 \times 10^3 \left( 1 - \frac{\delta_1}{\pi} + \frac{\sin 2\delta_1}{2\pi} \right)$  en W

2.2. Dans le cas du montage triangle, on modifie la relation précédente en faisant  $V \rightarrow V\sqrt{3}$ . Ce qui donne :

$$P_2 = \left( \frac{9 V^2}{R} \right) \left( 1 - \frac{\delta_2}{\pi} + \frac{\sin 2\delta_2}{2\pi} \right)$$

soit numériquement  $P_2 = 45,34 \times 10^3 \left( 1 - \frac{\delta_2}{\pi} + \frac{\sin 2\delta_2}{2\pi} \right)$  en W

2.3. Pour que  $P_1 = P_2$ , il faut et il suffit que :

$$\frac{\sin 2\delta_1}{2\pi} - \frac{\delta_1}{\pi} = 2 + 3 \times \frac{\sin 2\delta_2}{2\pi} - 3 \times \frac{\delta_2}{\pi}$$

Cette relation ne peut pas être résolue analytiquement sauf pour des valeurs particulières de  $\delta_1$  et  $\delta_2$ .

3.1. Dans le cas du montage étoile avec fil neutre, on utilise le formulaire du § IV.3. On obtient :

$$P_1 = 3\alpha_1 \left( \frac{V^2}{R} \right)$$

Soit numériquement  $P_1 = 15,11 \times 10^3 \times \alpha_1$  en W

3.2. Dans le cas du montage triangle, on modifie la relation précédente en faisant  $V \rightarrow V\sqrt{3}$ . Ce qui donne

$$P_2 = 9\alpha_2 \left( \frac{V^2}{R} \right)$$

Soit numériquement  $P_2 = 45,34 \times 10^3 \times \alpha_2$  en W

3.3. Pour que  $P_1 = P_2$ , il faut et il suffit que :

$$\alpha_1 = 3 \times \alpha_2$$

Cette relation est simple ; il est donc facile de trouver une équivalence entre les deux montages de résistances.

4. La commande par train d'ondes est plus simple à utiliser ; mais la commande par angle de retard à l'amorçage est beaucoup plus souple.

Solution 6: Exercice 6: Commande linéaire numérique d'un gradateur monophasé

**903** 1. La puissance maximale doit avoir lieu pour  $u_c = u_0$ , pour obtenir  $P = P_0$ . Dans ce cas, l'angle de retard à l'amorçage est nul.

2. D'après la formule du cours

$$P = \left(\frac{V_c^2}{R}\right) \left(1 - \frac{\delta}{\pi} + \frac{\sin 2\delta}{2\pi}\right) \text{ avec } P_0 = \frac{V^2}{R}$$

On obtient donc le résultat de l'énoncé.

3. Quand  $\Delta n_{uc}$  varie de  $\pm 1$ , la variation correspondante  $\Delta n_{uc}$  est de  $\Delta u_c = \frac{u_0}{255} = 10 \text{ mV}$ .

4. Il y a 255 adresses possibles.

5. On utilise la relation :

$$\frac{u_c}{u_0} = \frac{n_c}{255} = 1 - \frac{\delta}{\pi} + \frac{\sin 2\delta}{2\pi}$$

Le nombre  $n_\delta$  est exprimé sous 8 bits. Pour  $\delta_M = \pi$  on a  $n_{\delta M} = 255$ . On peut donc remplacer l'angle  $\delta$  par  $\delta = \pi \left(\frac{n_\delta}{255}\right)$ . Ce qui donne :

$$\frac{n_c}{255} = 1 - \frac{n_\delta}{255} + \frac{\sin\left(2\pi \frac{n_\delta}{255}\right)}{2\pi}$$

Ainsi, à chaque adresse fixée par la valeur de  $n_{uc}$ , il est possible d'établir la valeur numérique  $n_\delta$  de  $\delta$ .

6. On obtient :

$$\frac{dP}{d\delta} = \frac{P_0}{\pi} (-1 + \cos 2\delta)$$

La dérivée est nulle pour  $\delta = 0$  et pour  $\delta = \pi$ . Pour ces deux valeurs (extrêmes) le réglage est le moins sensible.

7. On calcule la dérivée seconde :

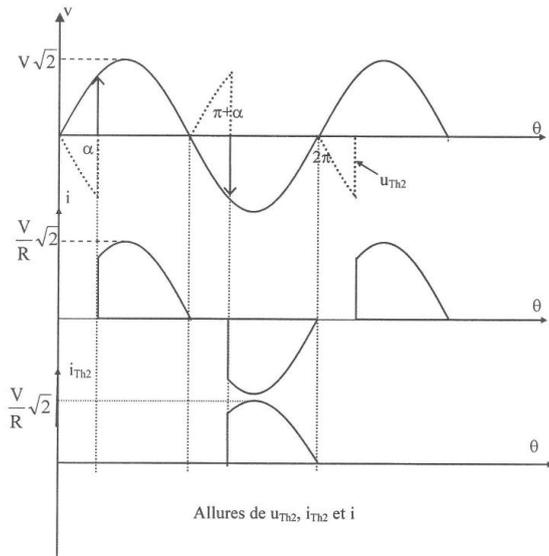
$$\frac{d^2P}{d\delta^2} = -\frac{2P_0}{\pi} (\sin 2\delta)$$

La dérivée seconde est nulle pour  $\delta = 0$  et pour  $\delta = \pi/2$  ; dans ce deuxième cas, la dérivée première vaut  $(-2)$ . Mais ce qui compte en définitive, c'est la valeur absolue de la dérivée, qui est alors maximale. C'est là qu'il y a la plus grande sensibilité.

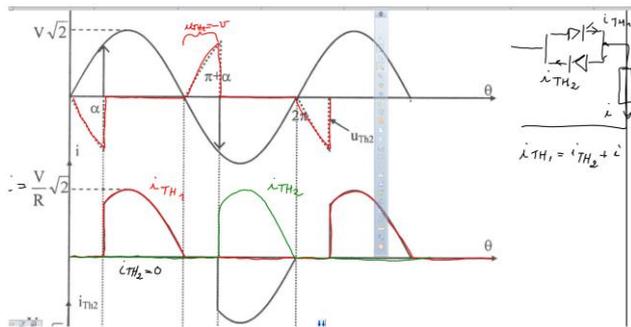
8. On a  $\Delta u_c = 10 \text{ mV}$ . Ce qui donne  $\frac{\Delta P}{P_0} = \frac{0,01}{2,55} = \frac{1}{255} \approx 0,004$ . La précision du réglage de la puissance est grande lorsqu'on utilise une commande numérique.

## Solution 7: Exercice 7: Electrothermie par gradateur et résistance (Solution 7:)

1. a)



- De  $\theta = \alpha$  à  $\theta = \pi$ ,  $Th_1$  est passant et  $u = v$ . Comme la charge est une résistance,  $i = \frac{v}{R}$  et  $i_{Th1} = i$ .  $Th_2$  est bloqué donc  $i_{Th2} = 0$ .  $Th_1$  étant passant, la tension  $u_{Th1} = -u_{Th2} = 0$ .
- A  $\theta = \pi$ ,  $i_{Th1}$  s'annule et  $Th_1$  se bloque. De  $\pi$  à  $\pi + \alpha$ , les deux thyristors sont bloqués, donc  $i = 0$ ,  $u = 0$ ,  $i_{Th2} = 0$  et  $u_{Th2} = u - v = -v$ .
- De  $\theta = \alpha + \pi$  à  $\theta = 2\pi$ ,  $Th_2$  est passant et  $u = v$ . Comme la charge est une résistance,  $i = \frac{v}{R}$  et  $i_{Th2} = -i$ .  $Th_2$  étant passant, la tension  $u_{Th2} = 0$ .



- A  $\theta = 2\pi$ ,  $i_{Th2}$  s'annule et  $Th_2$  se bloque. De  $2\pi$  à  $2\pi + \alpha$ , les deux thyristors sont bloqués, donc  $i = 0$ ,  $u = 0$ ,  $i_{Th2} = 0$  et  $u_{Th2} = u - v = -v$ .
  - De  $\theta = \alpha$  à  $\theta = \pi$ ,  $Th_1$  est passant et  $u = v$ . Comme la charge est une résistance,  $i = \frac{v}{R}$  et  $i_{Th1} = i$ .  $Th_2$  est bloqué donc  $i_{Th2} = 0$ .  $Th_1$  étant passant, la tension  $u_{Th1} = -u_{Th2} = 0$ .
  - A  $\theta = \pi$ ,  $i_{Th1}$  s'annule et  $Th_1$  se bloque. De  $\pi$  à  $\pi + \alpha$ , les deux thyristors sont bloqués, donc  $i = 0$ ,  $u = 0$ ,  $i_{Th2} = 0$  et  $u_{Th2} = u - v = -v$ .
- b) D'après les chronogrammes précédents,  $u = v$  de  $\alpha$  à  $\pi$  et de  $\pi + \alpha$  à  $2\pi$ ,  $u = 0$  le reste de la période.

Par définition :  $U^2 = \langle u^2 \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u^2(\theta) d\theta = \frac{2}{2\pi} \int_{\alpha}^{\pi} v^2(\theta) d\theta$ . Remplaçons  $u$  par son expression :

$U^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} (V\sqrt{2} \sin \theta)^2 d\theta$ . Il faut linéariser  $\sin^2(\theta)$ . On utilise la relation :  $\sin^2(\theta) = \frac{1 - \cos 2\theta}{2}$ .

On a alors :

$$U^2 = \frac{2V^2}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{V^2}{\pi} \left[ \theta - \frac{\sin 2\theta}{2} \right]_{\alpha}^{\pi} = \frac{V^2}{\pi} \left( \pi - \alpha + \frac{\sin 2\alpha}{2} \right).$$

La valeur efficace de  $u$  est donc :

$$U = V \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi}}$$

$$U = 230 \times \sqrt{1 - \frac{\pi/4}{\pi} + \frac{\sin(2 \times \pi/4)}{2\pi}} = 219 \text{ V,}$$

$$U = 219 \text{ V}$$

c) On l'a démontré dans le cours :

$$P = \frac{V^2}{R} \left( 1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin 2\alpha}{2\pi} \right) = \frac{U^2}{R}$$

$$P = \frac{219^2}{10} = 4796 \text{ W}$$

$$P = 4,8 \text{ kW}$$

d) La puissance apparente est  $S = VI = V \cdot \frac{U}{R} = \frac{230 \times 219}{10} = 5037 \text{ VA}$ .

Le facteur de puissance vaut :

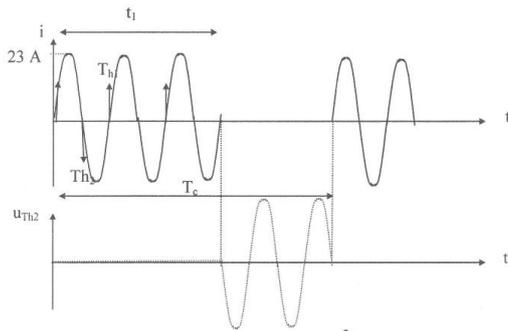
$$F_p = \frac{P}{S} = \frac{4796}{5037} = 0,95.$$

$$F_p = 0,95$$

e) Les thyristors se bloquent par annulation du courant. Il s'agit d'un blocage naturel. L'amorçage est en revanche commandé.

2. a) Sur la durée  $t_1$ ,  $Th_1$  et  $Th_2$  sont commandés tour à tour, donc  $u = v$ . Comme il s'agit d'une charge résistive,  $i = u/R = v/R$  est sinusoïdal. Le courant  $i$  (donc  $u$  aussi) est nul entre  $t_1$  et  $T_c$ .

Tant que l'un des deux thyristor est passant, ce qui correspond à l'intervalle de temps  $[0, t_1]$ ,  $u_{Th2} = -u_{Th1} = 0$ . Sur  $[t_1, T_c]$ ,  $u = 0$  et  $u_{Th2} = u - v = -v$ .



b) La puissance instantanée est  $p(t) = u(t)i(t) = \frac{u^2(t)}{R}$ .

La puissance consommée par période réseau est  $\frac{V^2}{R}$ . Sur  $T_c$ , la puissance moyenne est donc :

$$P = \frac{V^2}{R} \cdot \frac{t_1}{T_c}$$

c) On règle la puissance en réglant la largeur du train d'onde (nombre de périodes réseau à passer). De plus, le calcul de la puissance est simple, ce qui permet une exploitation aisée de cette commande. Lorsque le courant n'est pas nul, il est sinusoïdal, il n'y a pas d'harmoniques de courant, c'est l'autre avantage de cette commande.

### Solution 8: Exercice 8: : BTS 2001 Nouméa Stato compensateur version 2 (Solution 8:)

#### I. Fonctionnement du gradateur

a) Le thyristor  $Th$  conduit à partir de  $\alpha = \frac{3\pi}{4}$  et se bloque soit par annulation du courant, soit par mise en inverse. Il apparaît ici qu'il se bloque par annulation du courant pour l'angle  $\pi + \frac{\pi}{4}$ . On applique le même raisonnement pour  $Th'$  (alternance négative de  $i_L(\theta)$ ).

Le fondamental du courant coupera l'axe des temps (ou angles) par les milieux des portions où  $i_L$  est nul, ce qui correspond à un déphasage par rapport à l'origine de  $\frac{\pi}{2}$  (et ce sera vrai quelque soit  $\alpha$  compris entre  $\frac{\pi}{2}$  et  $\pi$ ) (cf. document réponse n°1).

b) Comme la tension est sinusoïdale aux bornes de l'ensemble gradateur – bobine, seul le fondamental du courant  $i_L$  contribue au transfert de puissance. On a alors :

$$P_L = VI_{Lf}\cos\varphi \text{ et } Q_L = VI_{Lf}\sin\varphi$$

où  $V$  et  $I_{Lf}$  sont respectivement les valeurs efficaces de  $V$  et du fondamental de  $i_L$  et  $\varphi$  le déphasage entre la tension  $v$  et le fondamental du courant  $i_L$ . Ici,  $\varphi$  vaut  $\frac{\pi}{2}$ , donc les expressions se simplifient :

$$P_L = 0 \text{ et } Q_L = VI_{Lf}$$

En remplaçant  $I_{Lf}$  par sa valeur :  $I_{Lf} = \frac{2V}{\pi L\omega} \left( \frac{\sin 2\alpha}{2} + \pi - \alpha \right)$ , on obtient finalement :

$$\boxed{P_L = 0} \text{ et } \boxed{Q_L = \frac{2V^2}{\pi L\omega} \left( \frac{\sin 2\alpha}{2} + \pi - \alpha \right)}$$

II. a) On vient de le voir,  $P_L = 0$ . De même  $P_C = 0$  donc :

$$\boxed{P_s = P_o}$$

b) D'après le théorème de Boucherot, on va avoir :

$$\boxed{Q_s = Q_c + Q_L + Q_o}$$

c) Il s'agit de remplacer dans l'expression de la question b) chaque puissance réactive par son expression.  $Q_s = 0$ ,  $Q_c = -C\omega V^2$ ,  $Q_o = P_o \tan\varphi_o$  (car la charge est linéaire et  $v$  est sinusoïdale donc le courant dans la charge aussi) et  $Q_L$  par l'expression déterminée question 1.b). Ceci nous amène à la relation :

$$\boxed{P_o \tan \varphi_o + \frac{2V^2}{\pi L\omega} \left( \frac{\sin 2\alpha}{2} + \pi - \alpha \right) - C\omega V^2 = 0}$$

d) Dans l'expression que nous venons de déterminer, remplaçons  $\alpha$  par  $\pi$  et on sait de plus que  $\cos\varphi_o = 0,4$  :

$$P_o \tan \varphi_o + 0 - C\omega V^2 = 0$$

soit

$$\boxed{C = \frac{P_o \tan \varphi_o}{\omega V^2}}$$

$$C = \frac{50000 \times \tan \cos^{-1} 0,4}{100\pi \times 230} = 6,9 \text{ mF} \quad \boxed{C = 6,9 \text{ mF}}$$

e) Après avoir choisi  $C$ , nous allons déterminer  $L$ . Nous nous plaçons dans l'autre cas extrême de  $\alpha : \frac{\pi}{2}$ . Pour cette valeur, la charge ne consomme pas de puissance réactive. Quant à l'ensemble gradateur bobine, il absorbe le

maximum de puissance réactive possible compte tenu des valeurs que l'angle  $\alpha$  peut prendre. Il faut que l'ensemble gradateur bobine compense dans cette configuration toute la puissance réactive que renvoie le condensateur. On choisira L comme ça.

Une fois L et C fixés, pour chaque valeur du facteur de puissance de la charge, on pourra régler  $\alpha$  de façon à se ramener à  $Q_s = 0$ .

Pour  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  et la charge ayant un facteur de puissance unitaire, l'expression de la question 2.c devient :

$$0 + \frac{2V^2}{\pi L \omega} \left( \frac{\pi}{2} \right) - C \omega V^2 = 0$$

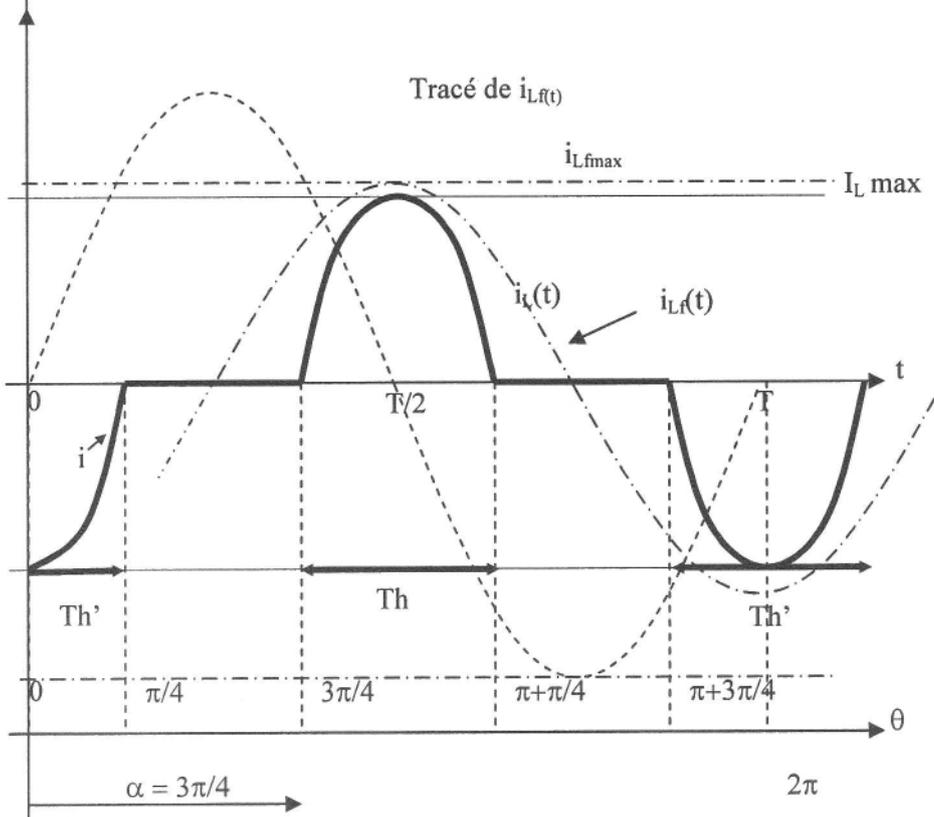
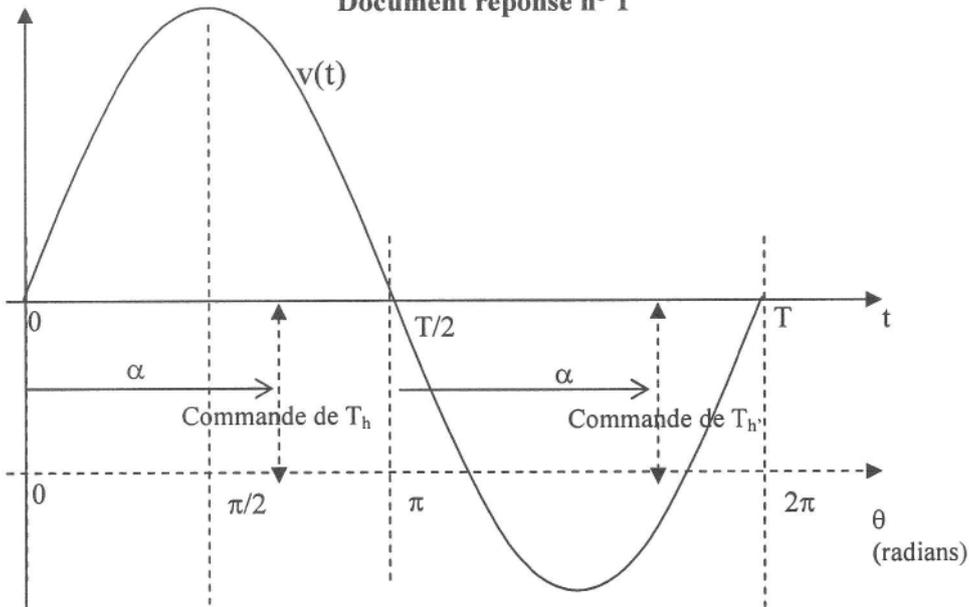
soit  $\frac{2V^2}{\pi C \omega V^2 \omega} \left( \frac{\pi}{2} \right) = L$ , qui devient après simplification :  $L = \frac{1}{C \omega^2}$

$$L = \frac{1}{6,9 \cdot 10^{-3} \times (100\pi)^2} = 1,5 \text{ mH} \quad [L = 1,5 \text{ mH}]$$

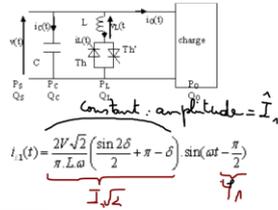
f) Pour les points A, B et C, cf. document réponse n°2.  
D'après la courbe, le point C correspond à une angle de  $105^\circ$ .

**Conclusion :** ce dispositif permet de se ramener à un facteur de puissance proche de l'unité en faisant varier  $\alpha$ . Si l'on ne prend que des condensateurs, on ne peut compenser que des valeurs ponctuelles de puissances réactives. Avec notre système, nous choisissons le condensateur afin de renvoyer la totalité de la puissance réactive correspondant au facteur de puissance le moins bon, à savoir 0,4 (question 2.d). Si le facteur de puissance de l'usine augmente, la puissance réactive renvoyée par le condensateur est supérieure à celle absorbée par l'usine. Pour se ramener à une puissance réactive nulle vue du réseau, il faut que l'ensemble gradateur + bobine absorbe la différence entre la puissance réactive renvoyée par le condensateur et celle absorbée par l'usine. Ce réglage est simple et dépend de  $\alpha$  (cf. question 2-e pour le choix de L). On peut également se servir des courbes du document réponse n° 2.

Document réponse n° 1



1) de gradateur connecté on va la bobine qui amène alors  $Q_L$



$$P_c = V \times I_1 \times \cos \varphi_1 = 0 \quad (\varphi_1 = \pi/2)$$

$$Q_L = \sqrt{2} I_1 \sin \varphi_1 = 0$$

$$Q_L = V \times \frac{I_1}{\sqrt{2}} = V \times \frac{2V}{\pi \times L \times \omega} \left( \frac{\sin 2\delta}{2} + \pi \cdot \delta \right)$$

3)  $P_c = 0$   
 $P_s = P_c + P_l + P_o = P_o \Rightarrow P_s = P_o$

4)  $Q_s = Q_c + Q_L + Q_o$   
 $Q_c = -C\omega V^2$   
 $Q_L = P_o \tan \varphi_o$   
 $Q_o = \frac{2V^2}{\pi \times L \times \omega} \left( \frac{\sin 2\delta}{2} + \pi \cdot \delta \right)$

5) Si  $\delta = \pi$   $Q_L = 0 \Rightarrow Q_s = Q_c + Q_o$   
 $0 = Q_c + Q_o \Rightarrow Q_c = -Q_o$   
 $C\omega V^2 = 50 \cdot 10^3 \times \tan(\arccos 0.4)$   
 $\Rightarrow C = \frac{50 \cdot 10^3 \tan(\arccos 0.4)}{\pi \times 50 \times 230^2} = 6,9 \text{ mF}$

**Solution 9: Exercice 9: BTS 2004 Nouméa Démarrage de l'éolienne (Solution 9):**

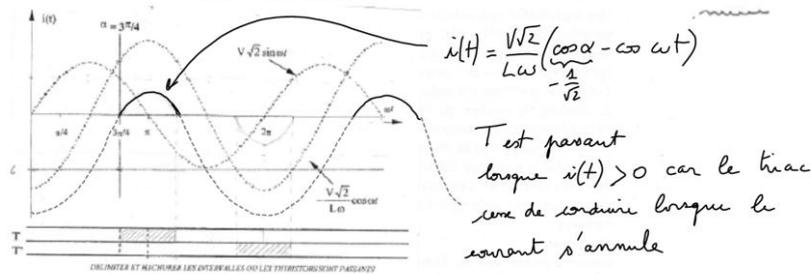
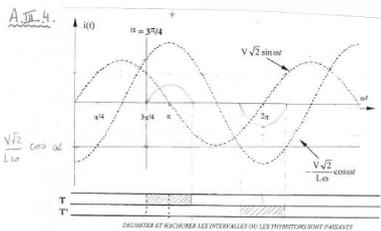
A. III Démarrage de l'éolienne

A. III.1  $I = \frac{V}{L\omega} = \frac{630/\sqrt{3}}{0,32 \cdot 10^{-3} \times 2\pi \times 50} = 3962 \text{ A} = I_{\text{adm}}$

A. III.2  $v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

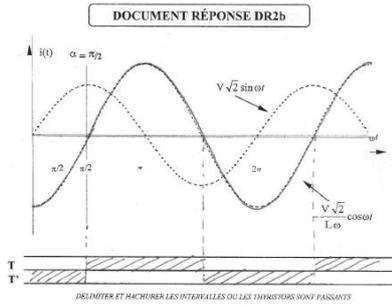
A. III.3  $\frac{1}{L} \sqrt{2} \sin \omega t = \frac{di(t)}{dt}$   
 $i(t) = \frac{\sqrt{2}}{L} \int \sin \omega t dt + c^{te}$   
 $i(t) = \frac{\sqrt{2}}{L} \left[ -\frac{1}{\omega} \cos \omega t \right] + c^{te}$

A. III.3  $i(t) = \frac{\sqrt{2}}{L\omega} \cos \omega t + \frac{\sqrt{2}}{L\omega} \cos \alpha + c^{te}$   
 A. III.3  $i\left(\frac{\pi}{2\pi} T\right) = \frac{-\sqrt{2}}{L\omega} \cos \frac{2\pi}{T} \frac{T}{2\pi} + \frac{\sqrt{2}}{L\omega} \cos \alpha + c^{te} = 0 \Rightarrow c^{te} = 0$   
 $\Rightarrow i(t) = \frac{\sqrt{2}}{L\omega} (\cos \alpha - \cos \omega t)$



A.III.5.

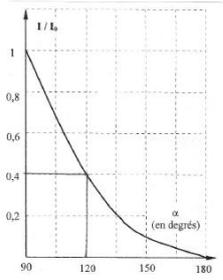
A.III.5.  $\alpha = \pi/2$   $i(t) = \frac{\sqrt{2}}{L\omega} (\cos \pi/2 - \cos \omega t) = \frac{\sqrt{2}}{L\omega} \cos \omega t = i(t)$



$I_0 = \frac{V}{L\omega} = \frac{630/\sqrt{3}}{0,32 \cdot 10^{-2} \cdot 2\pi \cdot 50} = 3362 = I_0$

A.III.6.

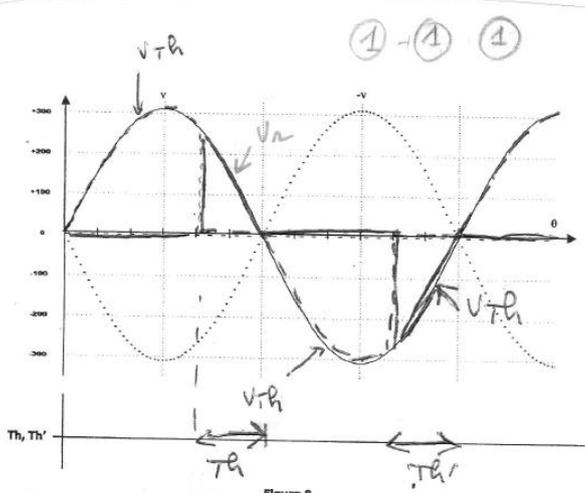
$I = 1570 \text{ A}$   
 $I_0 = 3960 \text{ A} \Rightarrow \frac{I}{I_0} = 0,396$   
 On lit  $\alpha = 120^\circ$



Solution 10: Exercice 10: BTS 2005 Nouméa Démarrage et arrêt de la scie (Solution 10:)

① Démarrage et arrêt après modification

C1



8 pts

C1.2  $V_R^2 = \int_{\varphi}^{\pi} \hat{V}^2 \sin^2 \theta d\theta$

①  $V_R = \sqrt{\frac{1}{\pi} \int_{\varphi}^{\pi} \hat{V}^2 \sin^2 \theta d\theta}$

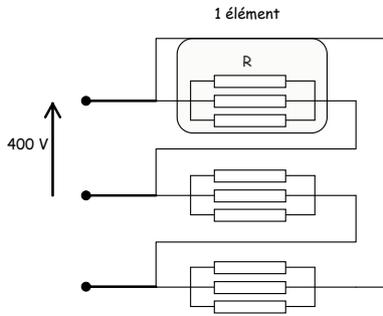
C1.13  $\varphi = 0 \quad V_R = V = 230 \text{ V}$   $\varphi = 180^\circ \quad V_R = 0$

Solution 11: Exercice 11: BTS 2011 Nouméa : Embouteillage Volvic (Solution 11:)

A.1 Caractéristiques d'une charge triphasée du réchauffeur

A.1.1  $\frac{96}{3} = 32 \text{ kW}$  par charge triphasée

A.1.2 Couplage triangle, chaque élément est soumis à une tension composée



**A.1.3**  $P = 3 \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = 3 \frac{U^2}{P} = 3 \frac{400^2}{32 \cdot 10^3} = 15 \Omega$ . Donc  $R = 15 \Omega$

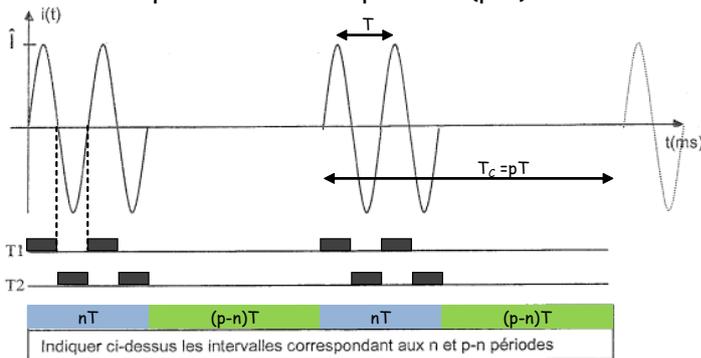
**A.2 Commande par train d'ondes d'un élément chauffant**

**A.2. Thyristor**

- conducteur si  $V_{AK} > 0$  et impulsion de gâchette
- bloqué si le courant s'annule

**A.2.2**

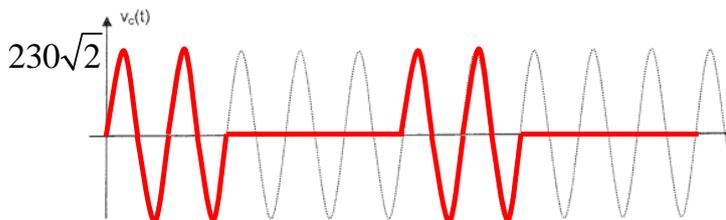
- T période du réseau
- Cycle de commande des thyristors :  $T_c$
- Les thyristors reçoivent la commande pendant  $nT$
- les impulsions cessent pendant  $(p-n)T$



**A.2.3**  $T_c = p \times T$

**A.2.4**  $\alpha = \frac{n}{p}$

**A.2.5**



Lorsque  $T_1$  ou  $T_2$  conduit alors  $v_c(t) = v(t)$   
(pas de chute de tension dans les thyristors qui sont parfaits)

**A.2.6**  $P = \langle u \cdot i \rangle = r \langle i^2 \rangle = \frac{\langle v_c^2 \rangle}{r}$

**A.2.7** Comme  $P = \frac{\langle v_c^2 \rangle}{r} \Rightarrow P = \frac{V_c^2}{r}$

En effet la définition de la valeur efficace est  $V_c = \sqrt{\langle v_c^2 \rangle}$

$$\text{Donc } P = \frac{V_c^2}{r} = \frac{(V\sqrt{\alpha})^2}{r} = \frac{V^2\alpha}{r}$$

A.2.8 On peut faire varier P de 0 à  $\frac{V^2}{r}$

### A.3 Bilan énergétique du chauffage de l'air pour le séchage du P.E.T.

A.3.1 Le sécheur fonctionne pendant 0,5 heure sur une heure donc

$$W_1 = 96000 \times 0,5 = 48000 \text{ Wh}$$

$$W_2 = 160000 \times 0,5 = 80000 \text{ Wh}$$

$$W_{\text{éco}} = 32000 \text{ Wh}$$

A.3.2.  $\%_{\text{éco}} = \frac{32000}{80000} = 40\%$

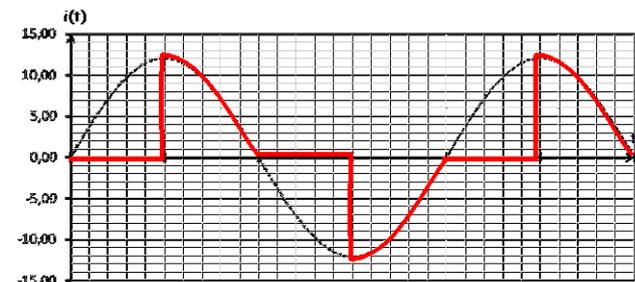
### Solution 12: Exercice 12: BTS 20131 Métro : Eclairage Pablo Picasso (Solution 12:)

#### B.1. Principe de fonctionnement d'un gradateur monophasé, étude des puissances

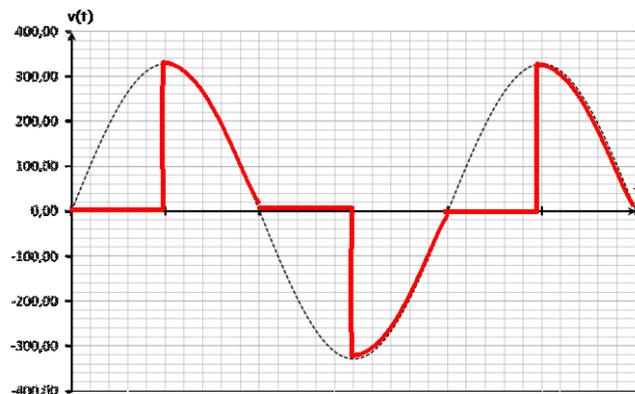
1 B.1.1.  $P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P} = \frac{230^2}{2000} = 26,4 \Omega$  donc la

résistance d'un éclairage de 2 kW est  $R = 26,4 \Omega$

B.1.2.



2+1



#### Étude des puissances du côté de la charge

B.1.3.  $I = \frac{V}{R} \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi} + \frac{\sin(2\alpha)}{2\pi}} = \frac{230}{26,4} \sqrt{1 - \frac{\pi/2}{\pi} + \frac{\sin(2\pi/2)}{2\pi}} = \frac{230}{26,4\sqrt{2}} = 6,16 \text{ A}$

1 Si  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  le courant consommé vaut  $I = 6,16 \text{ A}$

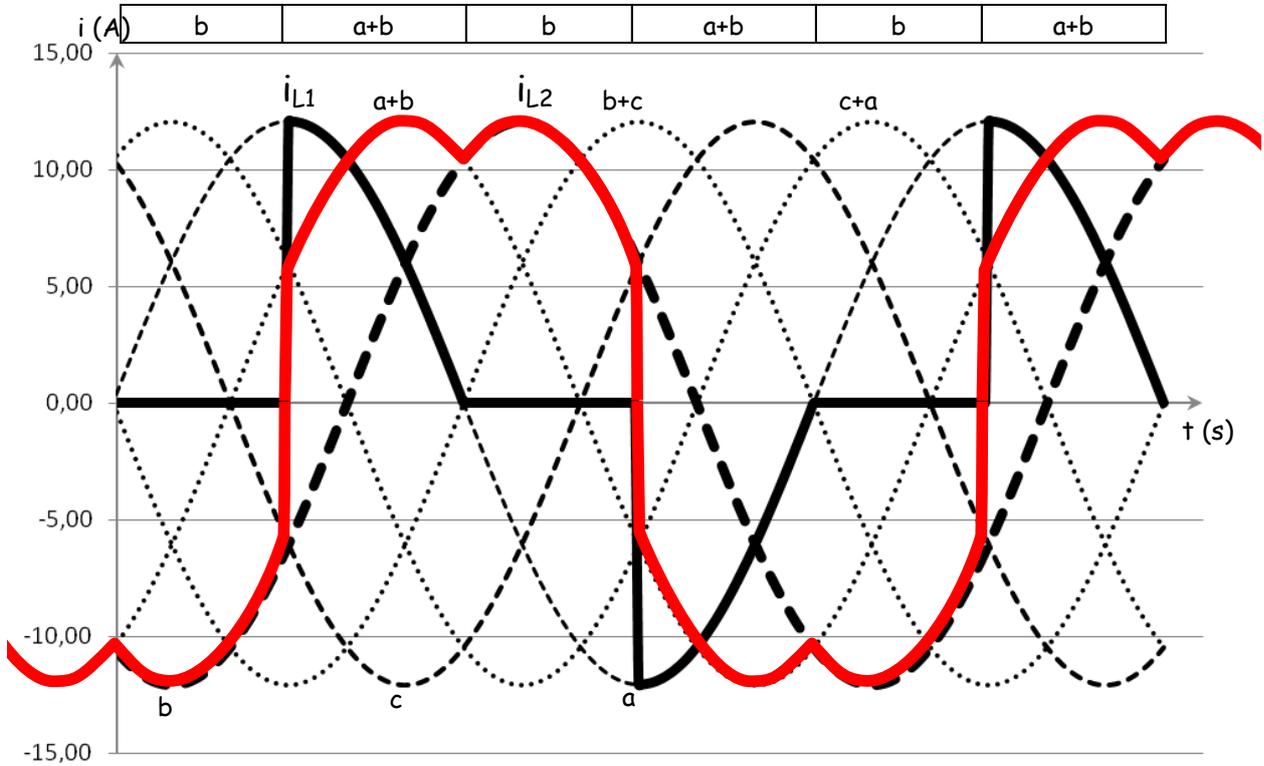
Et dans ce cas la puissance consommée est  $P = RI^2 = 26,4 \times 6,16^2 = 1000 \text{ W}$

1 Pour  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , la puissance active P consommée par la résistance est de  $P=1000 \text{ W}$ .

*Solution 13: Exercice 13: BTS 2013 Métro : Eclairage Pablo Picasso (Solution 13:)*

**B.3. Gradateur triphasé en fonctionnement déséquilibré, étude du courant dans le conducteur neutre**

B.3.1. On trace  $i_N = i_{L1} + i_{L2} + i_{L3}$



2

1 B.3.2.  $\frac{I_N}{I_1} = \frac{10,8}{8,7} = 1,24$ . Ou  $\frac{I_N}{I_1} = \frac{10,8}{6,2} = 1,74$

1 B.4. Dimensionnement du conducteur neutre  
Il faut le surdimensionner

Volts/Amp/Hertz				
	L1	L2	L3	N
Vrms	237.2	233.9	241.6	0.0
Vpk	346.7	337.5	345.9	0.1
CF	1.46	1.44	1.43	OL
Hz	49.97			
	L1	L2	L3	N
Arms	6.2	8.7	0.3	10.8
Apk	13.2	12.7	0.6	12.9
CF	2.14	1.46	OL	1.19
01/08/03 04:07:51 230V 50Hz 3Ø WYE ENS0160				
VOLTAGE		TREND		HOLD RUN

### Puissance et énergie

FUND		0:00:02			
	L1	L2	L3	Total	
kW	1.02	2.03	0.03	3.09	
kVA	1.22	2.03	0.06	3.31	
kVAR	0.66	0.11	0.05	0.60	
PF	0.69	1.00	0.52	0.86	
Cos $\phi$	0.84	1.00	0.57		
A rms	6.2	8.7	0.3		
		L1	L2	L3	
V rms	237.8	234.0	241.5		
01/08/03 04:08:21 230V 50Hz 3Ø WYE ENS0160					
VOLTAGE		ENERGY		TREND	
▲ ▲		▲ ▲		▲ ▲	
HOLD		HOLD		HOLD	
RUN		RUN		RUN	

### Déséquilibre

Neg. 34.5%		Zero 76.0%	
0:00:35		PHASOR	
A <sub>1</sub> fund	5.1		
A <sub>2</sub> fund	8.7		
A <sub>3</sub> fund	0.3		
Hz	49.99		
$\phi$ A <sub>1</sub> (°)	-33		
$\phi$ A <sub>2</sub> (°)	-118		
$\phi$ A <sub>3</sub> (°)	-296		
01/08/03 04:09:13 230V 50Hz 3Ø WYE ENS0160			
U A		METER	
L1 L2 L3		TREND	
HOLD		HOLD	
RUN		RUN	