

C22-1- Redressement non commandé monophasé

Un pont de Graetz monophasé non commandé (= pont de diodes à structure PD2) est alimenté par un transformateur fournissant une tension alternative dont l'expression est $u(t) = 30 \sin(100\pi t)$.

1°) Débit sur charge résistive.

La charge est une résistance $R = 10 \Omega$.

- Dessiner l'allure de la tension redressée.
- Calculer la valeur moyenne de l'intensité débitée dans la charge.

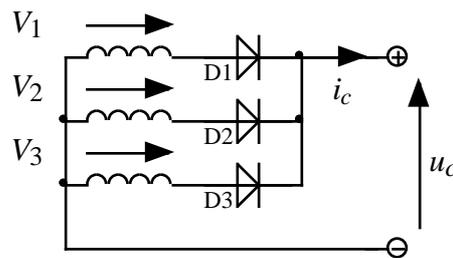
2°) Débit sur charge R, E

La charge est maintenant constituée par une batterie de fem $E = 10 \text{ V}$ et de résistance interne négligeable en série avec une résistance $r = 2 \Omega$.

- Déterminer les instants de mise en conduction des diodes.
- Dessiner (sur le graphique tracé au 1°) l'allure de la tension u_c aux bornes de la charge.
- Calculer la valeur moyenne de l'intensité i_c parcourant la charge.
- La batterie a une capacité de 200 AH. Calculer la durée d'une charge complète.

C22-2- Redressement triphasé sur charge très inductive

On considère un montage P3 (en régime triphasé équilibré direct, $f = 50 \text{ Hz}$, $V_{\text{eff}} = 240 \text{ V}$ entre phase et neutre). Le courant dans la charge est ininterrompu et parfaitement lissé, c'est-à-dire que $i_c = I = \text{constante}$.



- 1) Tracer la courbe $u_c(t)$.
- 2) Etablir la relation donnant la valeur moyenne de la tension redressée, notée $\overline{U_0}$, en fonction de V_{eff} . A.N. : calculer numériquement $\overline{U_0}$.
- 3) Tracer les courbes des courants $i_{D1}(t)$, $i_{D2}(t)$, $i_{D3}(t)$. Calculer leur valeur moyenne et leur valeur efficace en fonction de I (formule littérale).
- 4) Calculer le facteur de puissance de ce montage au secondaire du transformateur.
- 5) On remplace les diodes par des thyristors. Pour des angles d'amorçage θ de $\pi/6$ et $\pi/2$ tracer $u_c(t)$.
- 6) Etablir la relation donnant la valeur moyenne de la tension redressée, notée $\overline{U_c}$, en fonction de V_{eff} et θ . A.N. : calculer numériquement $\overline{U_c}$.
- 7) Calculer la valeur moyenne et la valeur efficace des courants $i_{\text{Th1}}(t)$, $i_{\text{Th2}}(t)$, $i_{\text{Th3}}(t)$ en fonction de I . Ces valeurs dépendent-elles de θ ?
- 8) Calculer le facteur de puissance au secondaire du transformateur en fonction de θ . Conclusion ?

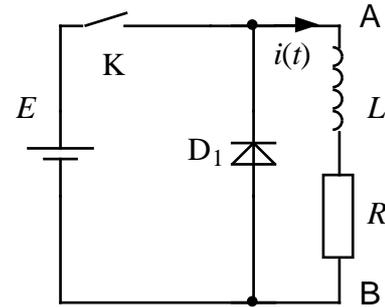
On donne : $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$
 $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$
 $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$
 $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$

C22-3- Redressement monoalternance sur charge inductive (montage P1)

1- Décharge d'un circuit inductif par une diode

L'interrupteur K est fermé depuis longtemps. A l'instant $t = 0$, on ouvre K. Ecrire l'équation différentielle du courant traversant la branche AB pour $t \geq 0$. Résoudre cette équation.

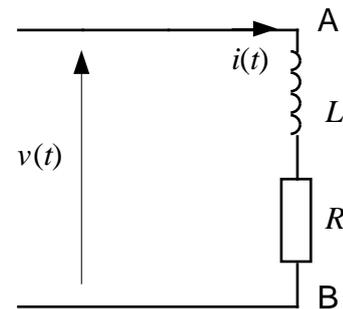
$$\text{AN : } R = 3 \Omega ; L = 0,1 \text{ H} ; E = 220\sqrt{2} \text{ V}$$



2- Régime harmonique d'un récepteur inductif

Soit $v(t) = V \sin \omega t$. Exprimer $i(t)$ en fonction de V , R et L .

$$\text{AN : } V = 220\sqrt{2} \text{ V} ; f = 50 \text{ Hz}$$



3- Régime transitoire d'un récepteur inductif alimenté par une tension sinusoïdale

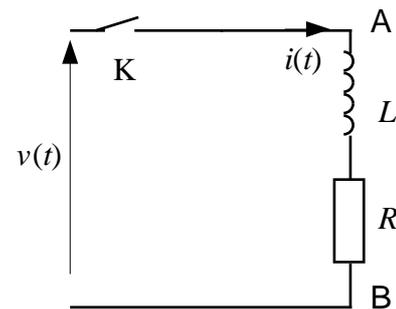
3-1 Etablir l'équation différentielle du courant traversant la branche AB.

3-2 Le circuit est au repos à l'instant initial. En s'aidant des résultats des §§ 1 et 2 résoudre cette équation. Donner l'expression de i en fonction de t .

AN : mêmes valeurs qu'aux §§ 1 et 2.

3-3 Représenter les tensions $v_{AB}(t)$ et $Ri(t)$ sur 6 périodes.

Montrer qu'à l'intersection de ces deux courbes le graphe de $Ri(t)$ présente une tangente horizontale.



4- Alimentation d'un récepteur inductif à travers une diode

On insère une diode D_2 supposée idéale. Réexaminer l'étude précédente en indiquant les modifications apportées par D_2 . On note $v_{AB}(t)$ la tension aux bornes du circuit RL.

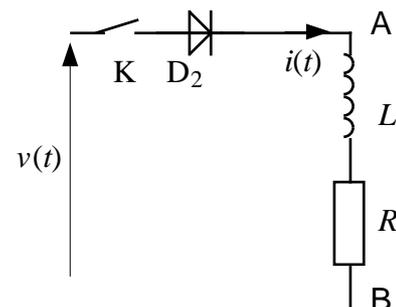
Représenter (choisir des échelles convenables) :

a) la tension $Ri(t)$ et ses composantes transitoire et harmonique sur une période de $v(t)$.

A quel instant le courant s'annule-t-il ?

b) les tensions $v_{AB}(t)$ et $Ri(t)$ sur 6 périodes.

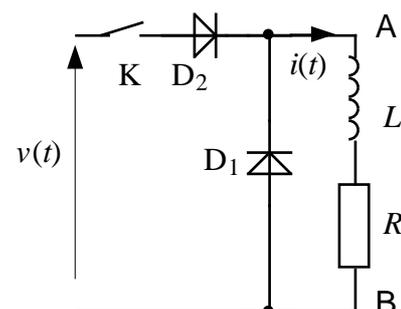
Conclusion.



5- Circuit "roue libre" (diode de récupération)

On insère la diode D_1 en parallèle sur le circuit RL.

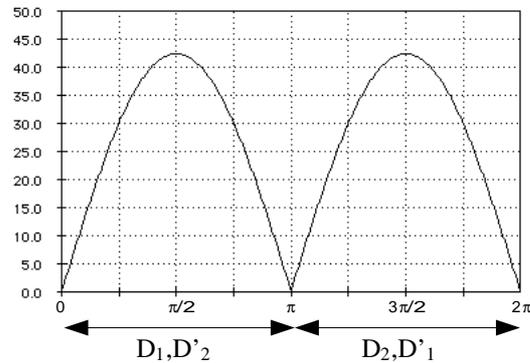
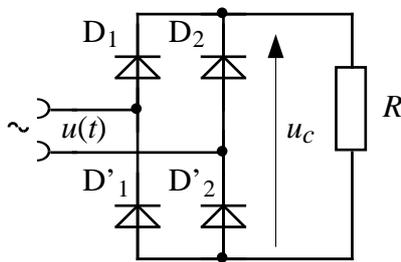
Mêmes questions. Conclusion.



REPONSES

C22-1- Redressement non commandé monophasé

1°) tension redressée : $u_c(t) = |u(t)|$

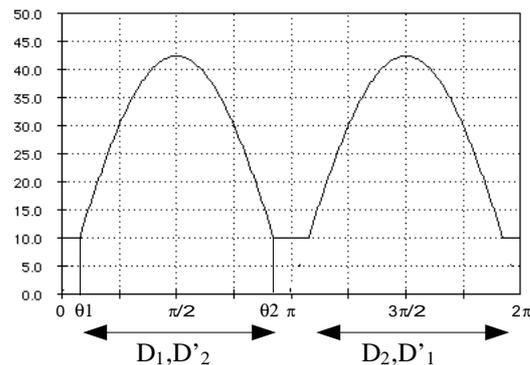
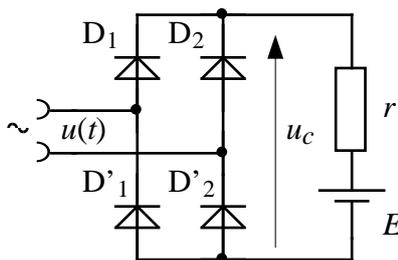


Le courant redressé a la même allure que la tension redressée, son amplitude crête est :

$$I_{\max} = \frac{U_{\max}}{R} = \frac{30}{10} = 3 \text{ A}$$

$$\text{Donc : } \bar{I} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} I_{\max} \sin x \cdot dx = \frac{I_{\max}}{\pi} [-\cos x]_0^{\pi} = \frac{2I_{\max}}{\pi} \approx 1,91 \text{ A}$$

2°) Les diodes ne conduisent que si $|u(t)| > E$:



a) Instants de mise en conduction des diodes D_1 et D'_2 : on calcule tout d'abord θ_1 :

$$u(t) = E \Rightarrow 30 \sin \theta_1 = 10 \Rightarrow \sin \theta_1 = \frac{10}{30} \approx 0,33 \Rightarrow \theta_1 = \arcsin 0,33 \approx 19,5^\circ$$

Par symétrie, l'extinction de ces diodes a lieu pour : $\theta_2 = 180^\circ - \theta_1 \approx 160,5^\circ$

Sachant que $u(t) = 30 \sin(100\pi t)$, la fréquence de la source est $f = 50 \text{ Hz}$ et sa période $T = 20 \text{ ms}$. La période du signal redressé est donc égale à 10 ms . D'où :

$$t_1 = 10 \cdot \frac{\theta_1}{180} \approx 1,08 \text{ ms} ; t_2 = 10 \cdot \frac{\theta_2}{180} \approx 8,92 \text{ ms}$$

b) Voir figure ci-dessus

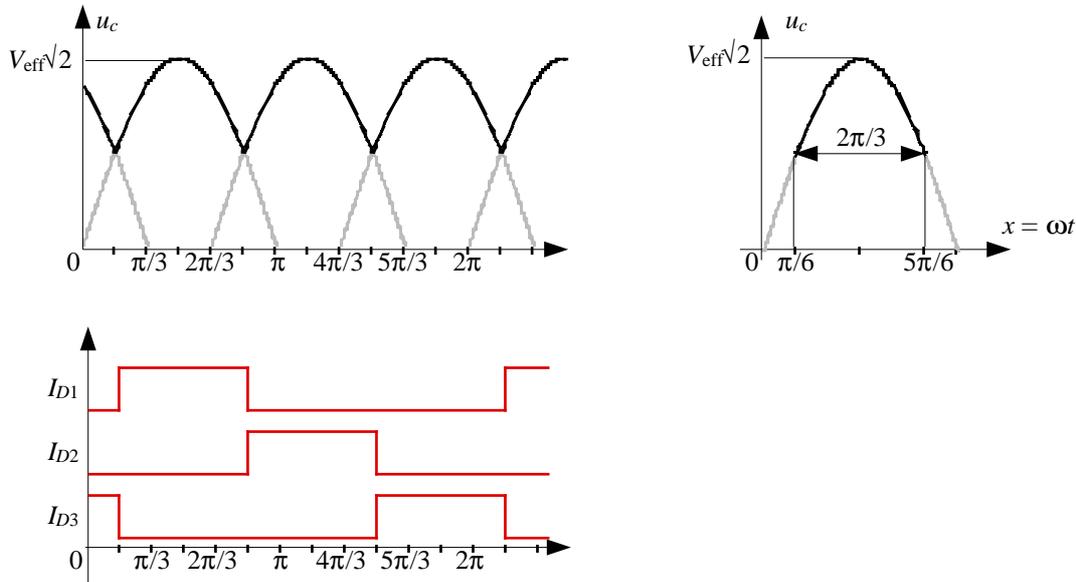
$$\text{c) } I_{\max} = \frac{U_{\max} - E}{r} = \frac{30 - 10}{2} = 10 \text{ A}$$

$$\text{Donc : } \bar{I} = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_{\max} \sin x \cdot dx = \frac{I_{\max}}{\pi} [-\cos x]_{\theta_1}^{\theta_2} = \frac{I_{\max}}{\pi} (-\cos \theta_2 + \cos \theta_1) \approx 6 \text{ A}$$

$$\text{d) } Q = I \cdot t \Rightarrow t = \frac{200}{6} \approx 33,3 \text{ heures}$$

C22-2- Redressement triphasé sur charge très inductive

1°) Tension redressée d'ordre 3 (3 arcs de sinusoïde par période)



2°) On effectue ce calcul sur un arc de sinusoïde, de période $2\pi/3$:

$$\bar{U}_0 = \frac{1}{\frac{2\pi}{3}} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} V_{eff} \sqrt{2} \sin x \cdot dx = V_{eff} \sqrt{2} \frac{3}{2\pi} [-\cos x]_{\pi/6}^{5\pi/6} = V_{eff} \sqrt{2} \frac{3}{\pi} \left[-\cos \frac{5\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{6} \right]$$

Sachant que $\cos \frac{5\pi}{6} = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{6} \right) = -\cos \frac{\pi}{6}$, il vient :

$$\bar{U}_0 = V_{eff} \sqrt{2} \frac{3}{\pi} \cos \frac{\pi}{6} = 240 \sqrt{2} \cdot 0,827 \approx 280 \text{ V}$$

$$3^\circ) \quad \bar{I}_D = \frac{2\pi I}{3} = \frac{I}{3} ; I_{Deff} = \sqrt{\frac{2\pi I^2}{3}} = \frac{I}{\sqrt{3}}$$

4°) La puissance active est la puissance consommée par la charge (tension \bar{U}_0 et courant I continu). La puissance apparente est égale à trois fois la puissance apparente dans un enroulement, où circule un courant identique au courant traversant une diode :

$$F = \frac{P}{S} = \frac{\bar{U}_0 \cdot I}{3 V_{eff} \cdot I_{Deff}} = \frac{V_{eff} \sqrt{2} \frac{3}{\pi} \cos \frac{\pi}{6} I}{3 V_{eff} \frac{I}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cos \frac{\pi}{6} \approx 0,67$$

La faible valeur de ce facteur de puissance limite l'intérêt du montage P3 : on lui préfère en général le pont de Graëtz (PD3).

5°) L'angle de déclenchement θ des thyristors est compté à partir de l'angle de commutation naturelle (commutation des diodes). Voir fig. ci-dessous.

6°) Calcul identique au 2°, mais avec décalage d'un angle θ :

$$\bar{U}_c = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{\theta+\pi/6}{3}}^{\theta+5\pi/6} V_{eff} \sqrt{2} \sin x \cdot dx$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \bar{U}_c &= V_{eff} \sqrt{2} \frac{3}{2\pi} [-\cos x]_{\theta+\pi/6}^{\theta+5\pi/6} \\ &= V_{eff} \sqrt{2} \frac{3}{2\pi} \left[-\cos\left(\theta + \frac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \right] \end{aligned}$$

Sachant que $\cos\left(\theta + \frac{5\pi}{6}\right) = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6} + \pi\right) = -\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right)$:

$$\Rightarrow \bar{U}_c = V_{eff} \sqrt{2} \frac{3}{2\pi} \left[\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\theta + \frac{\pi}{6}\right) \right]$$

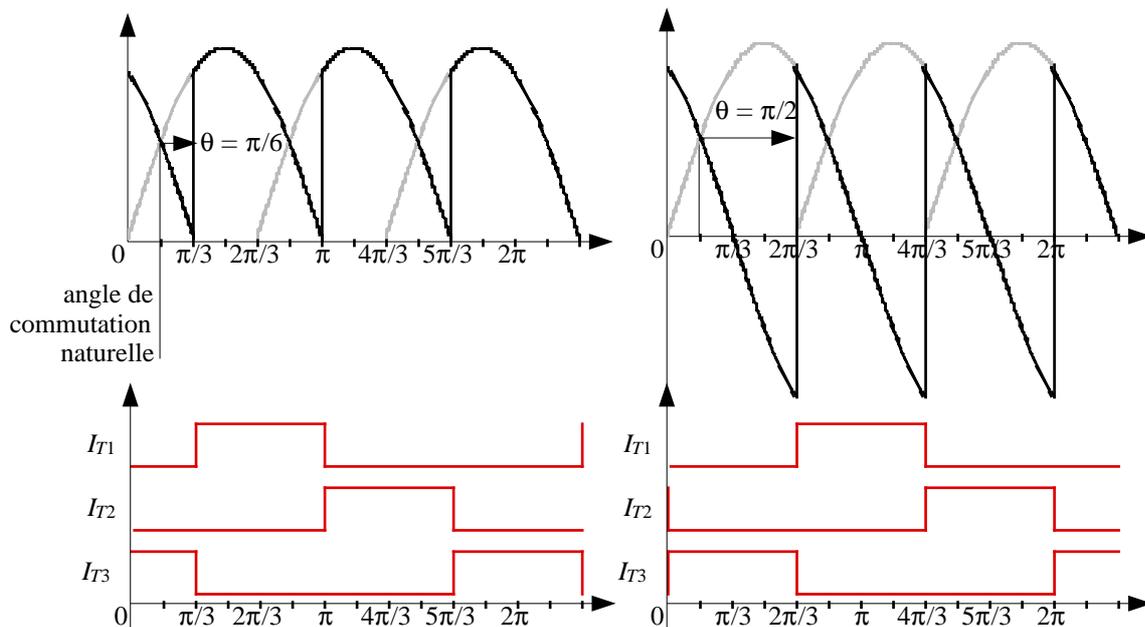
Sachant que $\cos(a-b) + \cos(a+b) = 2 \cos a \cos b$:

$$\Rightarrow \bar{U}_c = V_{eff} \sqrt{2} \frac{3}{\pi} \cos\frac{\pi}{6} \cos\theta$$

$$\Rightarrow \bar{U}_c = \bar{U}_0 \cos\theta$$

Pour $\theta = \pi/6$, on trouve : $\bar{U}_c \approx 242 \text{ V}$; pour $\theta = \pi/2$, $\bar{U}_c = 0$.

7°) Valeurs identiques au 3°), les graphes des courants étant simplement traduits d'un angle θ (voir fig.).



8°) Principe de calcul identique au 4°) :

$$F = \frac{P}{S} = \frac{\bar{U}_c \cdot I}{3V_{eff} \cdot I_{Deff}} = \frac{V_{eff} \sqrt{2} \frac{3}{\pi} \cos\frac{\pi}{6} \cos\theta \cdot I}{3V_{eff} \frac{I}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} \cos\frac{\pi}{6} \cos\theta$$

\Rightarrow Le facteur de puissance diminue avec θ !

C22-3- Redressement monoalternance sur charge inductive (montage P1)

1- Décharge d'un circuit inductif par une diode

L'interrupteur K étant fermé depuis longtemps, il circule entre A et B un courant continu correspondant à un régime permanent établi de façon stable. La diode D_1 est en inverse : elle est bloquée, n'est traversée par aucun courant et ne joue aucun rôle.

Par application de la loi d'Ohm, la valeur du courant est $I_0 = E/R$ car la bobine supposée idéale équivaut à un simple fil de cuivre, sans résistance.

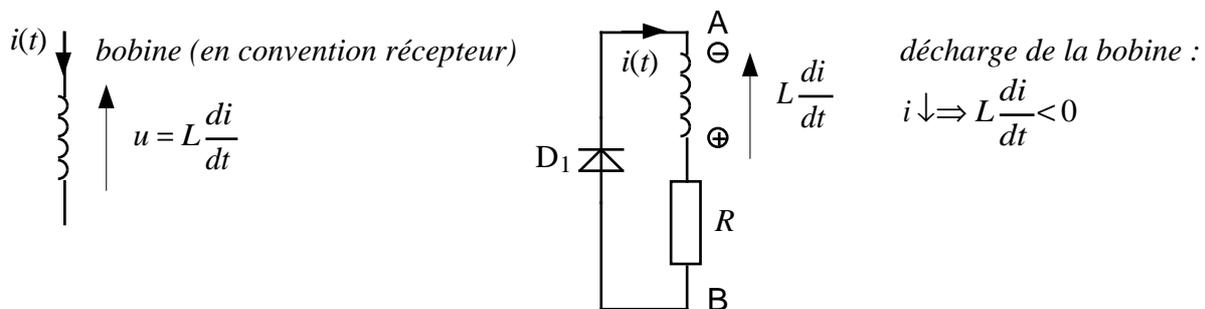
A l'instant $t = 0$, on ouvre K. La bobine étant précédemment parcourue par I_0 a emmagasiné de l'énergie, qu'elle va devoir restituer.



Une bobine traversée par un courant ne peut voir celui-ci subir de discontinuités brusques.

Dans le cas contraire, la tension à ses bornes $L \frac{di}{dt}$ deviendrait infinie (ce qui, en pratique, est source d'arcs électriques)

La bobine se décharge donc à travers D_1 en jouant le rôle d'un générateur qui délivre un courant $i(t)$ de sens identique à celui qu'avait I_0 à $t < 0$ (ce qui explique que D_1 soit maintenant conductrice :



La tension entre A et B étant nulle (D_1 conductrice supposée parfaite), la relation à laquelle obéit $i(t)$ est, d'après la loi des mailles :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0$$

Avec (condition initiale) : à $t = 0$, $i(0) = I_0 = E/R$

Cette équation a pour solution (cf cours):

$$i = \frac{E}{R} e^{-t/\tau} \quad \text{avec } \tau = L/R$$

Numériquement :

$$\tau = 0,033\text{s} ; I_0 = 103,7\text{ A}$$

2- Régime harmonique d'un récepteur inductif

En utilisant les règles de calcul sur les nombres complexes appliqués à l'électricité en alternatif, on trouve :

$$\underline{I} = \frac{\underline{V}}{\underline{Z}} \quad \text{avec :} \quad \underline{V} = [V; 0] = [220\sqrt{2} \text{ V} ; 0]$$

$$\underline{Z} = R + jL\omega \Rightarrow \begin{cases} |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = 31,6 \Omega \\ \text{Arg}(\underline{Z}) = \varphi_Z = \arctan \frac{L\omega}{R} = 1,476 \text{ rad } (84,5^\circ) \end{cases}$$

Le courant $i(t)$ s'écoulant en régime harmonique est donc :

$$i(t) = \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin(\omega t - \varphi_Z)$$

Numériquement:

$$i(t) = 9,85 \sin(314t - 1,476)$$

3- Régime transitoire d'un récepteur inductif alimenté par une tension sinusoïdale

3-1 A $t = 0$, la tension $v(t) = V \sin \omega t$ devient positive et croît.

L'équation différentielle décrivant le courant est :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = V \sin \omega t$$

Avec par hypothèse (le circuit est au repos à l'instant initial) : à $t = 0$, $i(0) = 0$

3-2 Résolution de l'équation différentielle :

- Solution de l'équation générale sans second membre (cf § 1) \Leftrightarrow régime transitoire :

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \Rightarrow i_t(t) = k e^{-t/\tau}$$

Avec : k constante d'intégration à déterminer .

- Solution particulière de l'équation complète (cf § 2) \Leftrightarrow régime permanent :

$$i_p(t) = \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin(\omega t - \varphi_Z)$$

- Solution complète :

$$i(t) = i_t(t) + i_p(t) = k e^{-t/\tau} + \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin(\omega t - \varphi_Z)$$

- Application de la condition initiale pour déterminer la constante d'intégration k :

$$0 = k e^{-0/\tau} + \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin(\omega 0 - \varphi_Z) \Rightarrow k = -\frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin \varphi_Z$$

- Solution complète sous sa forme définitive :

$$i(t) = \frac{V}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \left(\sin \varphi_Z \cdot e^{-t/\tau} + \sin(\omega t - \varphi_Z) \right)$$

- Application numérique:

$$i(t) = 9,85 \left(0,955 \cdot e^{-t/0,033} + \sin(314t - 1,476) \right)$$

(t en s ; i en A)

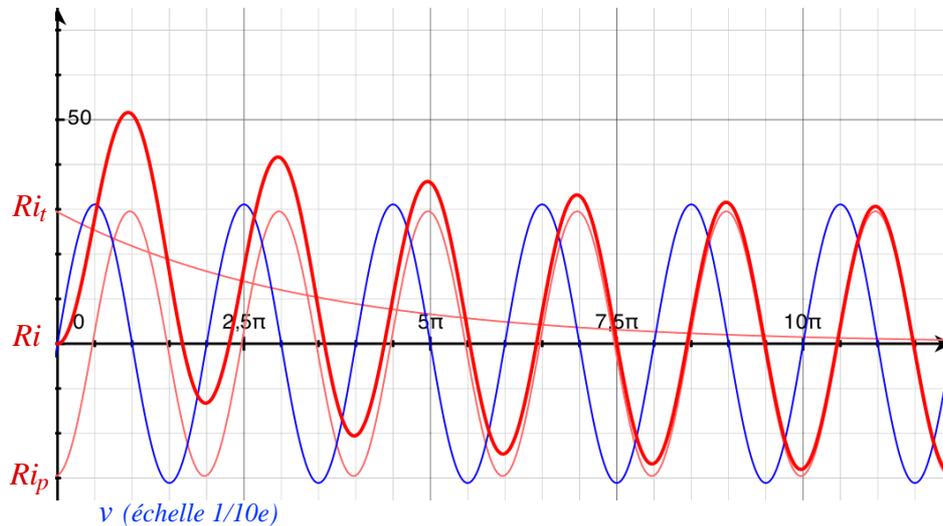
3-3 Représentation graphique

Le courant $i(t)$ est la somme de ses deux composantes, transitoire et permanente.

On représente ci-dessous les tensions Ri , Ri_t et Ri_p , ainsi que la tension $v/10$.

On constate qu'au bout de quelques périodes $i(t) \approx i_p(t)$.

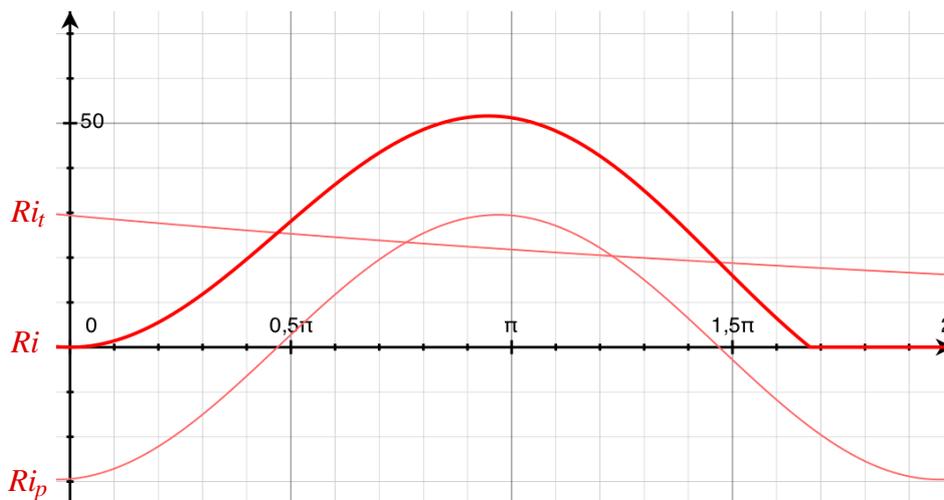
On note au départ une importante surintensité : $Ri_{\max} \approx 50$ V, soit $i_{\max} \approx 17$ A (au lieu de 9,85 A par la suite)



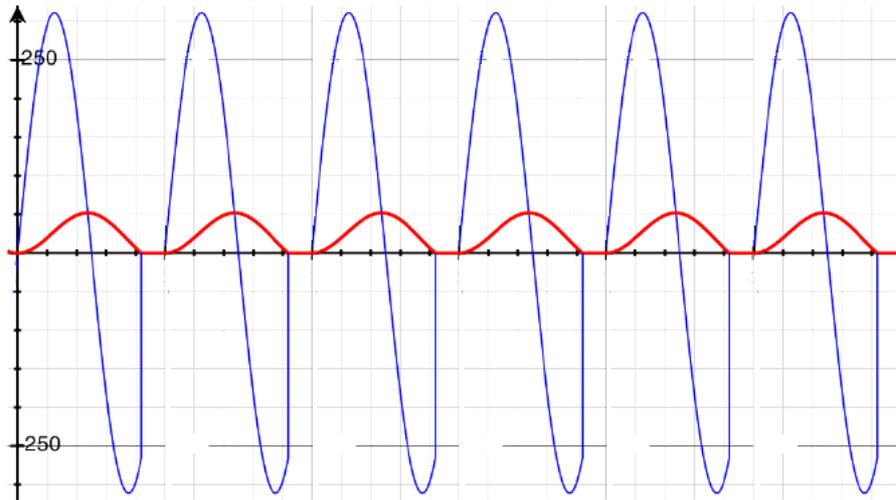
4- Alimentation d'un récepteur inductif à travers une diode

La présence de D_2 empêche le courant de devenir négatif. Lorsque le courant s'annule, D_2 se bloque puisqu'elle ne peut conduire un courant inverse. Le courant reste donc nul jusqu'à la prochaine alternance, ainsi que la tension v_{AB} aux bornes du circuit RL.

a) Graphiquement ("zoom" ci-dessous), on constate que ce courant s'annule pour $\omega t \approx 5,3$ rad $\approx 1,7\pi$ soit $t \approx 17$ ms :



b) A chaque période, le même phénomène se reproduit : on repart à zéro à chaque début d'alternance. Le courant ne peut donc jamais atteindre des valeurs importantes !



5- Circuit "roue libre" (diode de récupération)

Le fonctionnement de ce circuit est identique au précédent lorsque $v(t) > 0$. Le courant circule en effet dans le sens passant de D_2 , tandis que D_1 est connectée en inverse.

A l'instant $t = T/2$, le courant (non nul) circule toujours dans le même sens mais la tension $v(t)$ s'inverse : la diode D_1 devient conductrice, ce qui entraîne le blocage de D_2 qui est alors connectée en inverse.

Le courant circule donc dans L, R, et D_1 comme au § 1 : la bobine se décharge en "roue libre" jusqu'à la fin de la demi-période, avant que $v(t)$ ne devienne à nouveau positive. Le cycle alors recommence.

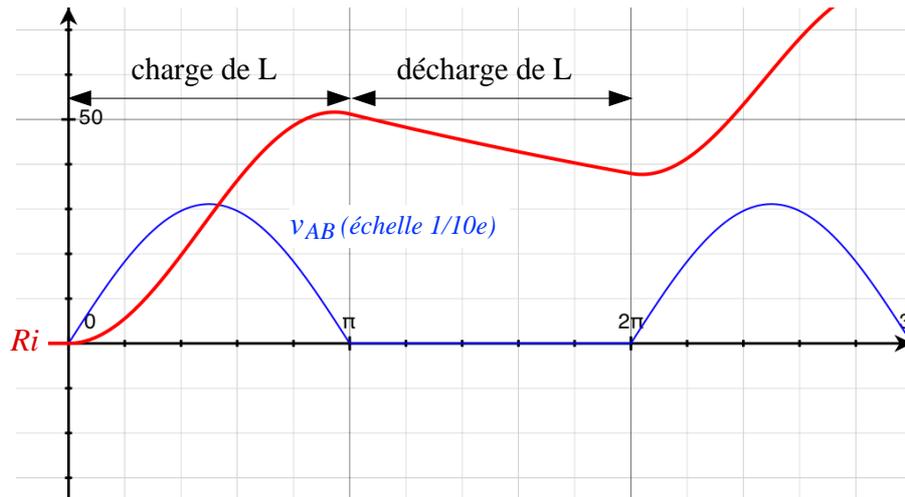
a) Représentation graphique ("zoom" ci-dessous) de la première période :

$$\text{- De } 0 \text{ à } t = T/2 : i(t) = 9,85 \left(0,955 \cdot e^{-t/0,033} + \sin(314t - 1,476) \right)$$

$$\Rightarrow i(T/2) \approx 17 \text{ A } (\Leftrightarrow Ri \approx 51 \text{ V})$$

$$\text{- De } t = T/2 \text{ à } T : i = 17e^{-t/\tau} \text{ (décharge exponentielle)}$$

$\Rightarrow i(T) \approx 12,7 \text{ A } (\Leftrightarrow Ri \approx 38 \text{ V})$: ceci est la nouvelle valeur de la condition initiale de l'équation différentielle appliquée à la deuxième période.



b) Au bout d'un temps suffisamment long (théoriquement infini), le courant en fin de période est égal au courant en début de période : on atteint le régime permanent.

La résolution complète de l'équation différentielle en régime permanent est compliquée. Mais on peut raisonner plus simplement en valeur moyenne. Sachant que :

$$\begin{cases} 0 < t < \frac{T}{2} & L \frac{di}{dt} + Ri = v_{AB}(t) & v_{AB}(t) = V \sin \omega t \\ \frac{T}{2} < t < T & L \frac{di}{dt} + Ri = v_{AB}(t) & v_{AB}(t) = 0 \end{cases}$$

Il vient, en moyenne :

$$\frac{1}{T} \int_0^T \left(L \frac{di}{dt} + Ri \right) dt = \frac{1}{T} \int_0^T v_{AB}(t) dt$$

Soit, après changement de variable $t \rightarrow \omega t = x$:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left(L \frac{di}{dx} + Ri \right) dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V \sin x dx + 0 \Rightarrow \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} L di + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Ri dx = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} V \sin x dx$$

En appliquant les règles de calcul habituelles :

$$\frac{L}{2\pi} \left(\underbrace{i(2\pi) - i(0)}_{\equiv 0 \text{ par def. du rég. permanent}} \right) + \underbrace{R \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} i dt}_{= R \langle i \rangle \text{ par def. de la val. moyenne}} = \frac{V}{2\pi} [-\cos x]_0^{\pi}$$

Soit :

$$R \langle i \rangle = \frac{V}{\pi} \approx 100 \text{ V}, \text{ soit } \langle i \rangle \approx 33 \text{ A}$$

Conclusion : contrairement au cas précédent, le courant peut atteindre cette fois une valeur "normale", qui ne dépend que de la valeur moyenne de la tension v_{AB} redressée aux bornes du circuit RL et de la résistance.

