

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

Direction générale des études technologiques

Institut supérieur des études technologiques de Nabeul

Département : Génie Electrique



## Support de cours

---

# D'électronique de puissance Les convertisseurs DC-DC et DC-AC

- **Classe concernée : EI2 L2 S2**

Proposés par :

**Hidri.Imed**

Technologue à l'ISET de Nabeul



## **INTRODUCTION**

Ce document est un support de cours d'électronique de puissance destiné essentiellement aux étudiants de l'ISET du département génie électrique pour l'option électricité industrielle EI L2 S2. Il est destiné à accompagner le travail personnel de l'étudiant avec l'aide précieuse de l'enseignant.

Par ailleurs il est à signaler que ce travail n'a aucun caractère définitif et sa rédaction est provisoire; il ne prétend pas être exhaustif.

Le premier chapitre est dévolu à l'étude des principaux types des **hacheurs**.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude des **onduleurs** monophasés et triphasés.

## CONVERTISSEUR CONTINU(DC)-CONTINU(DC) LES HACHEURS

### I- Introduction

Les hacheurs sont des convertisseurs statiques qui permettent d'obtenir une tension continue constante et ce, avec un rendement voisin de l'unité. Ils jouent le même rôle que les transformateurs en courant alternatif.

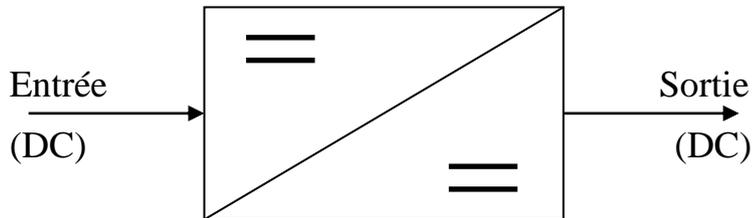
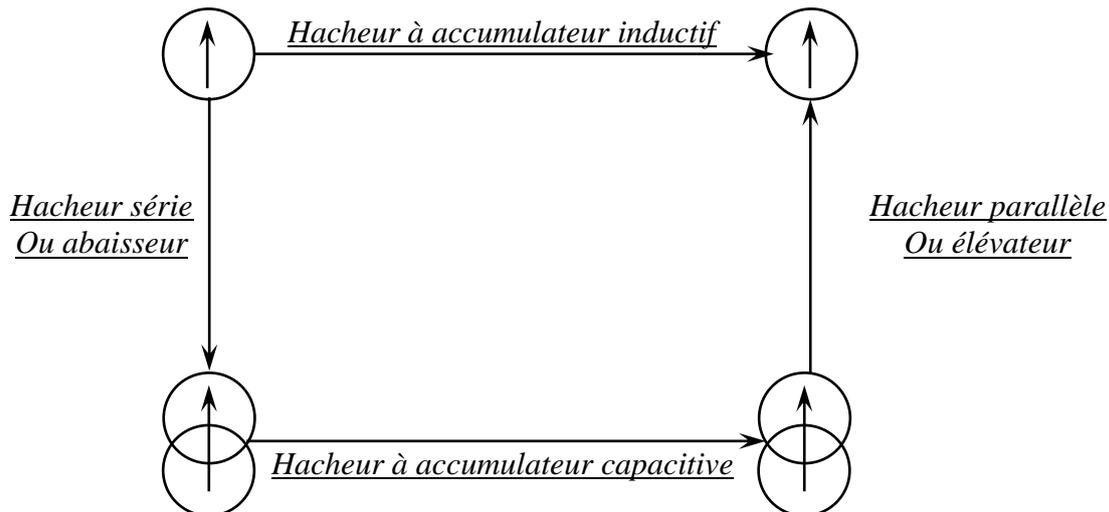


Figure N°1 : Convertisseur Continu (DC) - Continu (DC)

Ils sont principalement utilisés pour la variation de vitesse des moteurs à courant continu ainsi que dans les alimentations à découpage à courant continu.

Ces convertisseurs permettent le contrôle du transfert d'énergie entre une source et une charge qui est, soit de nature capacitive (source de tension), soit de nature inductive (source de courant).



### I-1- Définition des sources et des récepteurs

Pour déterminer si une source ou un récepteur réel doit être considéré comme étant une source de tension ou une source de courant et évaluer dans quelle mesure son comportement se rapproche de celui d'une source ou d'un récepteur parfait, il faut considérer deux échelles de temps:

- La première, qui est, de l'ordre de la microseconde, correspond à la durée des commutations des semi-conducteurs d'un état à l'autre (fermeture ou ouverture).
- La deuxième, qui est, de l'ordre de la centaine de micro seconde, correspond à la durée des cycles d'ouverture – fermeture des semi-conducteurs au sein du variateur.

C'est, l'échelle des temps correspondant aux commutations qui fixe la nature des sources et des récepteurs.

- On est en présence d'une source ou d'un récepteur de courant si on ne peut pas interrompre le courant  $i(t)$  qui y circule par une commande à l'ouverture d'un semi-conducteur. Cette interruption provoquerait des pics importants dans l'onde de la tension  $u(t)$ .

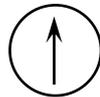
Ces pics ( $L \frac{di(t)}{dt}$ ) apparaissent dès que la source ou le récepteur ont une inductance interne  $L$  non négligeable compte tenu de la rapidité de la variation du courant ( $\frac{di(t)}{dt}$ ).



Symbole d'une source de courant

■ On est en présence d'une source ou d'un récepteur de tension si on ne peut pas faire varier brusquement la tension  $u(t)$  à ses bornes par une commande à la fermeture d'un semi-conducteur. Cet enclenchement entraîne des pics importants dans l'onde du courant  $i(t)$ .

Ces pics ( $C \frac{du(t)}{dt}$ ) apparaissent dès que la source ou le récepteur ont une capacité d'entrée  $C$  non négligeable vu la rapidité de variation de la tension ( $\frac{du(t)}{dt}$ ).



Symbole d'une source de tension

L'échelle des temps liée à la durée des cycles d'ouverture et fermeture des semi-conducteurs au sein du variateur de courant continu à pulsation, c'est-à-dire l'échelle des temps liée à la fréquence de commutation, indique dans quelle mesure on peut considérer une source ou un récepteur comme parfait.

En effet, c'est, la fréquence de commutation du variateur qui fixe :

- La fréquence de la composante parasite présente sur la tension  $u(t)$  aux bornes d'une source ou d'un récepteur de courant. Celui-ci est, d'autant plus parfait que son impédance est, plus élevée à cette fréquence,
- La fréquence de la composante parasite présente dans le courant qui traverse une source ou un récepteur de tension. Celui-ci est, d'autant plus parfait que son impédance est, plus faible à cette fréquence.

## I-2- Les semi-conducteurs disponibles comme fonction interrupteur

Les deux types de semi-conducteurs les plus utilisés dans les hacheurs sont la diode et le transistor MOSFET/IGBT associé à une diode de conduction dont les caractéristiques sont représentées

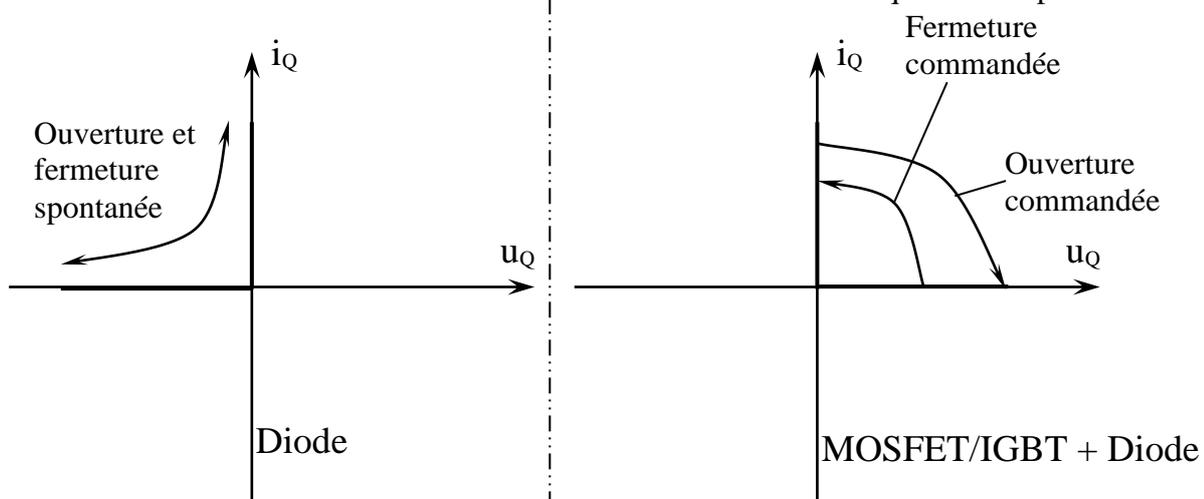


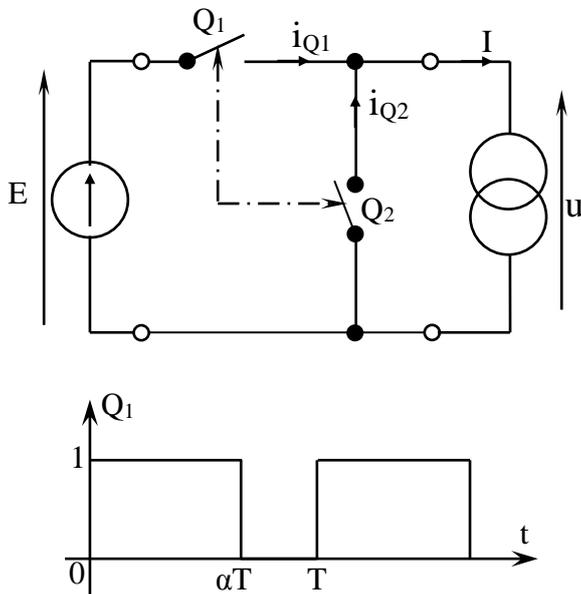
Figure N°2 : Caractéristique d'une diode

Figure N°3 : Caractéristique d'une diode+IGBT(ou MOSFET)

## II- Hacheur série

### II-1- Principe

L'hacheur série commande le débit d'une source de tension continu  $U$  dans un récepteur de courant  $I$ .



Pour régler le transfert d'énergie, on applique aux interrupteurs une commande périodique.

La période de pulsation  $T$  de celle-ci peut-être choisie arbitrairement dans la mesure où la source et le récepteur que relie le variateur de courant continu se comportent comme des circuits à fréquence de commutation nulle.

L'interrupteur  $Q_1$  permet de relier l'entrée à la sortie,  $Q_2$  court-circuite la source de courant quand  $Q_1$  est, ouvert ( $Q_1 = \overline{Q_2}$ ).

On définit  $\alpha$  rapport cyclique.

### II-2- Etude d'un hacheur série charge inductive

#### II-2-1- Montage

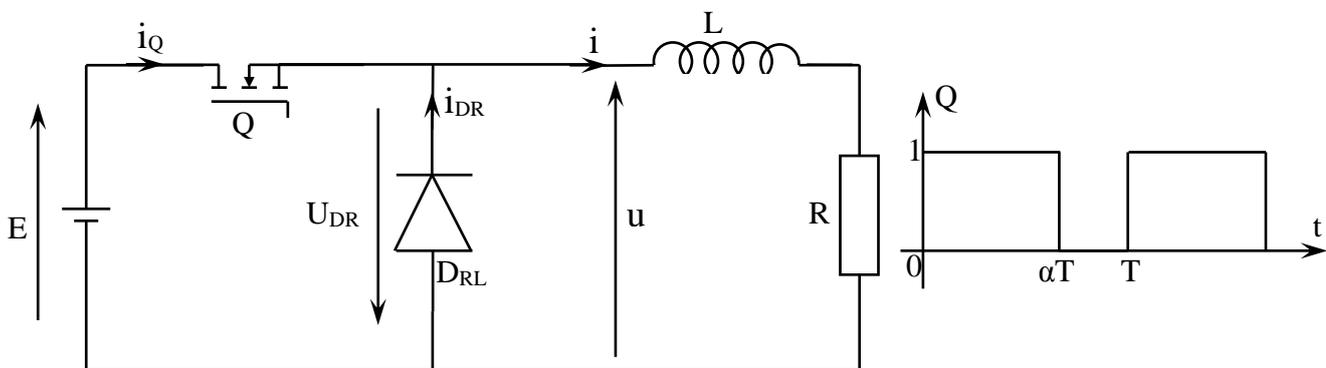


Figure N°4 : Schéma d'un Hacheur série charge R-L

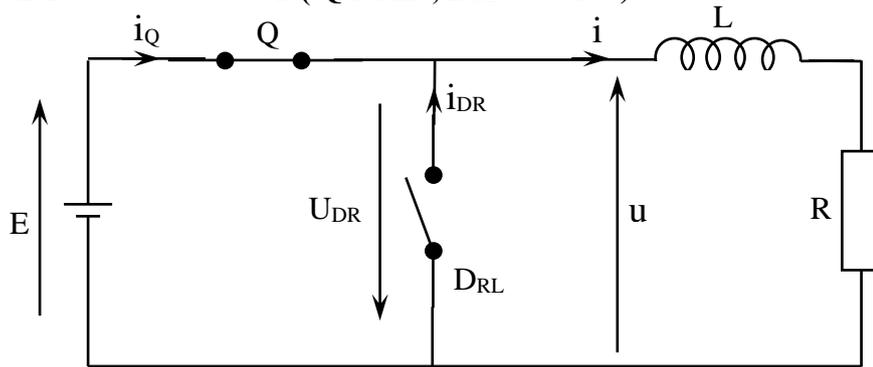
La charge inductive accumule une énergie électromagnétique  $W = \frac{L i^2}{2}$  si  $Q$  est, passant. Il serait dangereux de libérer brutalement cette énergie par l'ouverture de  $Q$ , il en résulterait une surtension  $e = -\frac{d\phi}{dt}$  qui provoquerait des graves dommages. On évite cet inconvénient en utilisant une diode de roue libre ( $D_{RL}$ ) qui assure le passage du courant si  $Q$  est, ouvert.

Le fonctionnement est, alors continu ; le courant évolue entre une limite inférieure  $I_{MIN}$  et une limite supérieure  $I_{MAX}$

#### II-2-2- Analyse de fonctionnement

Nous pouvons décomposer cette analyse en deux parties distinctes :

■ 1<sup>er</sup> cas :  $0 < t < \alpha T$  ( Q fermé, DRL ouverte ).



$$\begin{aligned} \text{On a : } U_{DR} &= -E \\ u &= E \\ i_Q &= i \\ i_{DR} &= 0 \\ \text{et } E &= Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \end{aligned}$$

Figure N°5 : Schéma équivalent d'un Hacheur série pour  $t \in [0, \alpha T]$

Déterminon le courant  $i(t)$  : on a  $E = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$  avec  $i(0) = I_{MIN}$  et  $i(\alpha T) = I_{MAX}$

\* Solution sans second membre ( $0 = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$ )

$$\begin{aligned} 0 = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} &\Rightarrow Ri(t) = -L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(t)}{i(t)} = -\frac{R}{L} dt \Rightarrow \int \frac{di(t)}{i(t)} = \int -\frac{R}{L} dt \\ \text{donc } \log[i(t)] &= -\frac{R}{L} t + K \Rightarrow i(t) = A \left[ \exp\left(-\frac{R}{L} t\right) \right] \end{aligned}$$

\* Solution particulière ( $E = Ri(t)$ )

$$\text{Donc } i(t) = \frac{E}{R}$$

\* Solution générale  $i(t) = \frac{E}{R} + A e^{-\frac{R}{L} t}$  on pose  $\tau = \frac{L}{R}$  donc  $i(t) = \frac{E}{R} + A e^{-\frac{t}{\tau}}$

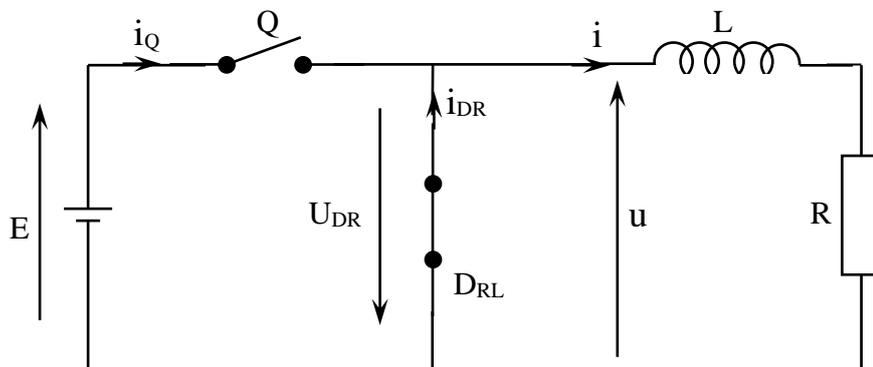
$$\text{à } t=0 \text{ on a } i(0) = I_{MIN} = \frac{E}{R} + A \Rightarrow A = I_{MIN} - \frac{E}{R}$$

$$\text{donc } i(t) = \frac{E}{R} + \left( I_{MIN} - \frac{E}{R} \right) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

calcul de  $I_{MAX}$  ?

$$\text{à } t = \alpha T \text{ on a } i(\alpha T) = I_{MAX} = \frac{E}{R} + \left( I_{MIN} - \frac{E}{R} \right) e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \Rightarrow I_{MAX} = I_{MIN} e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} + \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \right)$$

■ 2<sup>er</sup> cas :  $\alpha T < t < T$  ( Q ouvert, DRL fermée ).



$$\begin{aligned} \text{On a : } U_{DR} &= 0 \\ u &= 0 \\ i_Q &= 0 \\ i_{DR} &= i \\ \text{et } 0 &= Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \end{aligned}$$

Figure N°6 : Schéma équivalent d'un Hacheur série pour  $t \in [\alpha T, T]$

Déterminon le courant  $i(t)$  : on a  $0 = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt}$  avec  $i(T) = I_{MIN}$  et  $i(\alpha T) = I_{MAX}$

$$0 = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow Ri(t) = -L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow \frac{di(t)}{i(t)} = -\frac{R}{L} dt \Rightarrow \int \frac{di(t)}{i(t)} = \int -\frac{R}{L} dt$$

$$\text{donc } \log[i(t)] = -\frac{R}{L}t + K \Rightarrow i(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{avec } \tau = \frac{L}{R}$$

$$\text{à } t = \alpha T \quad \text{on a } i(\alpha T) = I_{\text{MAX}} = A e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \Rightarrow A = I_{\text{MAX}} e^{\frac{\alpha T}{\tau}}$$

$$\text{donc } i(t) = I_{\text{MAX}} e^{-\frac{(t-\alpha T)}{\tau}}$$

calcul de  $I_{\text{MIN}}$  ?

$$\text{à } t = T \quad \text{on a } i(T) = I_{\text{MIN}} = I_{\text{MAX}} e^{-\frac{(T-\alpha T)}{\tau}} \Rightarrow I_{\text{MIN}} = I_{\text{MAX}} e^{-\frac{T}{\tau}(1-\alpha)}$$

### II-2-3- Relation entre les tensions d'entrée et de sortie

$$\text{On a } u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow u(t) dt = Ri(t) dt + L di(t) \Rightarrow \int_0^T u(t) dt = \int_0^T Ri(t) dt + \int_0^T L di(t)$$

En régime établi, la tension moyenne aux bornes de l'inductance est, nulle ( $\int_0^T L di(t) = 0$ )

$$\text{Donc } U = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{\alpha T} E dt = E \frac{\alpha T}{T} = \alpha E \Rightarrow U = \alpha E \quad \text{et} \quad I = \frac{\alpha E}{R}$$

Le hacheur serie est, équivalent à un transformateur non réversible à courant continu de rapport de transformation  $\alpha$  avec  $\alpha \leq 1$ .

### II-2-4- Ondulation du courant

Il est, important, pour un hacheur, d'apprécier l'importance de l'ondulation du courant.

$$\text{On a : } I_{\text{MAX}} = I_{\text{MIN}} e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} + \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \right) \quad (1)$$

$$I_{\text{MAX}} = I_{\text{MIN}} e^{\frac{T}{\tau}(1-\alpha)} \quad (2)$$

$$\text{donc } (1)-(2) = I_{\text{MIN}} e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} + \frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \right) - I_{\text{MIN}} e^{\frac{T}{\tau}(1-\alpha)} = 0$$

$$\Rightarrow I_{\text{MIN}} e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \left( 1 - e^{\frac{T}{\tau}} \right) = -\frac{E}{R} \left( 1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \right) \Rightarrow I_{\text{MIN}} = -\frac{E}{R} \frac{\left( 1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \right)}{\left( 1 - e^{\frac{T}{\tau}} \right)} e^{\frac{\alpha T}{\tau}} \Rightarrow I_{\text{MIN}} = \frac{E}{R} \frac{\left( 1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \right)}{\left( 1 - e^{\frac{T}{\tau}} \right)}$$

$$\text{donc } I_{\text{MIN}} = \frac{E}{R} \frac{\left( 1 - e^{-\frac{\alpha T}{\tau}} \right)}{\left( 1 - e^{\frac{T}{\tau}} \right)} \quad \text{et} \quad I_{\text{MAX}} = I_{\text{MIN}} e^{\frac{T}{\tau}(1-\alpha)}$$

On considère  $L$  très élevée donc  $\tau \gg T$  donc les morceaux d'exponentielle sont des segments de droites ce qui permet un calcul simplifié des courants  $I_{\text{MAX}}$  et  $I_{\text{MIN}}$  (car  $e^\varepsilon = 1 + \varepsilon$  si  $\varepsilon \gg 1$ ).

$$\text{Ce qui donne: } I_{\text{MIN}} = \frac{\alpha E}{R} \quad \text{et} \quad I_{\text{MAX}} = I_{\text{MIN}} \left( 1 + \frac{T}{\tau}(1-\alpha) \right)$$

$$\text{Donc } I_{\text{MAX}} = \frac{\alpha E}{R} \left( 1 + \frac{T}{\tau}(1-\alpha) \right)$$

Il est alors facile de calculer l'ondulation  $\Delta I$  crête à crête:

$$\Delta I = I_{\text{MAX}} - I_{\text{MIN}} = \frac{\alpha E}{R} \left( 1 + \frac{T}{\tau}(1-\alpha) \right) - \frac{\alpha E}{R} \Rightarrow \Delta I = \frac{\alpha E}{R} \frac{T}{\tau} (1-\alpha)$$

$$\text{Calcul de } \Delta I_{\text{MAX}} : \text{ on a } \tau = \frac{L}{R} \Rightarrow \Delta I = \frac{T E}{L} \alpha (1-\alpha) \Rightarrow \Delta I' = \frac{T E}{L} (1-2\alpha) = 0$$

$$\text{Donc } \Delta I \text{ est maximum pour } \alpha = 0,5 \Rightarrow \Delta I_{\text{MAX}} = \frac{T E}{4L} = \frac{E}{4Lf}$$

Ainsi, pour réduire l'ondulation du courant doit-on agir sur les paramètres suivants :

- Augmentation de la fréquence de hachage  $f$ .
- Augmentation de la constante de temps  $\tau$  du récepteur.
- Réduction de la durée relative des intervalles de coupure

En fin, dans le cas particulier où l'inductance est, infinie, on a  $I_C = I_{\text{MIN}} = I_{\text{MAX}}$ .

## II-2-5- Forme d'ondes des principales grandeurs

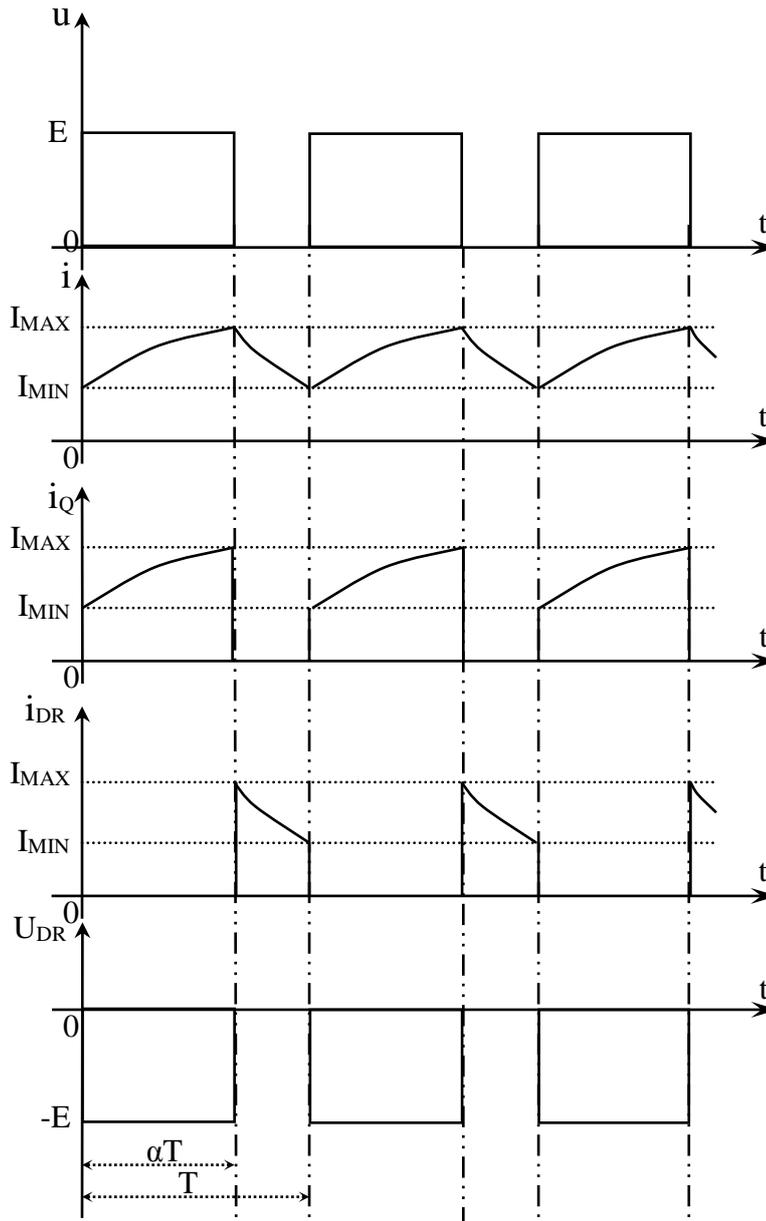


Figure N°7 : Forme d'ondes des principales grandeurs d'un Hacheur série pour une charge R-L

### II-3-Etude d'un hacheur série charge R, Let E<sub>c</sub>.

Quand on alimente un récepteur qui comporte une f.c.e.m (E<sub>c</sub>) la conduction peut être soit continue, soit discontinue.

#### II-3-1- Conduction continue :

##### II-3-1-1- Montage

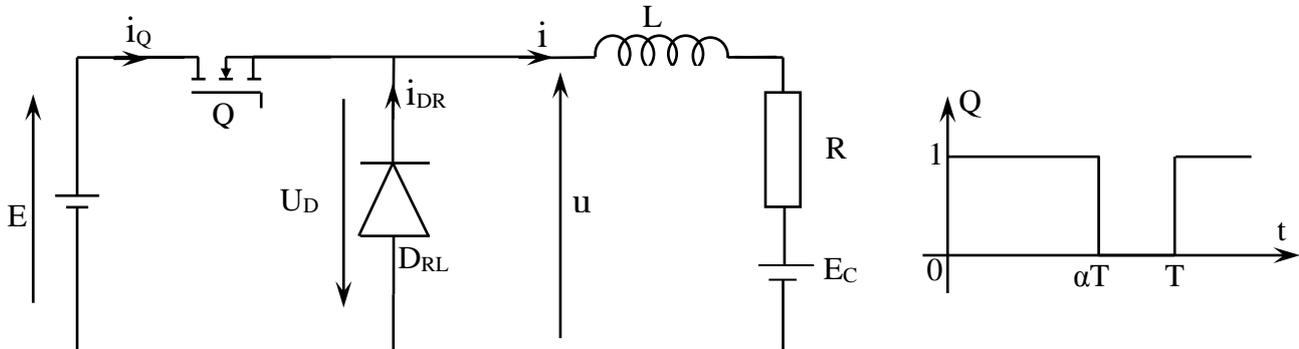


Figure N°8 : Schéma d'un Hacheur série charge R-L-E<sub>c</sub>

##### II-3-1-2- Analyse du fonctionnement

Généralement l'inductance L de la source de courant, à une valeur suffisamment élevée pour que la valeur moyenne I du courant i(t), au-dessous de laquelle la conduction devient discontinue, soit telle qu'elle rend RI négligeable par rapport à U

Nous pouvons décomposer cette analyse en deux parties distinctes :

##### ■1<sup>er</sup> cas : 0 < t < αT ( Q fermé, D<sub>RL</sub> ouverte ).

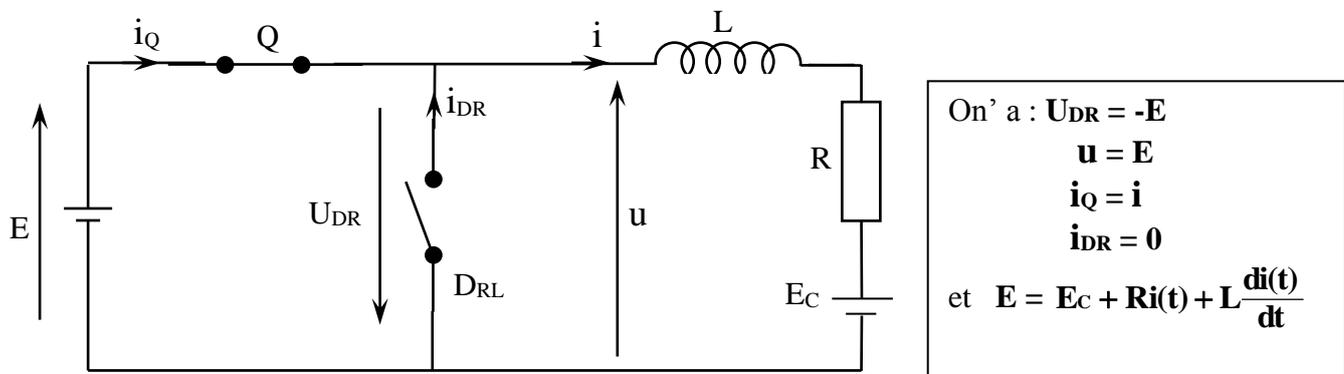


Figure N°9 : Schéma équivalent d'un Hacheur série (charge R-L-E<sub>c</sub>) pour  $t \in [0, \alpha T]$

Déterminons le courant i(t) : on a  $E \gg Ri(t)$  donc  $E = E_c + L \frac{di(t)}{dt}$  avec  $i(0) = I_{MIN}$  et  $i(\alpha T) = I_{MAX}$

$$E = E_c + L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow E - E_c = L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow di(t) = \frac{E - E_c}{L} dt \Rightarrow \int di(t) = \int \frac{E - E_c}{L} dt$$

$$\text{donc } i(t) = \frac{E - E_c}{L} t + K \quad \text{à } t=0 \quad \text{on a } i(0) = I_{MIN} = K$$

$$\text{donc } i(t) = \frac{E - E_c}{L} t + I_{MIN}$$

calcul de I<sub>MAX</sub> ?

$$\text{à } t = \alpha T \quad \text{on a } i(\alpha T) = I_{MAX} = \frac{E - E_c}{L} \alpha T + I_{MIN} \Rightarrow I_{MAX} = \frac{E - E_c}{L} \alpha T + I_{MIN}$$

■ 2<sup>er</sup> cas :  $\alpha T < t < T$  ( Q ouvert, D<sub>RL</sub> fermée ).

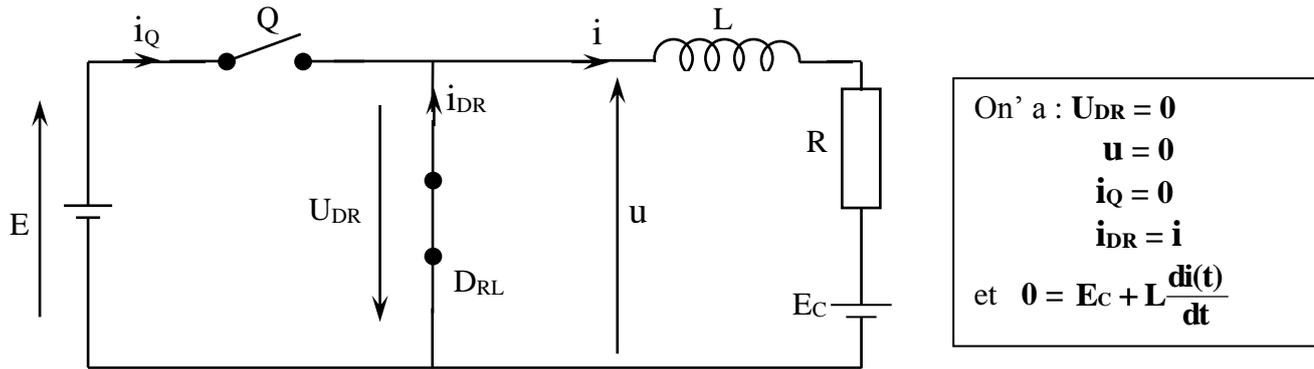


Figure N°10 : Schéma équivalent d'un Hacheur série (charge R-L-E<sub>C</sub>) pour  $t \in [\alpha T, T]$

Déterminon le courant  $i(t)$  : on a  $0 = E_C + L \frac{di(t)}{dt}$  avec  $i(T) = I_{MIN}$  et  $i(\alpha T) = I_{MAX}$

$$0 = E_C + L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow E_C = -L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow di(t) = -\frac{E_C}{L} dt \Rightarrow \int di(t) = \int -\frac{E_C}{L} dt$$

$$\text{donc } i(t) = -\frac{E_C}{L} t + K$$

$$\text{à } t = \alpha T \text{ on a } i(\alpha T) = I_{MAX} = -\frac{E_C}{L} \alpha T + K \Rightarrow K = I_{MAX} + \frac{E_C}{L} \alpha T$$

$$\text{donc } i(t) = -\frac{E_C}{L} t + I_{MAX} + \frac{E_C}{L} \alpha T \Rightarrow i(t) = -\frac{E_C}{L} t + I_{MAX} + \frac{E_C}{L} \alpha T$$

$$i(t) = -\frac{E_C}{L} (t - \alpha T) + I_{MAX}$$

calcul de  $I_{MIN}$  ?

$$\text{à } t = T \text{ on a } i(T) = I_{MIN} = -\frac{E_C}{L} T (1 - \alpha) + I_{MAX} \Rightarrow I_{MIN} = -\frac{E_C}{L} T (1 - \alpha) + I_{MAX}$$

### II-3-1-3- Relation entre les tensions d'entrée et de sortie

Si  $u(t)$  désigne la tension aux bornes de la charge qui comporte une résistance R, une inductance L et  $E_C$  (f.c.é.m) on a :

$$u(t) = E_C + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow u(t) dt = (E_C + Ri(t)) dt + L di(t) \Rightarrow \int_0^T u(t) dt = \int_0^T (E_C + Ri(t)) dt + \int_0^T L di(t) \text{ En}$$

régime établi, la tension moyenne aux bornes de l'inductance est, nulle ( $\int_0^T L di(t) = 0$ )

$$\text{Donc } U = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{\alpha T} E dt = E \frac{\alpha T}{T} = \alpha E \Rightarrow U = \alpha E \text{ et } I = \frac{\alpha E - E_C}{R}$$

### II-3-1-4- Ondulation du courant

Il est, important, pour un hacheur, d'apprécier l'importance de l'ondulation du courant.

$$\text{On a : } \Rightarrow I_{MAX} = \frac{E - E_C}{L} \alpha T + I_{MIN} \quad I_{MIN} = -\frac{E_C}{L} T (1 - \alpha) + I_{MAX}$$

$$\text{Donc on a } \frac{E - E_C}{L} \alpha T = \frac{E_C}{L} T (1 - \alpha) \Rightarrow \alpha E - \alpha E_C = E_C - \alpha E_C \Rightarrow E_C = \alpha E$$

$$\text{donc } \Delta I = I_{MAX} - I_{MIN} = \frac{E}{L} T \alpha (1 - \alpha) \Rightarrow \Delta I = \frac{E}{L f} \alpha (1 - \alpha)$$

Comme on l'a montré, cette ondulation est, maximale pour  $\alpha = 0,5 \Rightarrow \Delta I_{MAX} = \frac{T E}{4L} = \frac{E}{4L f}$

Ainsi, pour réduire l'ondulation du courant doit-on agir sur la fréquence de hachage f.

## II-3-1-5- Forme d'ondes des principales grandeurs

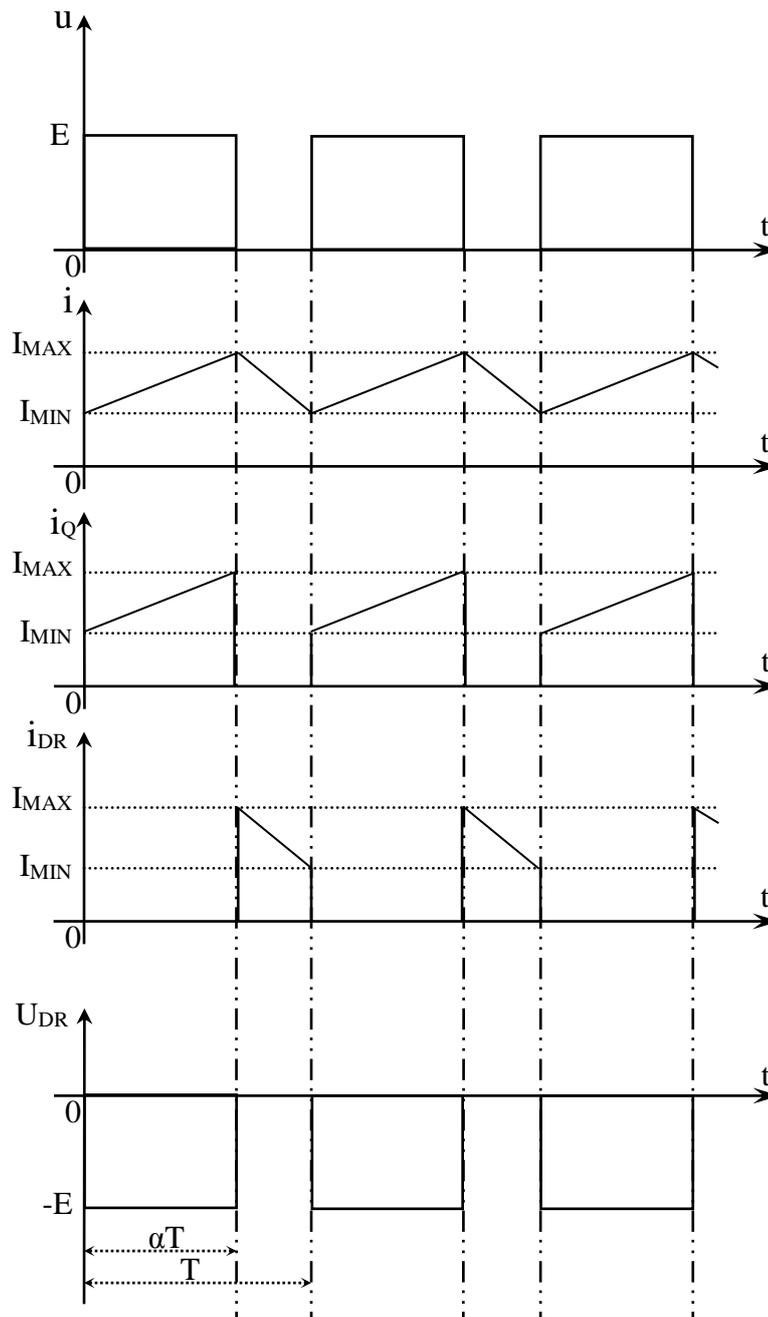


Figure N°11 : Forme d'ondes des principales grandeurs d'un Hacheur série pour une charge R-L- $E_C$

### II-3-2- Conduction discontinue :

la conduction est, discontinue si la valeur minimale  $I_{MIN}$  du courant s'annule à chaque période à  $t = \beta T$  pour  $\beta T \in [\alpha T, T]$  ; soit  $i(\beta T) = 0$ .

#### II-3-2-1- Analyse du fonctionnement

■ 1<sup>er</sup> cas :  $0 < t < \alpha T$  ( Q fermé, D<sub>RL</sub> ouverte ).

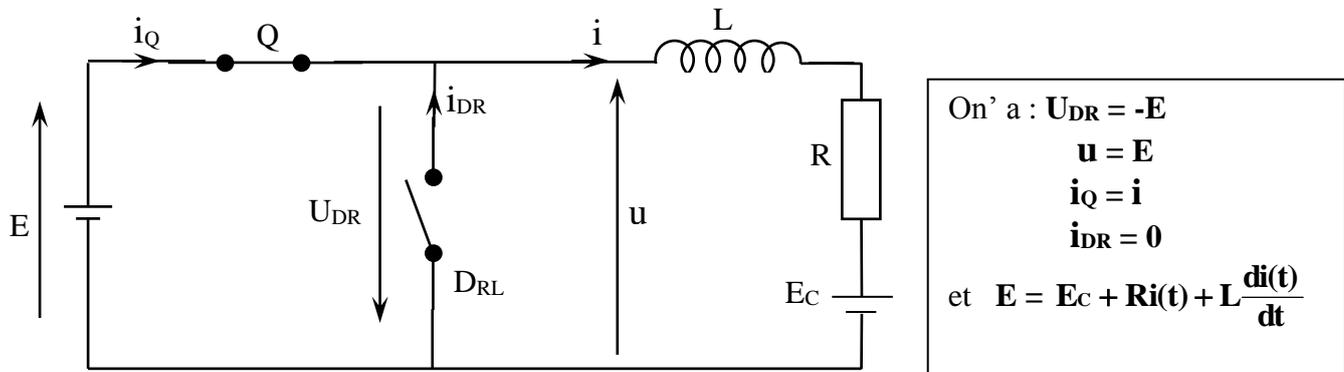


Figure N°12 : Schéma équivalent d'un Hacheur série (charge R-L-Ec) pour  $t \in [0, \alpha T]$

Déterminons le courant  $i(t)$  : on a  $E \gg Ri(t)$  donc  $E = E_C + L \frac{di(t)}{dt}$  avec  $i(0) = 0$  et  $i(\alpha T) = I_{MAX}$

$$E = E_C + L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow E - E_C = L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow di(t) = \frac{E - E_C}{L} dt \Rightarrow \int di(t) = \int \frac{E - E_C}{L} dt$$

$$\text{donc } i(t) = \frac{E - E_C}{L} t + K \quad \text{à } t = 0 \quad \text{on a } i(0) = 0 = K$$

$$\text{donc } i(t) = \frac{E - E_C}{L} t$$

calcul de  $I_{MAX}$  ?

$$\text{à } t = \alpha T \quad \text{on a } i(\alpha T) = I_{MAX} = \frac{E - E_C}{L} \alpha T \Rightarrow I_{MAX} = \frac{E - E_C}{L} \alpha T$$

■ 2<sup>er</sup> cas :  $\alpha T < t < \beta T$  ( Q ouvert, D<sub>RL</sub> fermée ).

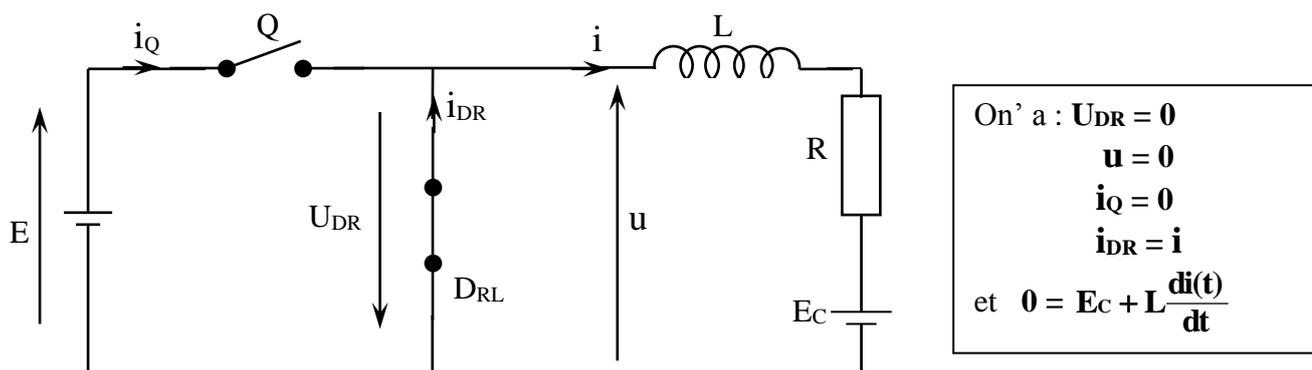


Figure N°13 : Schéma équivalent d'un Hacheur série (charge R-L-Ec) pour  $t \in [\alpha T, \beta T]$

Déterminons le courant  $i(t)$  : on a  $0 = E_C + L \frac{di(t)}{dt}$  avec  $i(T) = I_{MIN}$  et  $i(\alpha T) = I_{MAX}$

$$0 = E_C + L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow E_C = -L \frac{di(t)}{dt} \Rightarrow di(t) = -\frac{E_C}{L} dt \Rightarrow \int di(t) = \int -\frac{E_C}{L} dt$$

$$\text{donc } i(t) = -\frac{E_C}{L} t + K$$

$$\begin{aligned} \text{à } t = \alpha T \text{ on a } i(\alpha T) &= I_{\text{MAX}} = -\frac{E_C}{L} \alpha T + K \Rightarrow K = I_{\text{MAX}} + \frac{E_C}{L} \alpha T \\ \text{donc } i(t) &= -\frac{E_C}{L} t + I_{\text{MAX}} + \frac{E_C}{L} \alpha T \Rightarrow i(t) = -\frac{E_C}{L} t + I_{\text{MAX}} + \frac{E_C}{L} \alpha T \\ i(t) &= -\frac{E_C}{L} (t - \alpha T) + I_{\text{MAX}} \end{aligned}$$

calcul de  $I_{\text{MIN}}$  ?

$$\begin{aligned} \text{à } t = \beta T \text{ on a } i(\beta T) &= 0 = -\frac{E_C}{L} T(\beta - \alpha) + I_{\text{MAX}} \\ \Rightarrow I_{\text{MAX}} &= \frac{E_C}{L} T(\beta - \alpha) \end{aligned}$$

■ 3<sup>er</sup> cas :  $\beta T < t < T$  (Q ouvert, DRL fermée).

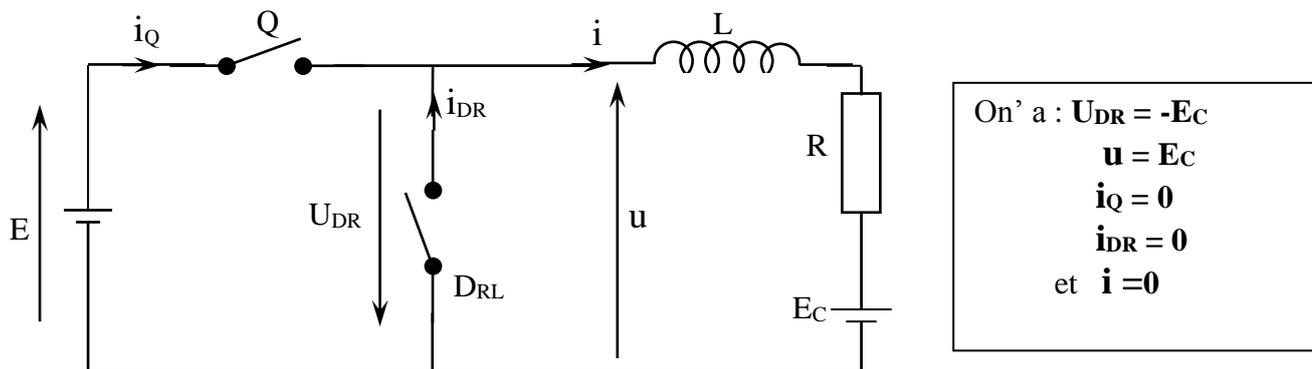


Figure N°14 : Schéma équivalent d'un Hacheur série (charge R-L- $E_C$ ) pour  $t \in [\beta T, T]$

### II-3-2-2- Ondulation du courant

Il est, important, pour un hacheur, d'apprécier l'importance de l'ondulation du courant.

$$\begin{aligned} \text{On a : } I_{\text{MAX}} &= \frac{E_C}{L} T(\beta - \alpha) = \frac{(E - E_C)}{L} \alpha T \quad \text{et} \quad I_{\text{MIN}} = 0 \\ \text{donc } \Delta I &= I_{\text{MAX}} - I_{\text{MIN}} = 0 \Rightarrow \Delta I = I_{\text{MAX}} \end{aligned}$$

### II-3-2-3- Relation entre les tensions d'entrée et de sortie

$$\begin{aligned} \text{On a } I_{\text{MAX}} &= \frac{E_C}{L} T(\beta - \alpha) = \frac{(E - E_C)}{L} \alpha T \Rightarrow E_C \beta - E_C \alpha = E \alpha - E_C \alpha \Rightarrow E_C \beta = E \alpha \\ \text{Donc } \beta &= \alpha \frac{E}{E_C} \end{aligned}$$

Il est, alors possible de calculer la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge on a :

$$\begin{aligned} U T &= E \alpha T + (T - \beta T) E_C \Rightarrow U = E \alpha + (1 - \beta) E_C \quad \text{on a } \beta = \alpha \frac{E}{E_C} \\ \text{donc } U &= E \alpha + \left(1 - \alpha \frac{E}{E_C}\right) E_C = E \alpha + E_C - E \alpha \\ \Rightarrow U &= E_C \end{aligned}$$

## II-3-2-4- Forme d'ondes des principales grandeurs

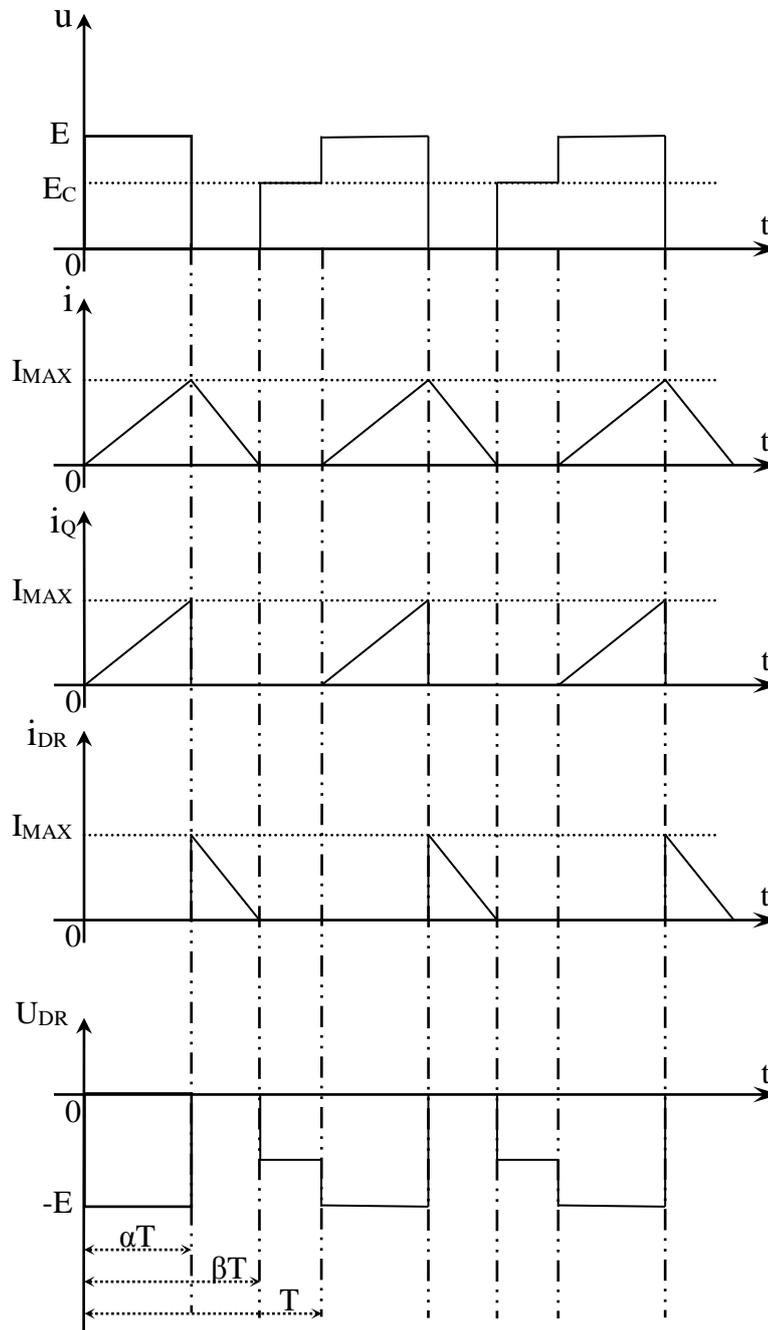


Figure N°15 : Forme d'ondes des principales grandeurs d'un Hacheur série pour une charge R-L-E<sub>c</sub>  
Conduction discontinue

**II-3-2-5- Valeur moyenne du courant  $i(t)$ .**

On peut également calculer la valeur moyenne du courant puisque le graphe est un triangle on a :

$$IT = I_{MAX} \frac{\beta}{2} T \quad \text{avec} \quad I_{MAX} = \frac{E - E_C}{L} \alpha T \quad \Rightarrow \quad I = \frac{(E - E_C)}{2L} \alpha \beta T \quad \text{de plus on a} \quad \beta = \alpha \frac{E}{E_C}$$

$$\Rightarrow I = \frac{\alpha^2}{2L} E T \left( \frac{E}{E_C} - 1 \right)$$

Il est, alors intéressant de représenter le graphe de  $I = f(E_C)$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ .

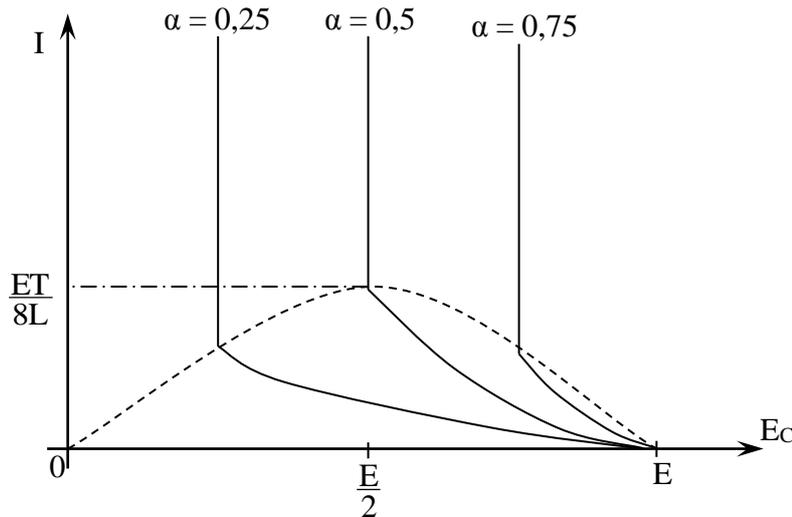


Figure N°16 : Graphe de  $I = f(E_C)$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ .

En régime discontinu, la courbe représentative est, une hyperbole qui passe par le point :  $I = 0$ ;  $E_C = E$ . Le régime passe de l'état discontinu à l'état continu pour  $\beta T = T$ , soit  $E_C = \alpha E$ .

Dans ces conditions, le courant  $I$  a pour valeur limite :  $I = \frac{\alpha^2}{2L} E T \left( \frac{E}{E_C} - 1 \right) = \frac{E_C T}{2L} \left( 1 - \frac{E_C}{E} \right)$

La courbe de ce courant limite est, une parabole qui est, représentée en pointillé. Cette parabole qui passe par les points  $E_C = E$  et  $E = 0$  a pour valeur maximale  $E_C = \frac{E}{2}$  (soit  $\alpha = 0,5$ ) et  $I_M = \frac{ET}{8L}$ .

### III- Hacheur parallèle ou élévateur de tension

#### III-1-Principe

Le hacheur parallèle permet de varier le courant fourni par une source de courant  $I$  dans un récepteur de tension  $U$ .

Ce hacheur est, constitué d'un interrupteur à ouverture commandée en parallèle avec le récepteur et d'un interrupteur à fermeture et ouverture spontanée entre la source et le récepteur.

#### III-2-Montage

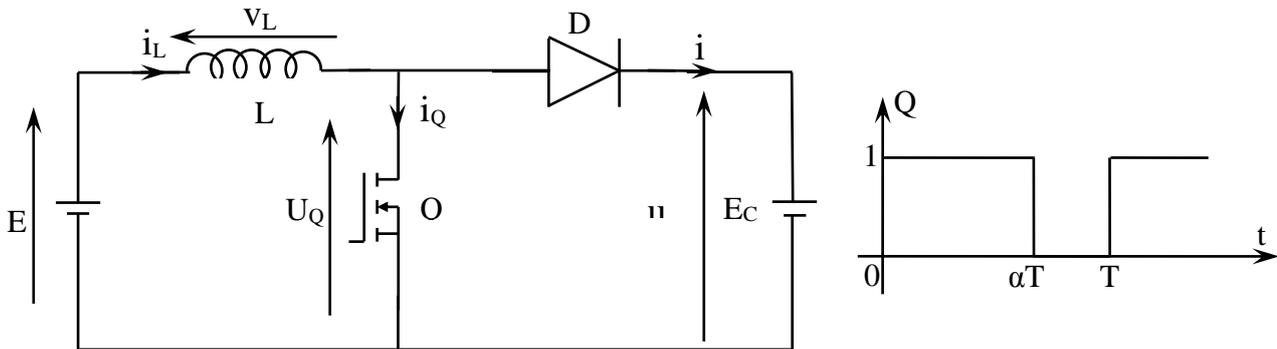


Figure N°17 : Schéma d'un Hacheur parallèle

Dans ce cas ,  $E$  est, une fém comme dans le cas précédent mais elle est, à présent en série avec une inductance  $L$  ( dans un premier temps on néglige sa résistance propre  $R$ ) donc une source de courant qui débite dans une source de tension  $E_C$  et que la diode  $D$  empêche tout retour de courant vers la source.

#### III-3-Etude d'un hacheur parallèle

##### III-3-1- Conduction continue

Généralement l'inductance  $L$  de la source de courant, à une valeur suffisamment élevée pour que la valeur moyenne  $I_L$  du courant  $i_L(t)$ , au dessous de laquelle la conduction devient discontinu, soit telle qu'elle rend  $RI_L$  négligeable par rapport à  $E$ .

##### III-3-1-1- Analyse du fonctionnement

Nous pouvons décomposer cette analyse en deux parties distinctes :

■ 1<sup>er</sup> cas :  $0 < t < \alpha T$  (  $Q$  fermé,  $D$  ouverte ).

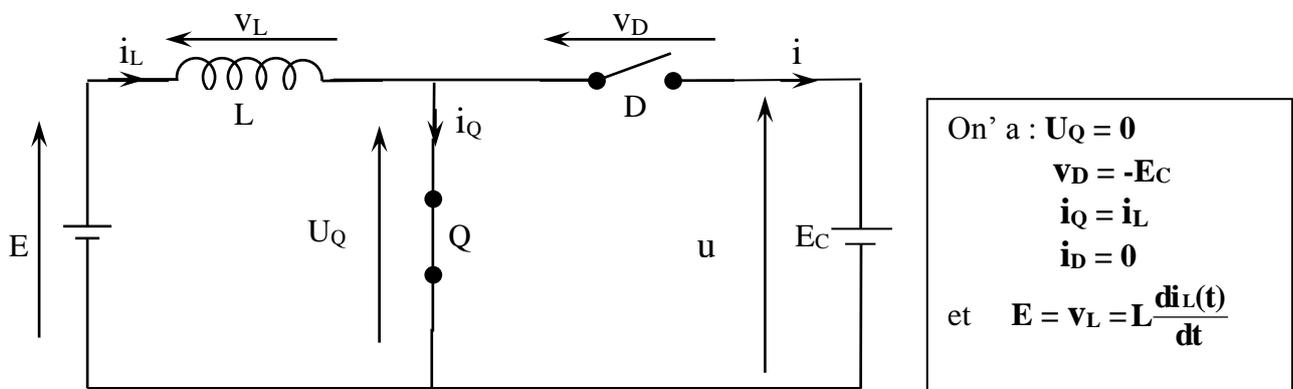


Figure N°18 : Schéma équivalent d'un Hacheur parallèle pour  $t \in [0, \alpha T]$

Déterminons le courant  $i_L(t)$  : on a  $E \gg Ri_L(t)$  donc  $E = L \frac{di_L(t)}{dt}$  avec  $i_L(0) = I_{L\text{MIN}}$  et  $i_L(\alpha T) = I_{L\text{MAX}}$

$$E = L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow di_L(t) = \frac{E}{L} dt \Rightarrow \int di_L(t) = \int \frac{E}{L} dt$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E}{L} t + K \quad \text{à } t = 0 \quad \text{on a } i_L(0) = I_{L\text{MIN}} = K$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E}{L} t + I_{L\text{MIN}}$$

calcul de  $I_{L\text{MAX}}$  ?

$$\text{à } t = \alpha T \quad \text{on a } i(\alpha T) = I_{L\text{MAX}} = \frac{E}{L} \alpha T + I_{L\text{MIN}} \quad \mathbf{I_{L\text{MAX}} = \frac{E}{L} \alpha T + I_{L\text{MIN}}}$$

■ 2<sup>er</sup> cas :  $\alpha T < t < T$  ( Q ouvert, D fermée ).

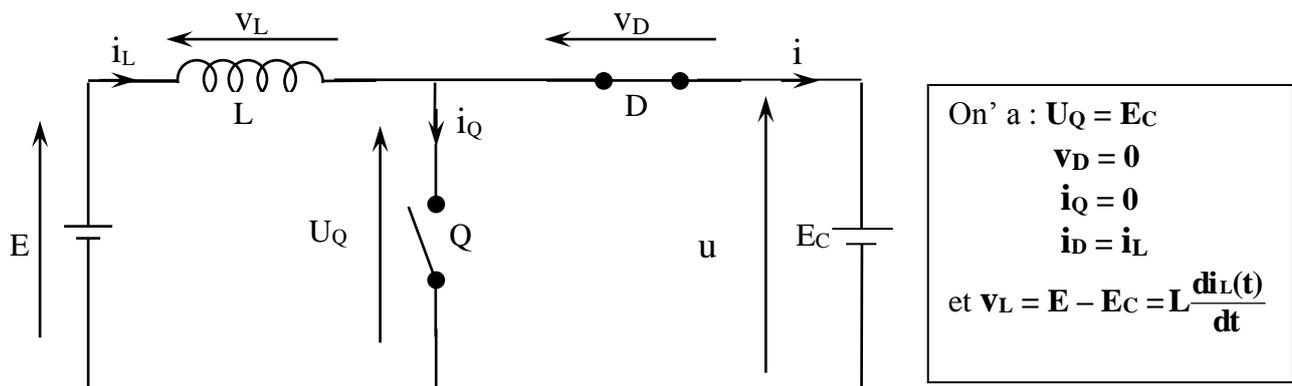


Figure N°19 : Schéma équivalent d'un Hacheur parallèle pour  $t \in [\alpha T, T]$

Déterminon le courant  $i_L(t)$  : on a  $E = E_C + L \frac{di_L(t)}{dt}$  avec  $i_L(\alpha T) = I_{L\text{MAX}}$  et  $i_L(T) = I_{L\text{MIN}}$

$$E = E_C + L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow E - E_C = L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow di_L(t) = \frac{E - E_C}{L} dt \Rightarrow \int di_L(t) = \int \frac{E - E_C}{L} dt$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E - E_C}{L} t + K$$

$$\text{à } t = \alpha T \quad \text{on a } i_L(\alpha T) = I_{L\text{MAX}} = \frac{E - E_C}{L} \alpha T + K \Rightarrow K = I_{L\text{MAX}} - \frac{E - E_C}{L} \alpha T$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E - E_C}{L} t + I_{L\text{MAX}} - \frac{E - E_C}{L} \alpha T \Rightarrow \mathbf{i_L(t) = \frac{E - E_C}{L} (t - \alpha T) + I_{L\text{MAX}}}$$

calcul de  $I_{L\text{MIN}}$  ?

$$\text{à } t = T \quad \text{on a } i_L(T) = I_{L\text{MIN}} = \frac{E - E_C}{L} T(1 - \alpha) + I_{L\text{MAX}} \Rightarrow \mathbf{I_{L\text{MIN}} = \frac{E - E_C}{L} T(1 - \alpha) + I_{L\text{MAX}}}$$

### III-3-1-2- Ondulation du courant dans l'inductance

Il est important, pour un hacheur parallèle, d'apprécier l'importance de l'ondulation du courant dans l'inductance.

$$\text{On a : } I_{L\text{MAX}} = \frac{E}{L} \alpha T + I_{L\text{MIN}} \quad \text{Donc on a } I_{L\text{MAX}} - I_{L\text{MIN}} = \frac{E}{L} \alpha T$$

$$\Rightarrow \Delta I_L = I_{L\text{MAX}} - I_{L\text{MIN}} = \frac{E}{L} \alpha T \quad \Rightarrow \quad \mathbf{\Delta I_L = \frac{E}{L f} \alpha}$$

### III-3-1-3- Forme d'ondes des principales grandeurs

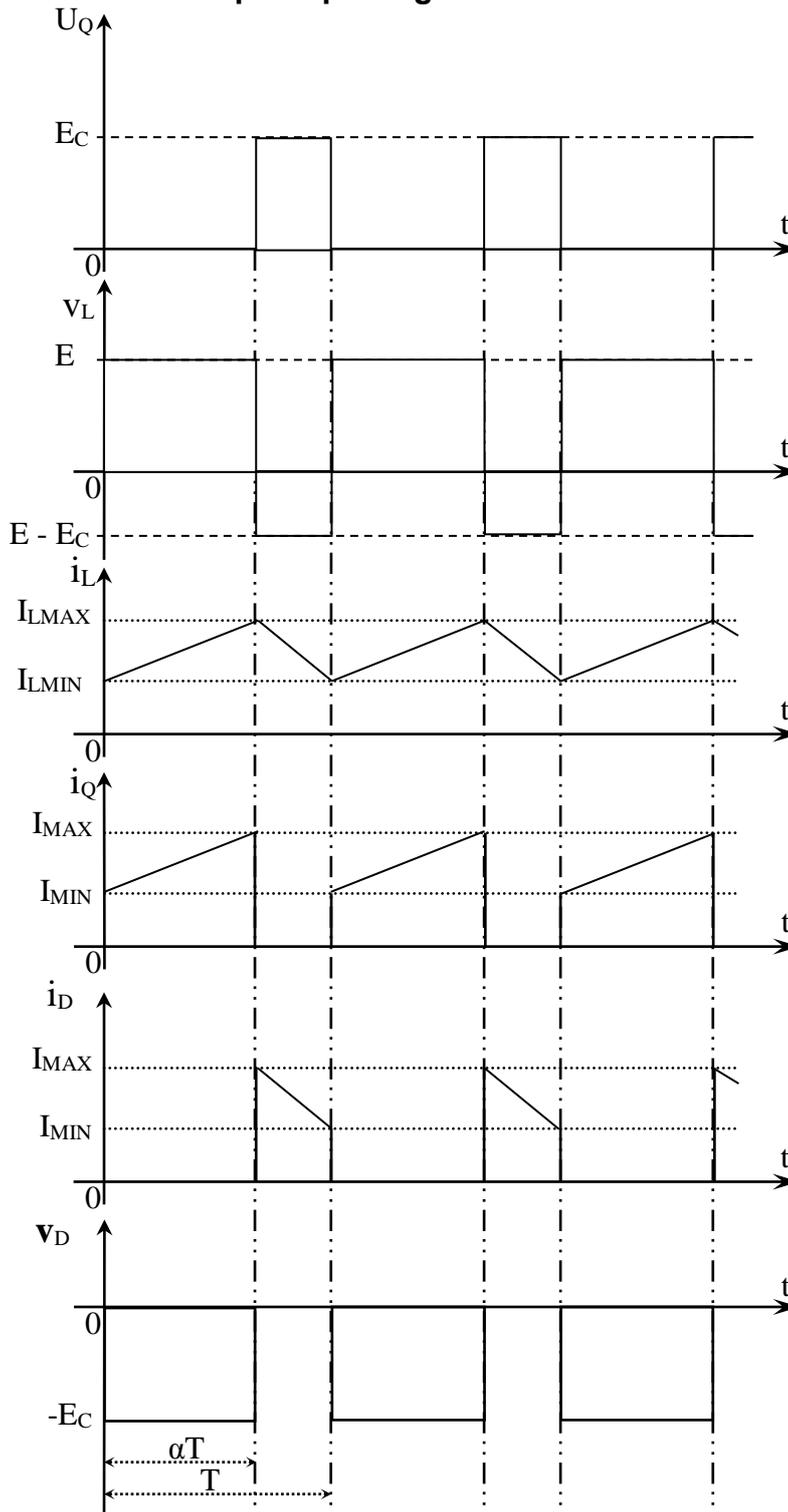


Figure N°20: Forme d'ondes des principales grandeurs d'un Hacheur parallèle  
(Conduction continue)

### III-3-1-4- Relation entre les tensions d'entrée et de sortie

En régime établi, la tension moyenne aux bornes de l'inductance est, nulle. Donc :

$$U_L = \frac{1}{T} \int_0^T u_L(t) dt = 0 = \frac{1}{T} [(E\alpha T) + (T - \alpha T)(E - E_C)] = (E\alpha) + (1 - \alpha)(E - E_C) = E\alpha + E - E_C - \alpha E + \alpha E_C = 0$$

$$E - E_C + \alpha E_C = 0 \Rightarrow E_C (1 - \alpha) = E \Rightarrow E_C = \frac{E}{(1 - \alpha)}$$

### III-3-1-5- Caractéristique statique réelle en conduction continue

Si on se place en conduction continu, il est, possible de voir, théoriquement du moins, que la tension de sortie tend vers 1. Cela pose un problème sur le plan physique : comment la tension peut-elle augmenter ainsi indéfiniment ? Il faut à ce stade tenir compte des éléments dissipatifs que l'on avait négligés jusqu'à présent. Si on tient compte de la résistance série  $R_L$  ( de l'inductance ) avec la résistance interne de la charge  $R_C$  on peut écrire en valeur moyenne:

$$E = R_L I_L + (E_C (1 - \alpha)) \quad \text{avec} \quad I_L = \frac{E_C}{R_C (1 - \alpha)}$$

$$\text{donc : } E = \frac{R_L}{R_C (1 - \alpha)} E_C + (1 - \alpha) E_C$$

$$\text{par suite : } \frac{E_C}{E} = \frac{1}{(1 - \alpha) \left[ 1 + \frac{R_L}{R_C (1 - \alpha)} \right]}$$

Cette fonction présente un maximum pour  $\alpha = 1 - \sqrt{\frac{R_C}{R_L}}$  et  $E_{C\text{MAX}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_C}{R_L}}$

On voit donc que la limitation en tension intervient par les imperfections du système. On obtient la caractéristique statique réelle en conduction continue suivante :

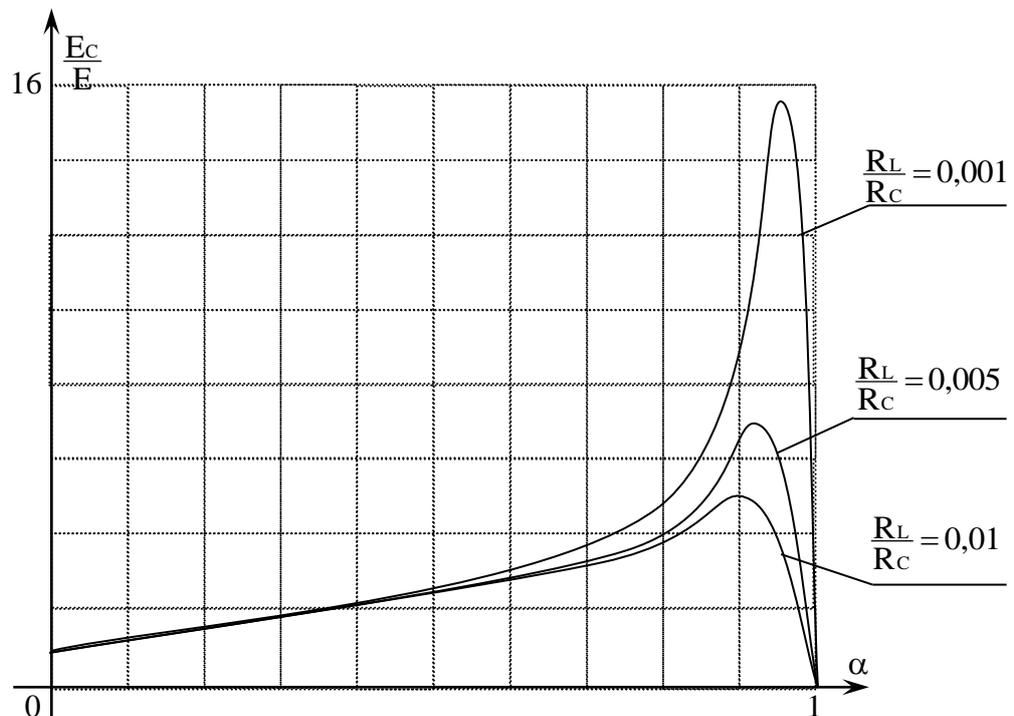


Figure N°21: Caractéristique statique réelle en conduction continue d'un Hacheur parallèle

La charge est, notée comme une f.c.m  $E_C$ , mais cette charge peut ne pas être une charge active et être réalisée avec une résistance  $R_C$  en parallèle avec un condensateur de capacité  $C$ . Si la valeur de  $C$  est, suffisamment grande, il sera possible de considérer la tension aux bornes de  $E_C$  comme constante.

### III-3-2- Frontière entre le mode continu et discontinu :

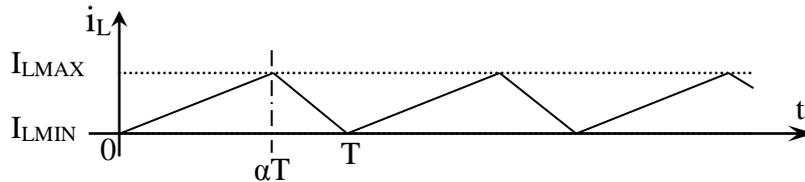
Lorsque le courant moyen  $I_L$  dans l'inductance  $L$  est, égal à la moitié de l'ondulation  $\Delta i_L$ , on atteint la limite de la conduction continue. On peut écrire pour le courant limite moyen dans  $L$

$$I_{LIM} = \frac{1}{2} \Delta i_L = \frac{1}{2} \frac{E T}{L} \alpha \quad \text{donc} \quad i_L(0) = i_L(T) = I_{LMIN} = 0$$

Sachant que le courant dans l'inductance est, identique au courant d'entrée, il est, possible de calculer la valeur moyen de sortie  $I_{LIM}$  à la limite de la conduction continue :

$$\text{on a } I_{LIM} = \frac{1}{2} (1 - \alpha) I_{MAX} \text{ et } I_{LMAX} = \frac{E}{L} \alpha T \Rightarrow I_{LIM} = \frac{E T}{2L} \alpha (1 - \alpha)$$

$$\text{on peut calculer } I_{LIM(MAX)} \text{ pour } \alpha = 0.5 \text{ donc } \Rightarrow I_{LIM(MAX)} = \frac{E T}{8L}$$



### III-3-3- Conduction discontinue :

La conduction est, discontinue si la valeur minimale  $I_{LMIN}$  du courant s'annule à chaque période à  $t = \beta T$  pour  $\beta T \in [\alpha T, T]$  ; soit  $i(\beta T) = 0$ .

#### III-3-3-1- Analyse de fonctionnement

Nous pouvons décomposer cette analyse en 3 parties distinctes :

##### ■ 1<sup>er</sup> cas : $0 < t < \alpha T$ ( Q fermé, D ouverte )

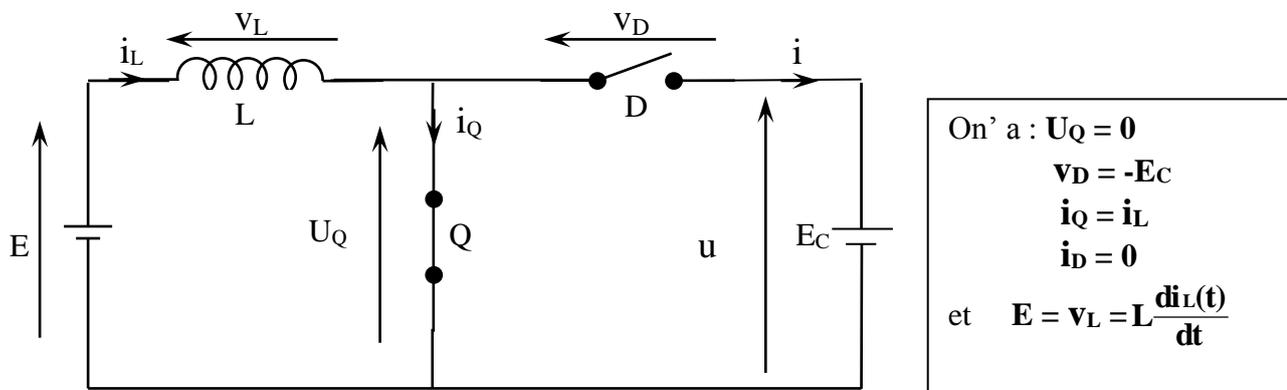


Figure N°22 : Schéma équivalent d'un Hacheur parallèle pour  $t \in [0, \alpha T]$

Déterminon le courant  $i_L(t)$  : on a  $E \gg R i_L(t)$  donc  $E = L \frac{di_L(t)}{dt}$  avec  $i_L(0) = I_{LMIN}$  et  $i_L(\alpha T) = I_{LMAX}$

$$E = L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow di_L(t) = \frac{E}{L} dt \Rightarrow \int di_L(t) = \int \frac{E}{L} dt$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E}{L} t + K \quad \text{à } t = 0 \quad \text{on a } i_L(0) = I_{LMIN} = K = 0$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E}{L} t$$

calcul de  $I_{LMAX}$  ?

$$\text{à } t = \alpha T \text{ on a } i(\alpha T) = I_{LMAX} = \frac{E}{L} \alpha T \quad I_{LMAX} = \frac{E}{L} \alpha T$$

■ 2<sup>er</sup> cas :  $\alpha T < t < \beta T$  ( Q ouvert, D fermée ).

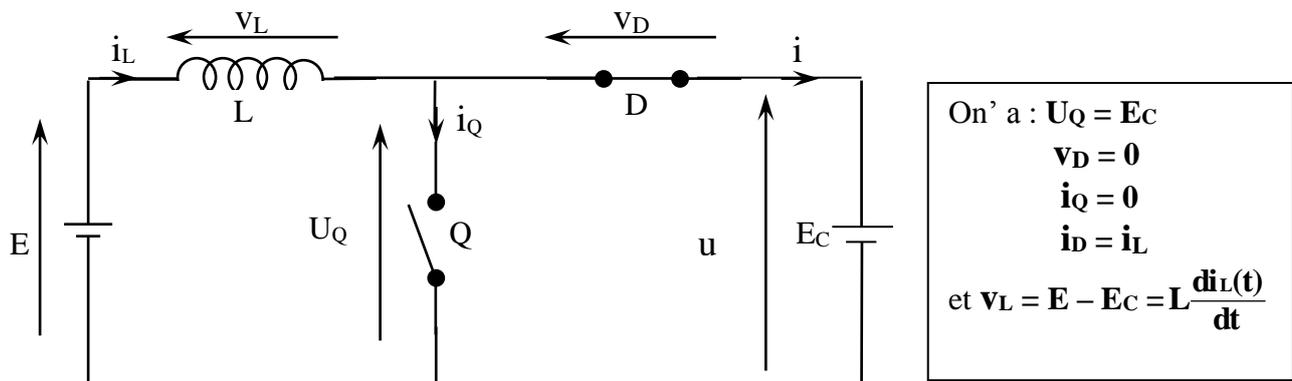


Figure N°23 : Schéma équivalent d'un Hacheur parallèle pour  $t \in [\alpha T, \beta T]$

Déterminons le courant  $i_L(t)$  : on a  $E = E_C + L \frac{di_L(t)}{dt}$  avec  $i_L(\alpha T) = I_{LMAX}$  et  $i_L(\beta T) = 0$

$$E = E_C + L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow E - E_C = L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow di_L(t) = \frac{E - E_C}{L} dt \Rightarrow \int di_L(t) = \int \frac{E - E_C}{L} dt$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E - E_C}{L} t + K$$

$$\text{à } t = \alpha T \text{ on a } i_L(\alpha T) = I_{LMAX} = \frac{E - E_C}{L} \alpha T + K \Rightarrow K = I_{LMAX} - \frac{E - E_C}{L} \alpha T$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E - E_C}{L} t + I_{LMAX} - \frac{E - E_C}{L} \alpha T \Rightarrow i_L(t) = \frac{E - E_C}{L} (t - \alpha T) + I_{LMAX}$$

calcul de  $I_{LMAX}$  ?

$$\text{à } t = \beta T \text{ on a } i_L(\beta T) = 0 = \frac{E - E_C}{L} T (\beta - \alpha) + I_{LMAX} \Rightarrow I_{LMAX} = \frac{E_C - E}{L} T (\beta - \alpha)$$

■ 3<sup>er</sup> cas :  $\beta T < t < T$  ( Q ouvert, D fermée )

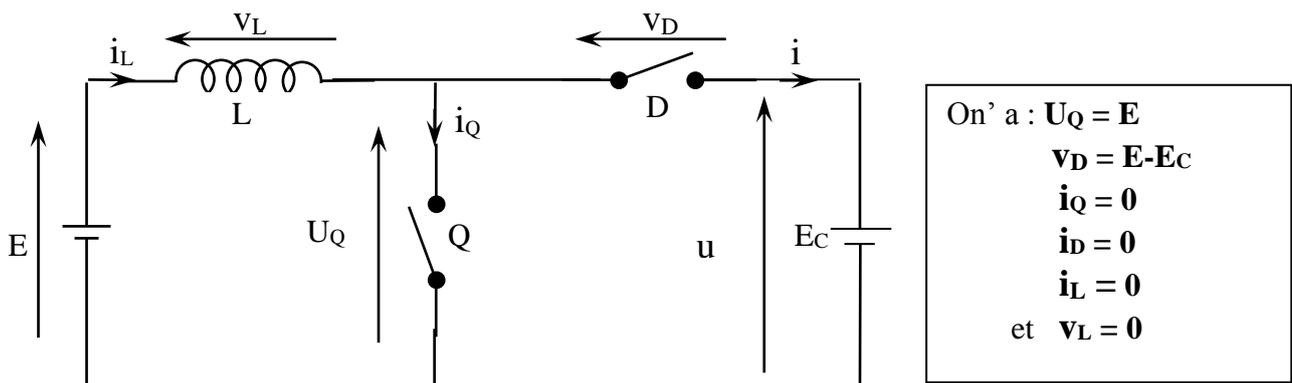


Figure N°24 : Schéma équivalent d'un Hacheur parallèle pour  $t \in [\beta T, T]$

### III-3-2-2- Relation entre les tensions d'entrée et de sortie

$$\text{On a } I_{MAX} = \frac{E_C - E}{L} T (\beta - \alpha) = \frac{E}{L} \alpha T \Rightarrow E_C \beta - E_C \alpha - E \beta + E \alpha = E \alpha \Rightarrow E_C (\beta - \alpha) = E \beta$$

$$\text{Donc } E_C = \frac{\beta}{\beta - \alpha} E \quad \text{et} \quad \beta = \alpha \frac{E_C}{E_C - E}$$

**III-3-2-3- Valeur moyenne du courant i(t).**

On peut également calculer la valeur moyenne du courant puisque le graphe est un triangle on a :

$$IT = I_{MAX} \frac{\beta}{2} T \quad \text{avec} \quad I_{MAX} = \frac{E_C - E}{L} T (\beta - \alpha) \Rightarrow I = \frac{(E_C - E)}{2L} T \beta (\beta - \alpha) \quad \text{de plus on a} \quad \beta = \alpha \frac{E_C}{E_C - E}$$

$$\Rightarrow I = \frac{(E_C - E) T}{2L} \alpha \frac{E_C}{E_C - E} \left( \alpha \frac{E_C}{E_C - E} - \alpha \right) \Rightarrow I = \frac{T}{2L} \alpha E_C \left( \frac{\alpha E}{E_C - E} \right) \Rightarrow I = \frac{T}{2L} \alpha \left( \frac{\alpha E}{1 - \frac{E}{E_C}} \right)$$

$$\Rightarrow I = \frac{\alpha^2}{2L} E T \left( \frac{1}{1 - \frac{E}{E_C}} \right)$$

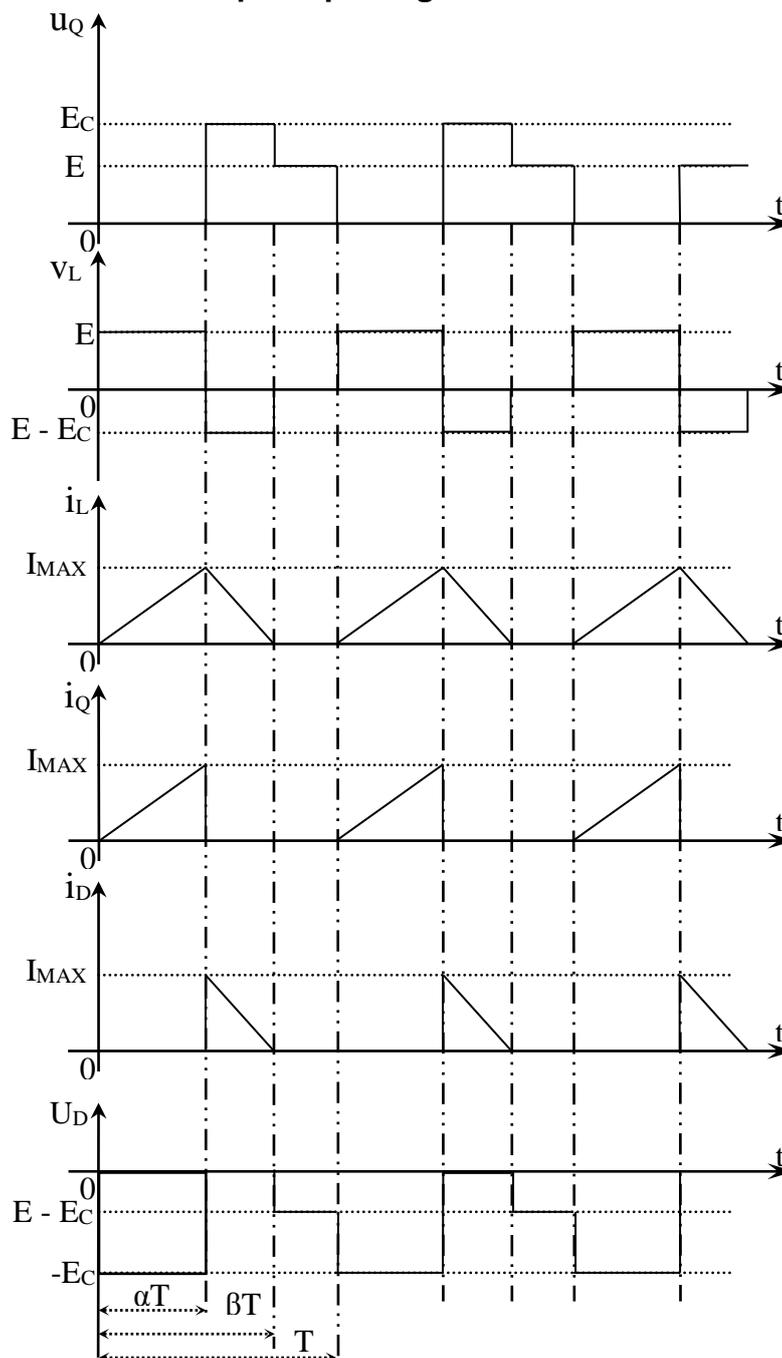
**III-3-2-4- Forme d'ondes des principales grandeurs**

Figure N°25 : Forme d'ondes des principales grandeurs d'un Hacheur parallèle Conduction discontinue

### III-3-2-5- Caractéristique statique avec tension d'entrée constante.

Il est, alors intéressant de représenter le graphe de  $\frac{E_C}{E} = f\left(\frac{I}{I_{LIM(MAX)}}\right)$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ .

$$\text{On a } I = \frac{\alpha^2}{2L} E T \left( \frac{1}{1 - \frac{E}{E_C}} \right) \text{ et } I_{LIM(MAX)} = \frac{ET}{8L} \Rightarrow \frac{E_C}{E} = \frac{4\alpha^2}{\frac{I}{I_{LIM(MAX)}}} + 1$$

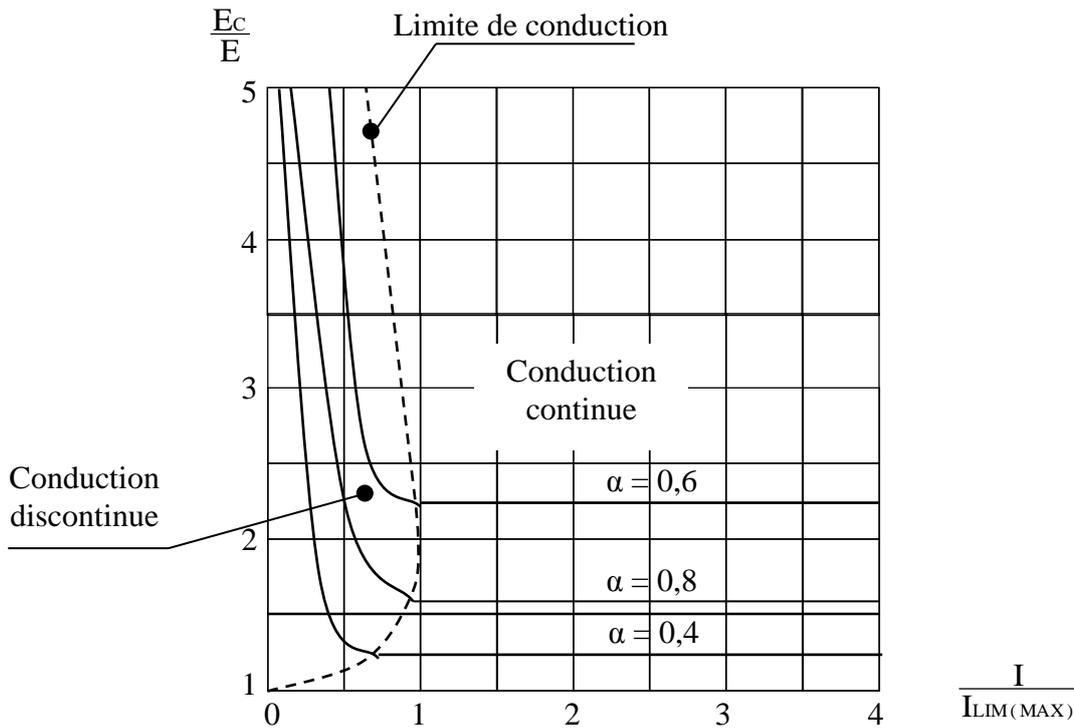


Figure N°26: Caractéristique statique avec tension d'entrée constante

## IV- Hacheur à accumulation d'énergie

### IV-1-Principe

Un autre type de hacheur survolteur peut être obtenu par une modification de la structure ; au lieu de partir de la configuration : source de tension + commutateur + source de courant, on intercale, entre les deux, un dispositif qui stocke temporairement l'énergie transférée ou une partie de celle-ci : source 1 + commutateur + élément de stockage + commutateur + source 2.

Cette structure permettra de réaliser une conversion indirecte d'énergie entre deux générateurs (ou sources) de même type.

### IV-2-Montage

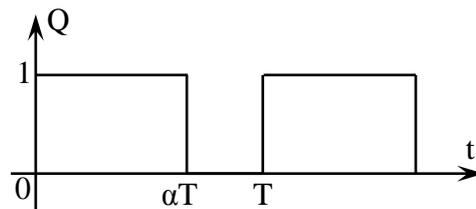
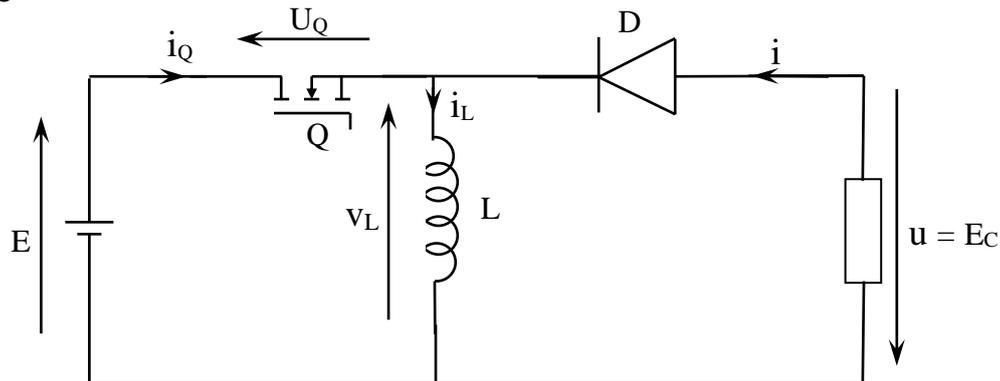


Figure N°27 : Schéma d'un Hacheur à accumulation

### IV-3-Etude d'un hacheur à accumulation d'énergie

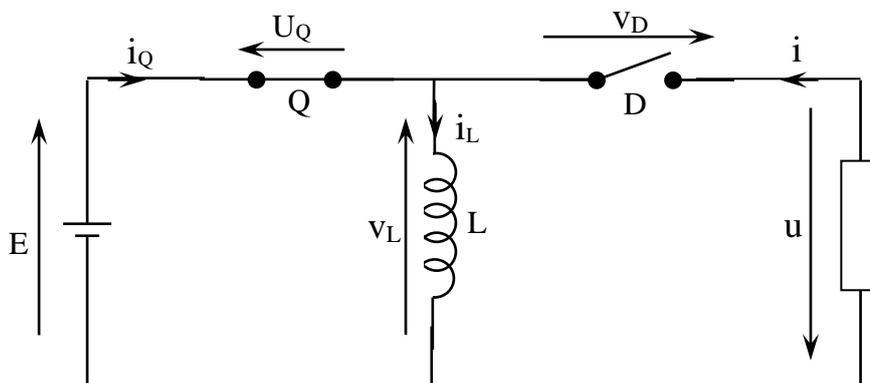
Comme dans ce qui précède, on étudie le système dans le cadre d'une approximation :

- La charge est, supposée être à tension constante  $u_{moy} = E_C$ .
- L'inductance de stockage L est, dépourvue de résistance (non-dissipation de l'énergie stockée).

#### IV-3-1- Analyse du fonctionnement

Les deux phases de fonctionnement sont :

■ 1<sup>er</sup> phase :  $0 < t < \alpha T$  ( Q fermé, D ouverte ).



On' a :  $U_Q = 0$   
 $v_D = - E_C - E$   
 $i_Q = i_L$   
 $i_D = 0$   
 et  $E = v_L = L \frac{di_L(t)}{dt}$

Figure N°28 : Schéma équivalent d'un Hacheur à accumulation pour  $t \in [0, \alpha T]$

Déterminons le courant  $i_L(t)$  : on a  $E \gg Ri_L(t)$  donc  $E = L \frac{di_L(t)}{dt}$  avec  $i_L(0) = I_{L\text{MIN}}$  et  $i_L(\alpha T) = I_{L\text{MAX}}$

$$E = L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow di_L(t) = \frac{E}{L} dt \Rightarrow \int di_L(t) = \int \frac{E}{L} dt$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E}{L} t + K \quad \text{à } t=0 \quad \text{on a } i_L(0) = I_{L\text{MIN}} = K$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E}{L} t + I_{L\text{MIN}}$$

calcul de  $I_{L\text{MAX}}$  ?

$$\text{à } t = \alpha T \quad \text{on a } i(\alpha T) = I_{L\text{MAX}} = \frac{E}{L} \alpha T + I_{L\text{MIN}} \quad I_{L\text{MAX}} = \frac{E}{L} \alpha T + I_{L\text{MIN}}$$

■ 2<sup>er</sup> cas :  $\alpha T < t < T$  ( Q ouvert, D fermée ).

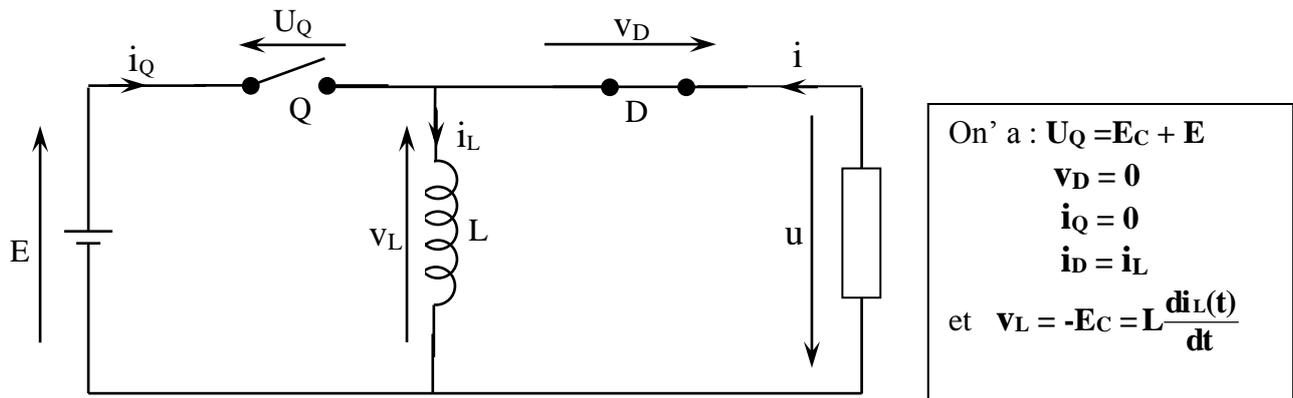


Figure N°29: Schéma équivalent d'un Hacheur à accumulation pour  $t \in [\alpha T, T]$

Déterminons le courant  $i_L(t)$  : on a  $E = E_C + L \frac{di_L(t)}{dt}$  avec  $i_L(\alpha T) = I_{L\text{MAX}}$  et  $i_L(T) = I_{L\text{MIN}}$

$$E = E_C + L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow E - E_C = L \frac{di_L(t)}{dt} \Rightarrow di_L(t) = \frac{E - E_C}{L} dt \Rightarrow \int di_L(t) = \int \frac{E - E_C}{L} dt$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E - E_C}{L} t + K$$

$$\text{à } t = \alpha T \quad \text{on a } i_L(\alpha T) = I_{L\text{MAX}} = \frac{E - E_C}{L} \alpha T + K \Rightarrow K = I_{L\text{MAX}} - \frac{E - E_C}{L} \alpha T$$

$$\text{donc } i_L(t) = \frac{E - E_C}{L} t + I_{L\text{MAX}} - \frac{E - E_C}{L} \alpha T \Rightarrow i_L(t) = \frac{E - E_C}{L} (t - \alpha T) + I_{L\text{MAX}}$$

calcul de  $I_{L\text{MIN}}$  ?

$$\text{à } t = T \quad \text{on a } i_L(T) = I_{L\text{MIN}} = \frac{E - E_C}{L} T(1 - \alpha) + I_{L\text{MAX}} \Rightarrow I_{L\text{MIN}} = \frac{E - E_C}{L} T(1 - \alpha) + I_{L\text{MAX}}$$

#### IV-3-2- Relation entre les tensions d'entrée et de sortie

En régime établi, la tension moyenne aux bornes de l'inductance est, nulle.

$$\text{Donc : } U_L = \frac{1}{T} \int_0^T u_L(t) dt = 0 = \frac{1}{T} [(E\alpha T) + (T - \alpha T)(-E_C)] = (E\alpha) + (1 - \alpha)(-E_C) = E\alpha - E_C + \alpha E_C = 0$$

$$\Rightarrow E_C(1 - \alpha) = \alpha E \Rightarrow \frac{E_C}{E} = \frac{\alpha}{(1 - \alpha)}$$

Si le rapport cyclique est, inférieur à 0,5 : abaisseur.

Si le rapport cyclique est, supérieur à 0,5 : élévateur.

## IV-3-3- Forme d'ondes des principales grandeurs

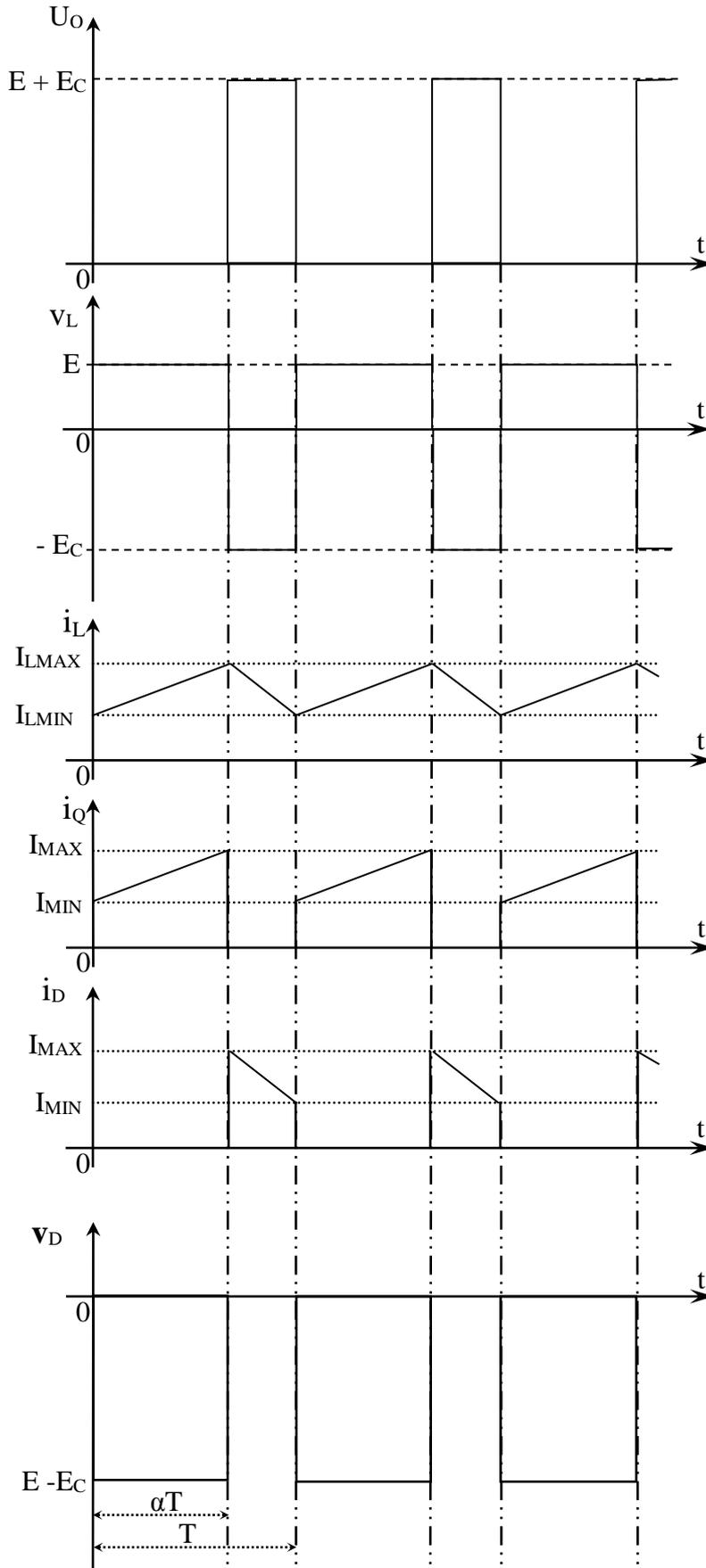


Figure N°30: Forme d'ondes des principales grandeurs d'un Hacheur à accumulation

## V- Transfert d'énergie et réversibilité

### V-1- Calcul de puissance

Dans les cas précédents hacheur série et hacheur parallèle la puissance moyenne disponible à la charge est, celle qui a été prise à la source, le rendement étant égal à un. Cette puissance varie avec le rapport cyclique  $\alpha$ .

Hacheur série :

$$\text{On a démontré que : } E_c = \alpha E \quad , \quad I_Q = \alpha \frac{I_{MAX} + I_{MIN}}{2} \quad \text{et} \quad I = \frac{I_{MAX} + I_{MIN}}{2} = \frac{I_Q}{\alpha}$$

$$\text{Donc la puissance moyenne prise à la source : } P_1 = E I_Q = E \alpha I = P_2$$

$$\text{Car } P_2 = E_c I = \alpha E I$$

Hacheur survolteur :

$$\text{On a démontré que : } E_c = \frac{E}{1-\alpha} \quad , \quad I_L = \frac{I_{MAX} + I_{MIN}}{2} \quad \text{et} \quad I = (1-\alpha) \frac{I_{MAX} + I_{MIN}}{2} = I_L (1-\alpha)$$

$$\text{Donc la puissance moyenne prise à la source : } P_1 = E I_L = E \frac{I}{1-\alpha} = P_2$$

$$\text{Car } P_2 = E_c I = \frac{E}{1-\alpha} I$$

Dans les deux cas les transferts d'énergie s'effectuent de la source vers la charge pour toute valeur du rapport cyclique.

Si on veut un transfert d'énergie en sens inverse il sera donc nécessaire d'associer deux structures du type précédent et en outre, d'adopter pour chacune d'elle une politique de gestion de la commande

### V-2- Hacheurs réversibles en courant

#### V-2-1- Montage

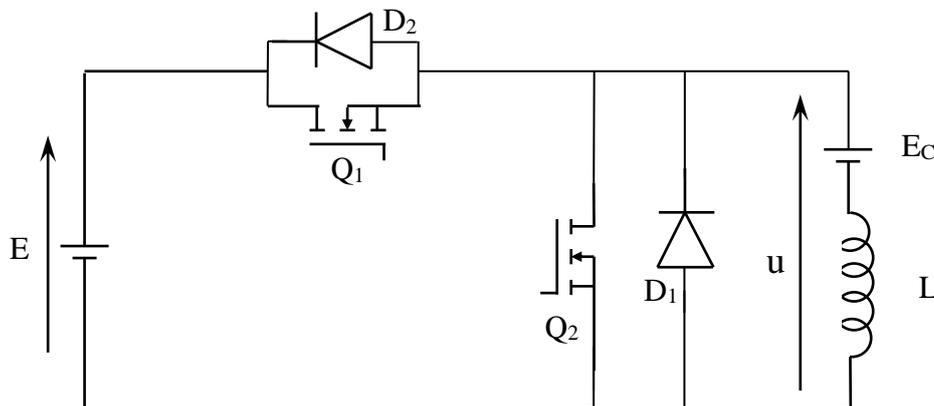


Figure N°31 : Schéma d'un Hacheur réversibles en courant

#### V-2-2-Etude d'un hacheur réversible en courant

On peut, sur cette structure, envisager différents types de fonctionnement :

■1<sup>er</sup> phase: Q<sub>1</sub> est commandé et Q<sub>2</sub> non commandé (ouvert), D<sub>1</sub> concernée et D<sub>2</sub> ne l'est, pas. C'est, le fonctionnement en hacheur série.

■2<sup>er</sup> phase: Q<sub>2</sub> est commandé et Q<sub>1</sub> non commandé (ouvert), D<sub>2</sub> concernée et D<sub>1</sub> ne l'est, pas. C'est, le fonctionnement en hacheur parallèle.

Ceci est, vrai dans les conditions suivantes:

- que la source E soit réversible en courant,
- que  $E_C$  joue convenablement son rôle de source et soit, elle aussi, réversible en courant.

On obtient alors un hacheur double, ou à deux interrupteurs, réversible en courant. Une telle structure est, bien adaptée pour la récupération d'énergie en vitesse variable dans le cas d'une machine à courant continu.

### V-3- Hacheurs réversibles en tension

#### V-3-1- Montage

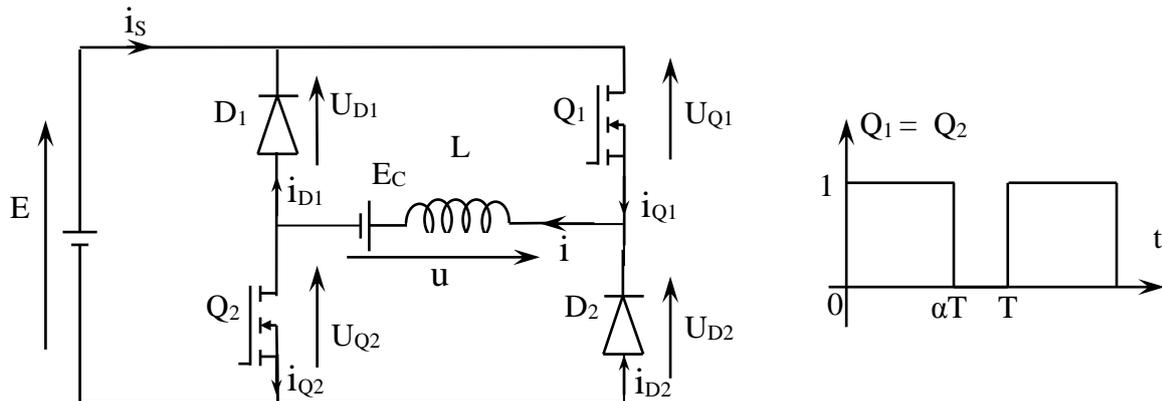


Figure N°32 : Schéma d'un Hacheur réversibles en tension

#### V-3-2-Etude d'un hacheur réversible en tension

On peut, sur cette structure, envisager différents types de fonctionnement :

- 1<sup>er</sup> phase  $0 < t < \alpha T$  :  $Q_1$  et  $Q_2$  sont commandés (fermés),  $D_1$  et  $D_2$  sont ouvertes. C'est, le fonctionnement en hacheur série.
- 2<sup>er</sup> phase  $\alpha T < t < T$  :  $Q_1$  et  $Q_2$  ne sont pas commandés (ouverts),  $D_1$  et  $D_2$  sont fermées. C'est, le fonctionnement en hacheur parallèle.

#### V-3-3- Relation entre les tensions d'entrée et de sortie

En régime établi, la tension moyenne aux bornes de l'inductance est, nulle.

$$\text{Donc : } U = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T} [(E\alpha T) + (T - \alpha T)(-E)] = (E\alpha) + (1 - \alpha)(-E) = E\alpha - E + \alpha E$$

$$\Rightarrow \quad \mathbf{U = E(2\alpha - 1)}$$

On a réversibilité en tension mais au prix d'une réversibilité en courant de la source

### V-3-4- Forme d'ondes des principales grandeurs

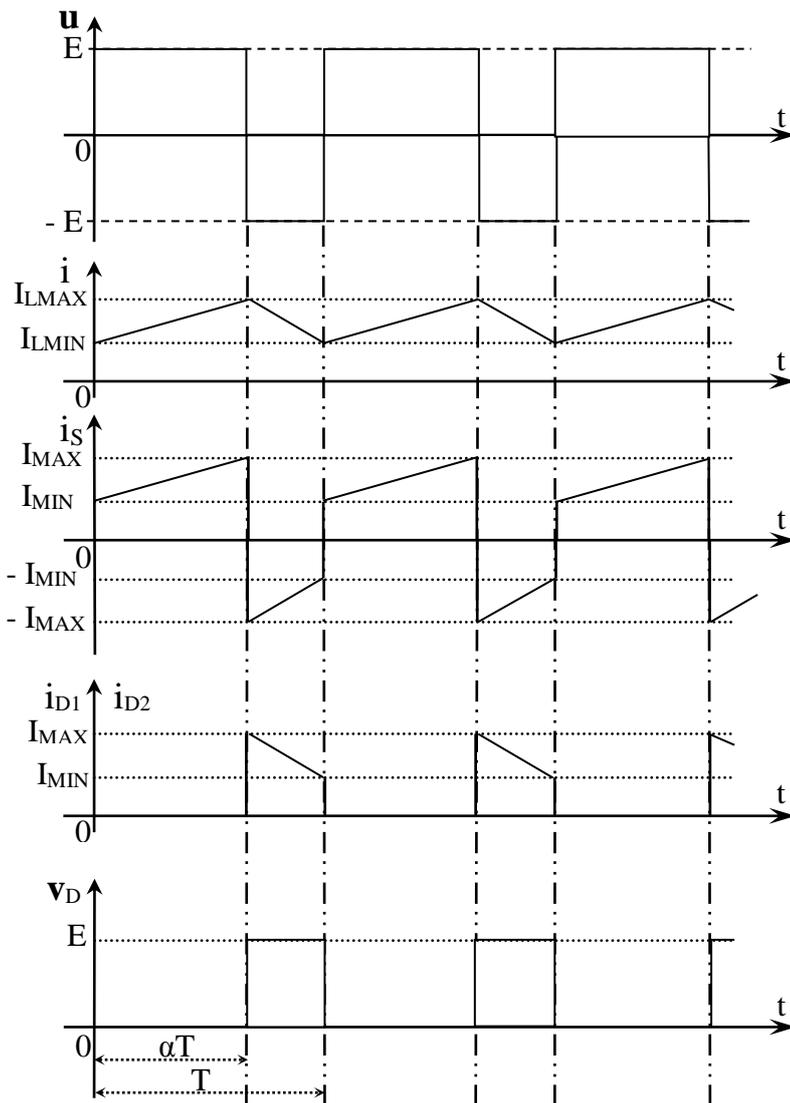


Figure N°33: Forme d'ondes des principales grandeurs d'un Hacheur réversible en tension

### VI- Hacheurs en H ou hacheurs à 4 interrupteurs

La structure la plus complète et la plus riche d'emploi est, à 4 interrupteurs ces derniers sont disposés de la façon suivante:

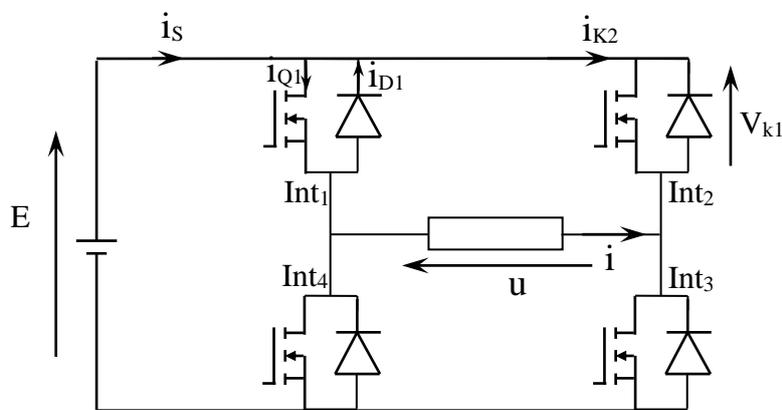


Figure N°34 : Schéma d'un Hacheur en H

Le transfert d'énergie s'effectue dans les deux sens avec une réversibilité en tension et une réversibilité en courant. Soit par exemple, une source de tension continue réversible en courant (batterie d'accumulateurs ou dispositif de récupération-dissipation associé à une source unidirectionnelle) et une charge qui serait, comme précédemment, une machine à courant continu.

Selon le mode de commande il sera possible de retrouver les différents types de fonctionnement possible des hacheurs (réversibilité en tension et réversibilité en courant).

### **Exemple : Commande complémentaire**

Les interrupteurs 1 et 2 sont couplés ainsi que les interrupteurs 3 et 4 et, en outre :

- quand 1 et 2 sont fermés 3 et 4 sont ouverts,
- quand 1 et 2 sont ouverts 3 et 4 sont fermés,

La période est,  $T$  et le rapport cyclique  $\alpha$ . Dans ces conditions, la tension aux bornes de la charge est,  $+E$  ou  $-E$  selon les intervalles et la valeur moyenne de  $u$  est :  $U = E (2\alpha - 1)$

Le fonctionnement de la charge peut être de courant positif (récepteur) ou négatif (générateur).

Dans ces conditions l'énergie échangée peut être dans les deux sens et de deux façons différentes : soit en tension (la valeur moyenne peut prendre deux valeurs numériques les mêmes en valeur absolue mais de signe différent), soit en courant (positif ou négatif). Les modes de fonctionnement réversibles de la machine à courant continue sont possibles.

Dans le cas où le courant dans la charge est, positif, comme c'est, indiqué dans la figure ci-dessus, la valeur moyenne du courant est  $I$  et celle de la source  $I_s = I (2\alpha - 1)$ .

## LES ONDULEURS AUTONOMES

### I- Introduction

Un onduleur autonome est un convertisseur statique continu-alternatif ; il permet d'obtenir une tension alternative réglable en fréquence et en valeur efficace à partir d'une tension continue donnée. Dans certaines conditions, un redresseur commandé peut envoyer de l'énergie d'une source continue à une source alternative : c'est le fonctionnement dit en onduleur non autonome ou assisté.

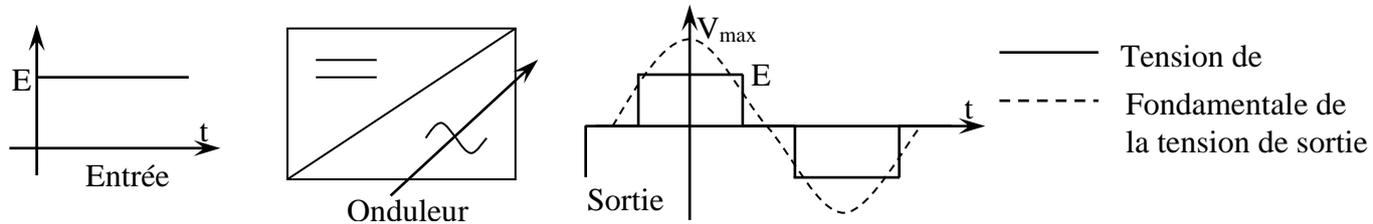


Figure N°2.1

La forme d'onde alternative de la tension de sortie est déterminée par le système (par différence avec les onduleurs autonomes). Selon la forme de cette tension de sortie, on classe les onduleurs en plusieurs catégories :

- ▶ Onduleur 2 états (tension en créneaux  $+U$ ,  $-U$ ) :  
La valeur efficace de la tension de sortie n'est pas réglable et dépend de la tension continue d'entrée.

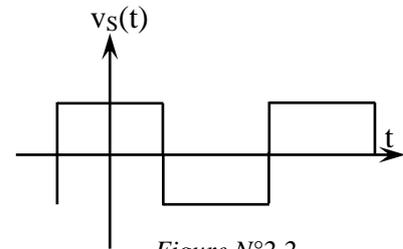


Figure N°2.2

- ▶ Onduleurs 3 états ( $+U$ ,  $0$ ,  $-U$ ) :  
La valeur efficace de la tension de sortie est réglable en agissant sur la durée du créneau.

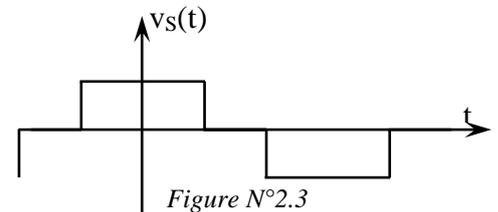


Figure N°2.3

- ▶ Onduleurs à modulation de largeur d'impulsions :  
MLI (Pulse Width Modulation: PWM): L'onde de sortie est avec train d'impulsions de largeur et d'espacement variables. Ceci permet de réduire le taux des harmoniques.  
On peut même obtenir une onde de sortie voisine de l'onde sinusoïdale.

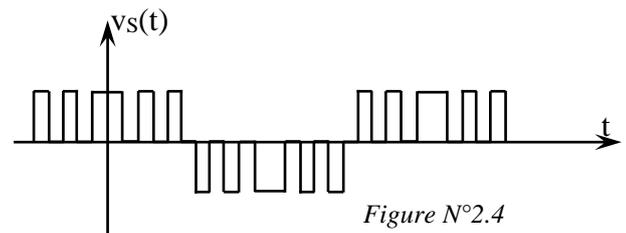


Figure N°2.4

- ▶ Onduleurs à tension de sortie en marche d'escalier :  
L'onde de sortie est constituée par la somme ou la différence de créneaux de largeur variable et sa forme générale se rapproche au mieux de la sinusoïde.  
L'un des problèmes de ce système est le nombre important d'éléments

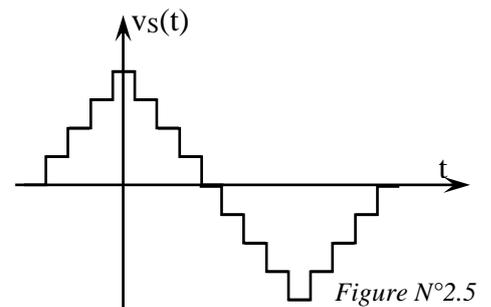


Figure N°2.5

### • Classification

Les montages onduleurs sont très nombreux en fonction de leurs applications, de leurs structures et de leurs commandes.

Nous pouvons classer les onduleurs suivant :

- **le nombre de phases de la charge** : nous distinguerons
  - ❖ les onduleurs monophasés
  - ❖ les onduleurs triphasés.
- **la nature de la source** :
  - ❖ **l'onduleur de tension** : alimenté par un générateur de tension continu, il impose par sa commande la tension  $u(t)$ ; la charge impose alors l'intensité  $i(t)$ .
  - ❖ **l'onduleur de courant** : alimenté par un générateur de courant continu, il impose par sa commande le courant  $i(t)$ ; la charge impose la tension  $u(t)$ .
- **la structure du convertisseur** : on trouve des structures en demi-pont, en pont, avec transformateur
- **la nature des interrupteurs** : interrupteurs commandés à l'ouverture et à la fermeture (transistor bipolaire, MOS ou IGBT, GTO), interrupteurs commandés à la fermeture (thyristors) avec blocage naturel ou forcé, interrupteurs commandés à l'ouverture (thyristor dual).
- **le mode de commande** : la forme de la grandeur imposée  $y(t) = u(t)$  ou  $i(t)$  peut être à deux niveaux  $\pm Y_0$ , à trois niveaux  $+ Y_0, 0, - Y_0$ , en marche d'escalier (plusieurs niveaux par alternance), à modulation de largeur d'impulsion (en abrégé MLI ou PWM pour Pulse Width Modulation)

### • Qualité du signal de sortie

Le spectre d'un signal rectangulaire inclut une onde fondamentale (rang  $n = 1$ , pulsation  $\omega_1$ ) et des ondes harmoniques (rang  $n > 1$ , pulsation  $\omega_n = n\omega_1$ ) d'amplitude plus ou moins importante. Dans ce qui suit, on compare les performances de chaque type d'onduleur au cas idéal (onde sinusoïdale pure de pulsation  $\omega_1$ ) en calculant le spectre du signal généré. On cherche à diminuer le plus possible l'amplitude des harmoniques de rang *faible* car :

- les harmoniques de rang élevé sont faciles à filtrer : un onduleur est toujours suivi d'un filtre passe-bas.
- sur charge inductive, ce sont les harmoniques de rang faible qui génèrent les courants les plus importants.

La qualité de l'onde de tension obtenue sera évaluée par le THD, ou taux d'harmonique ramené au fondamental (THD idéal = 0%).

On pourrait aussi calculer le THD du courant, mais celui-ci dépend également de la charge.

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} V_{n\text{eff}}^2}}{V_{1\text{eff}}}$$

### • Les onduleurs sont utilisés dans plusieurs applications industrielles :

- *Alimentation sans coupure* :

En temps normal, la batterie est maintenue en charge, mais l'énergie est fournie par le réseau via le redresseur et l'onduleur. En cas de défaut de réseau, l'énergie est fournie par la batterie via l'onduleur.

NB : assure également isolation galvanique et/ou CEM.

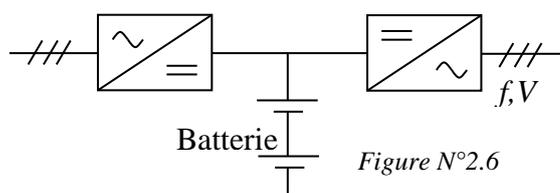


Figure N°2.6

- Alimentation des moteurs CA à  $f$  et  $V$  variables : (éventuellement réversible)

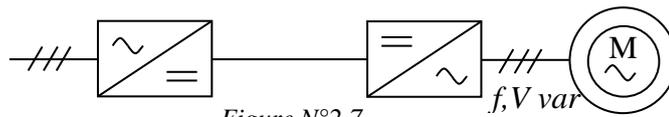


Figure N°2.7

- Alimentation de charges réactives (four, ...) : (ou onduleurs "à résonance").

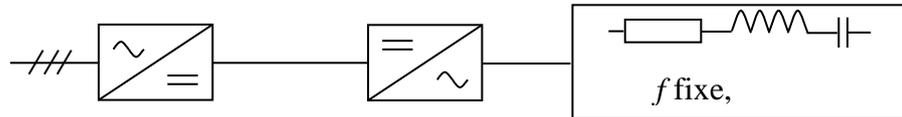


Figure N°2.8

## II- Principe de base en monophasé

Le principe de base consiste à connecter, alternativement dans un sens puis dans l'autre, une source continue (de tension ou de courant) à une charge de manière à lui imposer une alimentation (en tension ou courant) alternative. Les structures possibles sont : un pont d'interrupteurs électroniques (Fig.2.9 et Fig.2.10), un demi-pont d'interrupteurs électroniques (Fig.2. 11) nécessitant deux sources d'alimentation, ou une structure utilisant un transformateur à point milieu (Fig.3. 12) équivalente à deux charges.

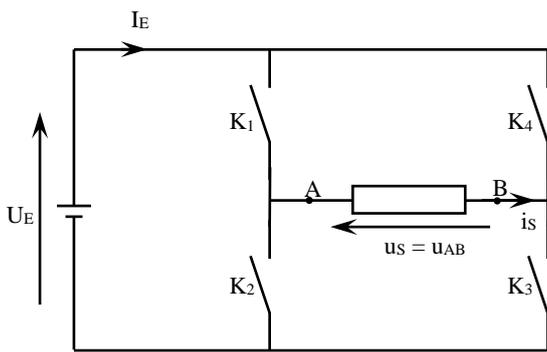


Figure N°2.9 : Principe d'un onduleur autonome en pont

Onduleur	Interrupteurs électroniques	Source continue d'alimentation	Charge alimentée en alternatif
de tension	bidirectionnels	Source de tension ou à capacité en parallèle.	La tension est imposée, le courant dépend de la charge.
de courant	unidirectionnels	Source de courant ou à inductance en série.	Le courant est imposé, la tension dépend de la charge.

Figure N°2.10 : Onduleurs de tension et de courant

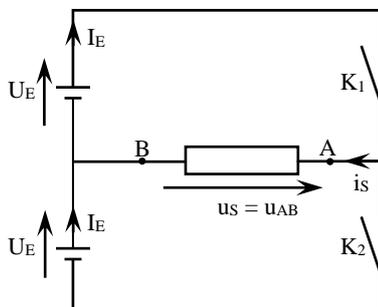


Figure N°2.11 : Principe d'un onduleur autonome en demi-pont

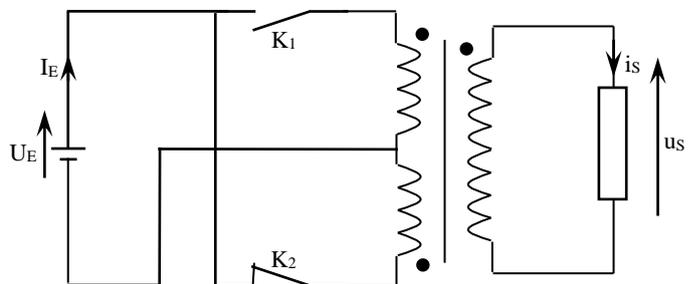


Figure N°2.12: Principe d'un onduleur autonome avec transformateur à point milieu

### III- Principe de fonctionnement des onduleurs de tension monophasés

On considère le montage onduleur autonome le plus simple : *montage à deux interrupteurs dont la commande est symétrique.*

► **Schéma du montage :**

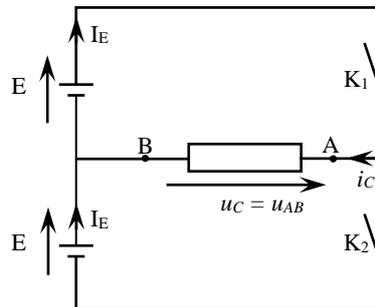


Figure N°2.13: Principe d'un onduleur autonome en demi-pont

$E$  sont deux sources de tension continue idéales identiques.

$K_1$  et  $K_2$  sont deux interrupteurs électroniques commandable à l'ouverture et à la fermeture.

On appelle  $u_c$ , tension aux bornes de la charge et  $i_c$ , intensité du courant dans la charge.

La commande est symétrique, cela signifie que pendant la moitié de la période de fonctionnement  $K_1$  est fermé et  $K_2$  est ouvert et pendant l'autre moitié de la période de fonctionnement  $K_1$  est ouvert et  $K_2$  est fermé.

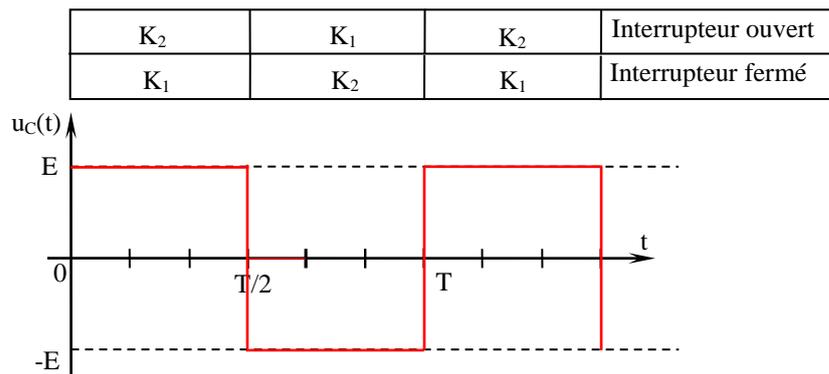


Figure N°2.14

Sur la première demi-période ( $0 < t < T/2$ ), l'interrupteur  $K_1$  est fermé et  $K_2$  est ouvert. Seule la branche du haut est utilisée. La tension  $E$  se recopie aux bornes de la charge.

Sur la deuxième demi-période ( $T/2 < t < T$ ), l'interrupteur  $K_2$  est fermé et  $K_1$  est ouvert. Seule la branche du bas est utilisée. La tension  $-E$  se recopie aux bornes de la charge.

**Ainsi : la tension aux bornes de la charge est alternative.**

### IV- Onduleur de tension monophasé à deux interrupteurs en série

#### IV-1- Onduleur de tension monophasé à deux interrupteurs débit sur charge résistive

##### IV-1- 1-Analyse du fonctionnement

On utilise le montage précédent. La charge est une résistance  $R$ .

### ► Observation des oscillogrammes :

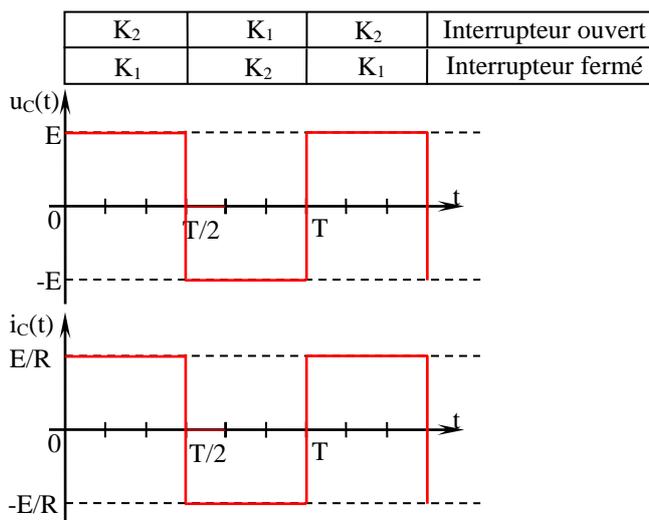


Figure N°2.15

Comme la charge est résistive, l'intensité du courant dans la charge a la même forme d'onde que la tension aux bornes de la charge.

Les interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$  doivent supporter une tension positive à leurs bornes lorsqu'ils sont ouverts et sont traversées par une intensité unidirectionnelle (positive pour  $K_1$  et négative pour  $K_2$ ) lorsqu'ils sont fermés. On peut donc réaliser  $K_1$  avec un transistor bipolaire *NPN* et  $K_2$  avec un transistor bipolaire *PNP*.

#### IV-1- 2- Grandeurs caractéristiques du montage

##### IV-1- 2-1- Période et fréquence

La période et la fréquence de la tension aux bornes de la charge et de l'intensité du courant qui parcourt la charge sont imposées par la commande des interrupteurs, il s'agit donc d'un onduleur *autonome*.

##### IV-1- 2-2- Valeur de moyenne de la tension aux bornes de la charge

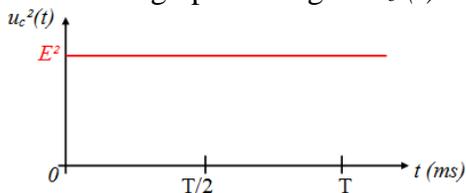
Le signal est alternatif : la valeur moyenne de la tension aux bornes de la charge est nulle.

##### IV-1- 2-3- Valeur efficace de la tension aux bornes de la charge

On la détermine par la méthode des aires en résolvant l'équation  $U_c = \langle u_c^2 \rangle$

Pour cela, le problème est découpé en 3 étapes :

- On trace le graphe du signal  $u_c^2(t)$  :



- On détermine la valeur moyenne de  $u_c^2(t)$  :  
 $\langle u_c^2(t) \rangle = E^2$
- On prend la racine carrée du résultat précédent :  
 $U_c = \langle u_c^2 \rangle = E^2$   
 $U_c = E$

Remarque : la valeur efficace de la tension aux bornes de la charge est fixe.

## IV-2- Onduleur de tension monophasé à deux interrupteurs débit sur charge inductive

### IV-2- 1- Structure des interrupteurs

La charge inductive implique un déphasage entre la tension et le courant pour la charge. Ainsi  $u_c$  et  $i_c$  ne passe pas par 0 aux mêmes instants. Par conséquent, le courant dans les interrupteurs sera bidirectionnels (tantôt positifs, tantôt négatifs). Il faudra adapter la structure des interrupteurs afin que ceux-ci acceptent le double sens de parcours du courant. Pour cela, on place une diode en antiparallèle du transistor pour chacun des interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$ .

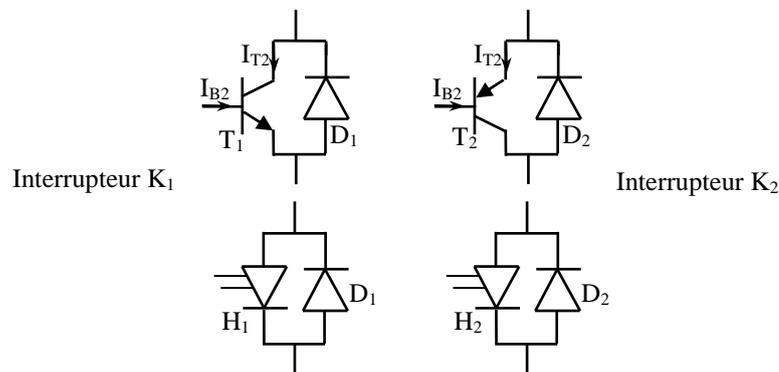


Figure N°2.16

Les interrupteurs sont constitués d'un interrupteur électronique commandable à l'ouverture et à la fermeture (comme un transistor bipolaire, schéma ci-contre) et une diode en antiparallèle. L'état de l'interrupteur est déterminé par le circuit de commande (généralement non représenté sur le schéma).

En effet lorsque le transistor est commandé à la fermeture, il ne contrôle plus le courant et peut être traversé par un courant inverse; le fonctionnement inversé du transistor avec un faible gain peut être dangereux.

On peut éviter la conduction inverse en plaçant une diode  $D_s$  en série avec le transistor. Cette diode a l'inconvénient d'augmenter la chute de tension dans l'interrupteur donc les pertes de conduction.

On peut aussi polariser négativement la base de  $T_r$  tant que le courant  $i$  est négatif pour forcer son blocage mais cela complique la commande car on doit détecter les passages à zéro de  $i$  pour débloquer  $T_r$ . Si on utilise un transistor MOS, cet interrupteur possède une diode de structure intégrée; cette diode peut être utilisée pour conduire le courant négatif mais cette diode est de mauvaise qualité en commutation. En basse fréquence, la diode de structure peut être utilisée à condition de ralentir la commutation du MOS; en haute fréquence, cette diode doit être neutralisée en plaçant une diode en série avec le MOS et une diode rapide tête-bêche suivant un montage identique à celui de la *figure N°2.16* précédente.

Pour les fortes puissances et une fréquence maximale de l'ordre de  $1\text{ kHz}$ , on peut utiliser un thyristor *GTO*.

Dans tous les cas, afin d'éviter une conduction simultanée de  $K_1$  et  $K_2$  on doit réaliser l'emboîtement des commandes. Lorsqu'on commande le blocage de  $K_1$ , on ne doit pas débloquer simultanément  $K_2$ ; on doit attendre le blocage effectif de  $K_1$  et commander  $K_2$  au bout d'un temps supérieur au temps de blocage  $t_{off}$ .

## IV-2- 2- Analyse du fonctionnement et observation des oscillogrammes

### ► Schéma du montage :

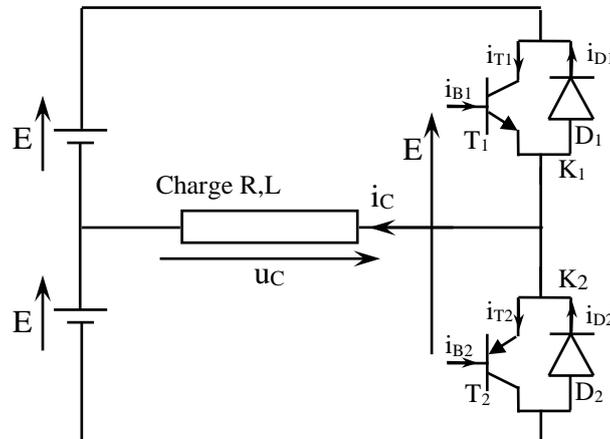


Figure N°2.17 : Schéma de principe de l'onduleur de tension monophasé à deux interrupteurs débit sur charge inductive

### ► Analyse du fonctionnement :

La commande des interrupteurs impose un fonctionnement périodique de période  $T$  réglable. Pendant la première demi-période ( $0 \leq t < T/2$ ), la commande impose  $K_1$  fermé et  $K_2$  ouvert. Pendant la deuxième demi-période ( $T/2 \leq t < T$ ), la commande impose  $K_1$  ouvert et  $K_2$  fermé.

- Pour  $0 \leq t < T/2$  :  $K_1$  fermé et  $K_2$  ouvert donc  $u_c = E$ . La tension aux bornes de la charge est *positive*. Le courant circule soit par  $T_1$  soit par  $D_1$  suivant le signe de celui-ci. Le courant dans la charge  $i_c$  s'annule à l'instant  $t_1$ .
  - Pour  $0 \leq t < t_1$  : le courant dans la charge est négatif  $i_c < 0$ .  
Le courant circule par la diode  $D_1$  :  $i_{D1} = -i_c$ . Le transistor  $T_1$  ne conduit pas.  
La puissance instantanée  $p = u_c \cdot i_c < 0$  : il y a transfert d'énergie de la charge vers la source de tension. **Il s'agit d'une phase de récupération.**
  - Pour  $t_1 \leq t < T/2$  : le courant dans la charge est positif  $i_c \geq 0$ .  
Le courant circule par le transistor  $T_1$  :  $i_{T1} = i_c$ . La diode  $D_1$  est bloquée.  
La puissance instantanée  $p = u_c \cdot i_c \geq 0$  : il y a transfert d'énergie de la source vers la charge. **Il s'agit d'une phase d'alimentation.**
- Pour  $T/2 \leq t < T$  :  $K_2$  fermé et  $K_1$  ouvert donc  $u_c = -E$ . La tension aux bornes de la charge est *négative*. Le courant circule soit par  $T_2$  soit par  $D_2$  suivant le signe de celui-ci. Le courant dans la charge  $i_c$  s'annule à l'instant  $t_2$ .
  - Pour  $T/2 \leq t < t_2$  : le courant dans la charge est positif  $i_c > 0$ .  
Le courant circule par la diode  $D_2$  :  $i_{D2} = i_c$ . Le transistor  $T_2$  ne conduit pas.  
La puissance instantanée  $p = u_c \cdot i_c < 0$  : il y a transfert d'énergie de la charge vers la source de tension. **Il s'agit d'une phase de récupération.**
  - Pour  $t_2 \leq t < T$  : le courant dans la charge est négatif  $i_c \leq 0$ .  
Le courant circule par le transistor  $T_2$  :  $i_{T2} = -i_c$ . La diode  $D_2$  est bloquée.  
La puissance instantanée  $p = u_c \cdot i_c \geq 0$  : il y a transfert d'énergie de la source vers la charge. **Il s'agit d'une phase d'alimentation.**

► Onduleur monophasé à deux interrupteurs en débit sur charge inductive : observation des oscillogrammes

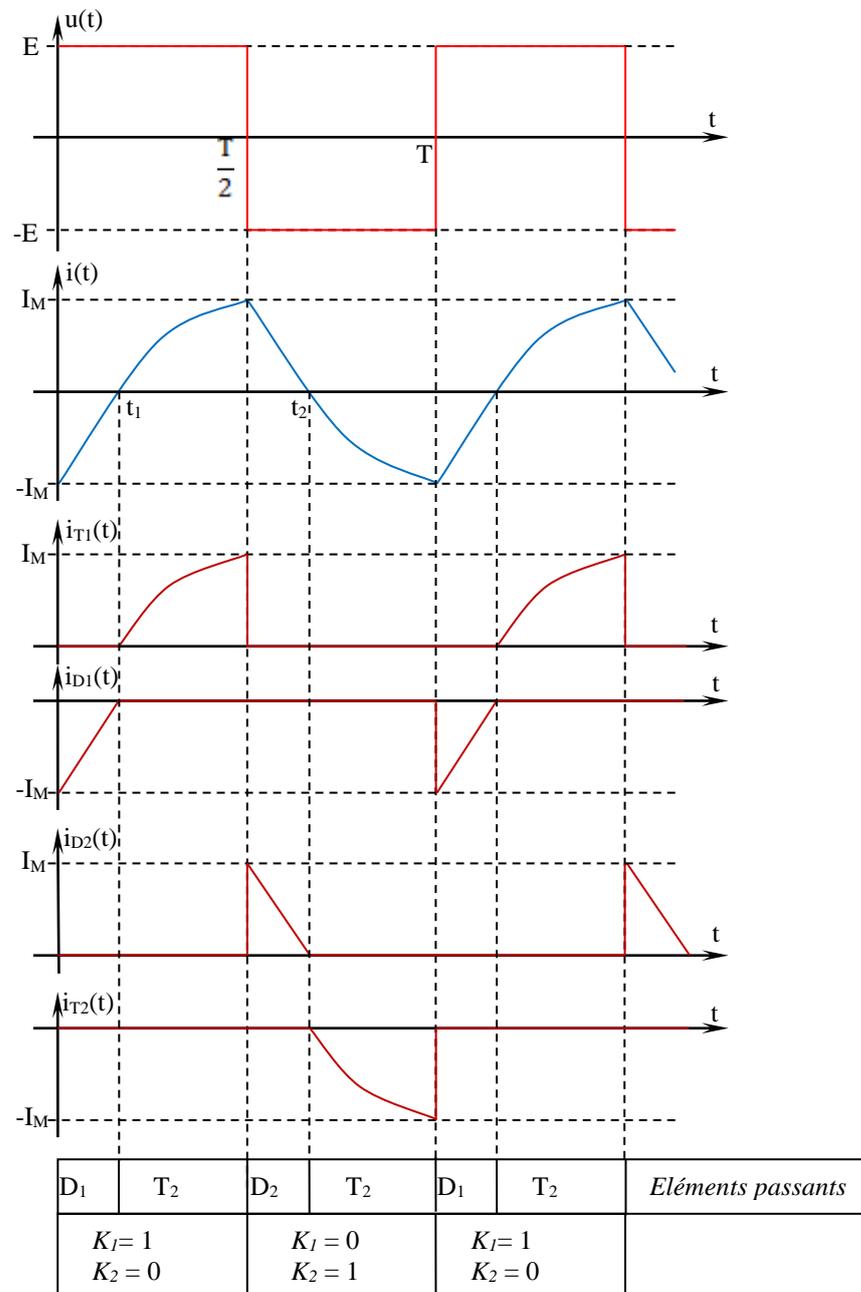


Figure N°2.18: oscillogrammes d'onduleur monophasé à deux interrupteurs en débit sur charge

#### IV-2- 3- Grandeurs caractéristiques du montage

Période et fréquence : imposées par la commande et réglable indépendamment de la charge.

Valeur moyenne de la tension et de l'intensité pour la charge : nulles, les signaux sont alternatifs.

Valeur efficace de la tension aux bornes de la charge : le signal est le même que celui obtenu en charge résistive donc  $U_c = E$ . Cette valeur efficace est fixe.

Remarque :

- ◆ Les sources de tension continue doivent accepter de fournir de la puissance comme d'en recevoir, elles doivent être réversibles en courant. Il faut donc utiliser des batteries ou des alimentations couplées en parallèle avec des condensateurs. Le plus souvent on utilise une seule source de tension continue de valeur  $2.E$  et un diviseur capacitif.

Exemple pratique d'un diviseur :

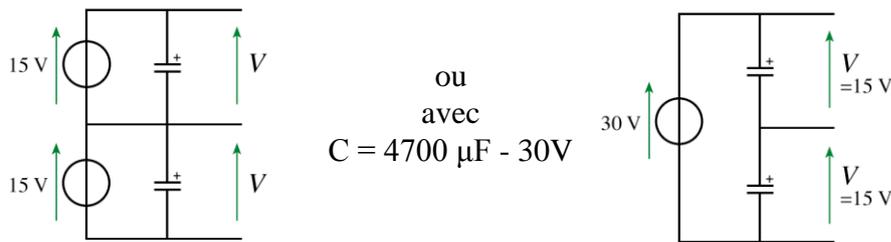


Figure N°2.19: Principe d'un diviseur capacitif

## V- Onduleur de tension monophasé à deux interrupteurs en parallèle

Ce montage nécessite un transformateur à point milieu entre la source et la charge. Les interrupteurs  $K'$  et  $K$  sont des thyristors ou des transistors.

Considérons un transformateur d'alimentation à double secondaire. Un transformateur étant réversible, on peut alimenter les deux secondaires en alternatif et en opposition de phase, on obtiendra alors une tension alternative en sortie. Le schéma de principe est donné ci-dessous:

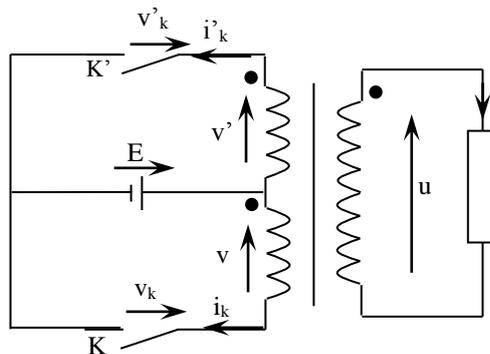


Figure N°2.20: Principe d'un onduleur autonome avec transformateur à point milieu

Le transformateur est supposé parfait; chaque demi primaire a  $n_1$  spires et le secondaire a  $n_2$  spires; nous en déduisons, en posant  $m = n_2/n_1$ ,  $v = v'$  et  $u = m.v$ ,  $i_k - i'_k = m.i$ .

- ▶ De  $0$  à  $T/2$ ,  $K$  est fermé et  $K'$  ouvert; nous en déduisons  $v_k=0$  donc  $v = E$  et  $u = m.E$ ;  $v' = E$  donc  $v'_k = 2.E$ ;  $i'_k = 0$  donc  $i_k = m.i$ .
- ▶ De  $T/2$  à  $T$ ,  $K$  est ouvert et  $K'$  fermé;  $v'_k=0$  donc  $v' = v = -E$  et  $v_k = 2.E$ ;  $i_k = 0$  donc  $i'_k = -m.i$ .

Les grandeurs ont la même allure que pour l'onduleur en demi-pont, seules les amplitudes diffèrent :

- ◆  $u$  est un créneau symétrique d'amplitude  $m.E$
- ◆ l'intensité  $i_k$  est égale à  $m.i$  de  $0$  à  $T/2$  et à  $0$  de  $T/2$  à  $T$
- ◆ le courant dans la source de tension est égal à  $m.i$  de  $0$  à  $T/2$  et à  $-m.i$  de  $T/2$  à  $T$ . Sa valeur moyenne est le double de celle calculée pour l'onduleur en demi-pont soit  $2.m.I_{max} \cos \varphi / \pi$ .
- ◆ la tension est égale à  $2.E$  aux bornes de  $K$  ou  $K'$  lorsqu'ils sont bloqués.

Le calcul réel du courant et le choix des interrupteurs se fait comme pour le montage en demi-pont.

## VI- Onduleur de tension monophasé en pont (quatre interrupteurs)

Un onduleur monophasé de tension en pont (*Fig. 21*) nécessite des interrupteurs électroniques bidirectionnels (diode en antiparallèle sur interrupteur unidirectionnel) car le courant  $i_s$  est décalé par rapport à la tension  $u_s$ . On utilise le symbole d'un interrupteur unidirectionnel en courant commandable à l'ouverture et à la fermeture.

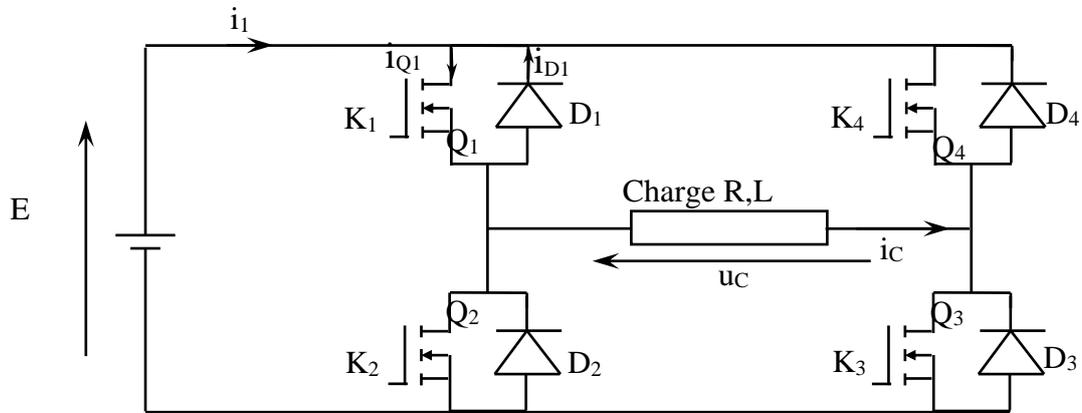


Figure N°2.21 : Schéma de principe de l'onduleur en Pont

- ◆ Le montage est constitué de deux bras d'onduleur: le bras A constitué de  $K_1$  et  $K_2$ , le bras B constitué de  $K_4$  et  $K_3$ .
- ◆ La source est un générateur de tension continue réversible en courant.
- ◆ Les interrupteurs  $Q_1$ ,  $Q_2$ ,  $Q_3$  et  $Q_4$  sont des interrupteurs commandable à l'ouverture et à la fermeture.  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  et  $D_4$  sont des diodes supposées idéales.
- ◆ Si on considère A,  $K_1$ ,  $K_2$ , B,  $K_4$ ,  $K_3$  comme des variables logiques (fonctionnement en soupapes), on obtient les équations logiques suivantes:
 

o Soupape $K_i$	$K_i=0 \Rightarrow$ Transistor bloqué	$K_i=1 \Rightarrow$ Transistor saturé
o Bras A	$A=0 \Rightarrow K_1=0, K_2=1$	$A=1 \Rightarrow K_1=1, K_2=0$
o Bras B	$B=0 \Rightarrow K_3=1, K_4=0$	$B=1 \Rightarrow K_3=0, K_4=1$

### VI-1- Etude du fonctionnement de la partie puissance

#### VI-1-1- Commande Pleine Onde:

Dans cette commande,  $K_1$  et  $K_3$  sont commandés en même temps, saturés pendant l'alternance positive et bloqués pendant l'alternance négative. De même pour  $K_2$  et  $K_4$ , bloqués pendant l'alternance positive et saturés pendant l'alternance négative.

En reprenant les notations ci-dessus, on peut écrire:  $S = A = \overline{B} = K_1 = \overline{K_2} = K_3 = \overline{K_4}$ , où  $S$  est le signal de synchronisation. On obtient le chronogramme de commande ci-dessous.

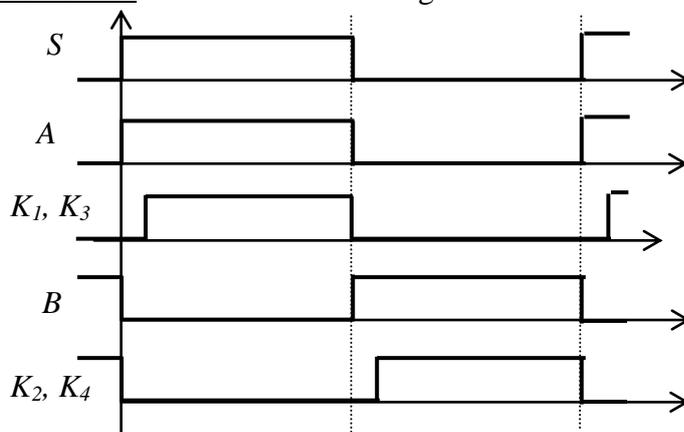


Figure N°2.22 : Chronogramme de commande.

- On remarque que  $A = \overline{B}$ , c'est une commande complémentaire.
- On remarquera, en début d'alternance un temps mort (retard à la saturation des transistors) permettant au transistor conduisant précédemment de se bloquer.
- On remarquera que ce sont les blocages des transistors qui délimitent les alternances.

### ► Analyse du fonctionnement

La commande des interrupteurs impose un fonctionnement périodique de période  $T$  réglable.

Pendant la première demi-période ( $0 \leq t < T/2$ ), la commande impose  $K_1$  et  $K_3$  fermé,  $K_2$  et  $K_4$  ouvert.

Pendant la deuxième demi-période ( $T/2 \leq t < T$ ), la commande impose  $K_1$  et  $K_3$  ouvert et  $K_2$  et  $K_4$  fermé.

Chaque alternance débute par une phase de restitution et se termine par une phase d'accumulation.

\*Pour  $0 \leq t < T/2$  :  $K_1$  et  $K_3$  fermés et  $K_2$  et  $K_4$  ouverts donc  $u_c = L \frac{di}{dt} + R.i = u = +E$ . La tension aux bornes

de la charge est **positive**. Le courant circule soit par  $Q_1$  et  $Q_3$  (Figure N°2.24) soit par  $D_1$  et  $D_3$  (Figure N°2.23) suivant le signe de celui-ci. Le courant dans la charge  $i$  s'annule à l'instant  $t_1$ . Le courant de source est égal au courant dans la charge :  $i_1 = i$

- Pour  $0 \leq t < t_1$  : le courant dans la charge est négatif  $i < 0$ .  
Le courant circule par les diodes  $D_1$  et  $D_3$  :  $i_{D1} = i_{D3} = -i$ .  
Les interrupteurs  $Q_1$  et  $Q_3$  ne conduisent pas.  
La puissance instantanée  $p = u.i < 0$  : il y a transfert d'énergie de la charge vers la source de tension. **Il s'agit d'une phase de récupération ou restitution.**

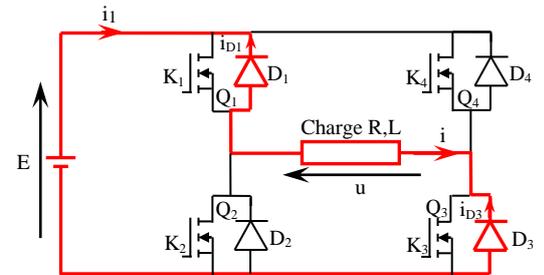


Figure N°2.23: Schéma équivalent restitution alternance positive pour :  $0 \leq t \leq t_1$

- Pour  $t_1 \leq t < T/2$  : le courant dans la charge est positif  $i \geq 0$ .  
Le courant circule par les interrupteurs  $Q_1$  et  $Q_3$  :  $i_{Q1} = i_{Q3} = i$ .  
Les diodes  $D_1$  et  $D_3$  sont bloquées.  
La puissance instantanée  $p = u.i \geq 0$  : il y a transfert d'énergie de la source vers la charge. **Il s'agit d'une phase d'alimentation ou accumulation.**

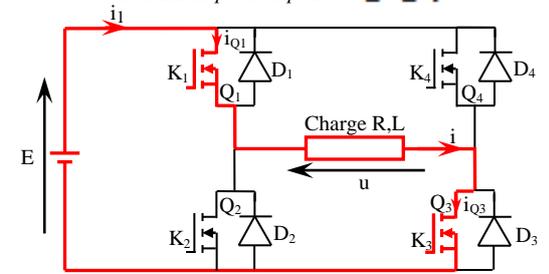


Figure N°2.24: Schéma équivalent accumulation alternance positive pour :  $t_1 \leq t \leq \frac{T}{2}$

\*Pour  $T/2 \leq t < T$  :  $K_2$  et  $K_4$  fermés et  $K_1$  et  $K_3$  ouverts donc  $u_c = L \frac{di}{dt} + R.i = i.u = -E$ . La tension aux bornes

de la charge est **négative**. Le courant circule soit par  $Q_2$  et  $Q_4$  (Figure N°2.26) soit par  $D_2$  et  $D_4$  (Figure N°2.25) suivant le signe de celui-ci. Le courant dans la charge  $i$  s'annule à l'instant  $t_2$ . Le courant de source est égale au courant dans la charge :  $i_1 = -i$

- Pour  $T/2 \leq t < t_2$  : le courant dans la charge est positif  $i > 0$ .  
Le courant circule par les diodes  $D_2$  et  $D_4$  :  $i_{D2} = i_{D4} = i$ .  
Les interrupteurs  $Q_2$  et  $Q_4$  ne conduisent pas.  
La puissance instantanée  $p = u.i < 0$  : il y a transfert d'énergie de la charge vers la source de tension. **Il s'agit d'une phase de récupération ou restitution.**

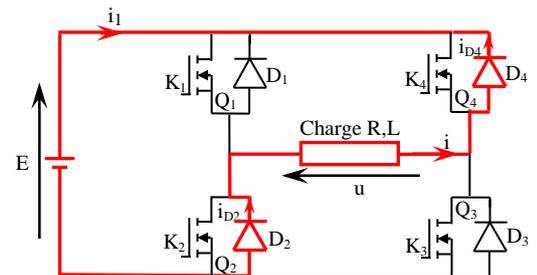


Figure N°2.25: Schéma équivalent restitution alternance négative pour :  $\frac{T}{2} \leq t \leq t_2$

- Pour  $t_2 \leq t < T$  : le courant dans la charge est négatif  $i \leq 0$ .  
Le courant circule par les diodes  $Q_2$  et  $Q_4$  :  $i_{Q2} = i_{Q4} = -i$ .  
Les interrupteurs  $D_2$  et  $D_4$  sont bloquées.  
La puissance instantanée  $p = u.i \geq 0$  : il y a transfert d'énergie de la source vers la charge. **Il s'agit d'une phase d'alimentation ou accumulation.**

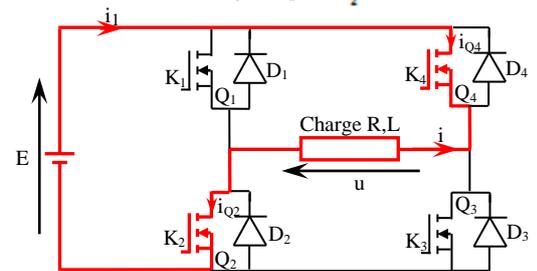


Figure N°2.26: Schéma équivalent accumulation alternance négative pour :  $t_2 \leq t \leq T$

► **Grandeurs caractéristiques du montage**

Période et fréquence : imposées par la commande et réglable indépendamment de la charge.

Valeur moyenne de la tension et de l'intensité pour la charge : nulles, les signaux sont alternatifs.

Valeur efficace de la tension aux bornes de la charge :  $u = \pm E d'$  ou :  $U_{eff} = E_{eff}$

Remarque : les sources de tension continue doivent accepter de fournir de la puissance comme d'en recevoir, elles doivent être **réversibles en courant**.

► **Onduleur monophasé en pont en débit sur charge inductive : observation des oscillogrammes pour la pleine onde :**

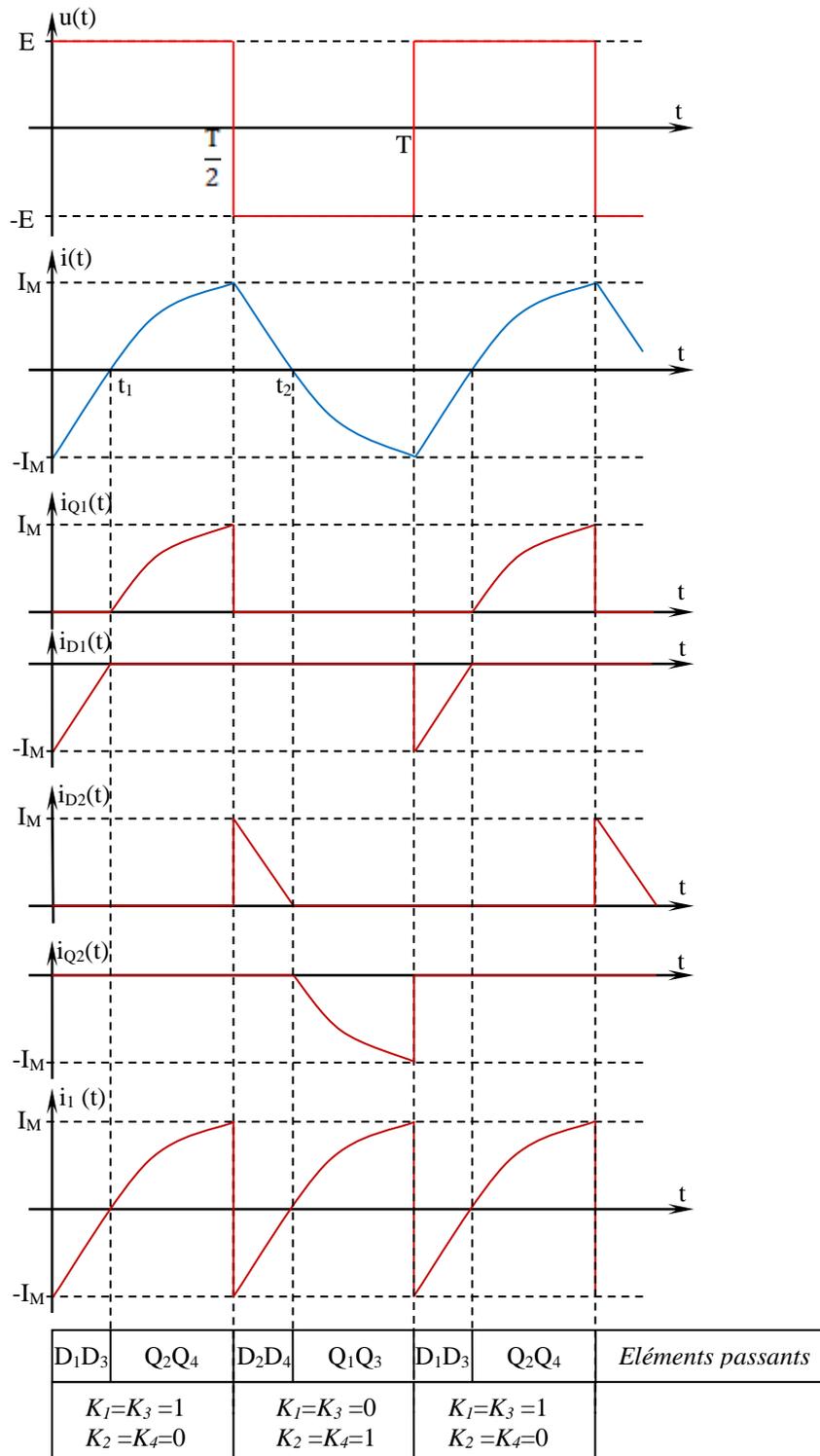


Figure N°2.27: oscillogrammes d'onduleur monophasé à deux interrupteurs en débit sur charge inductive

### ► Etude du courant de sortie:

D'après ce qui précède, le courant  $i(t)$  sera la réponse à  $u(t)$  par deux équations différentielles:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = \pm E = cste$$

En normalisant cette équation, on obtient  $\frac{L}{R} \frac{di}{dt} + i = \pm \frac{E}{R}$  que l'on rapproche de  $\tau \frac{di}{dt} + i = I_\infty$

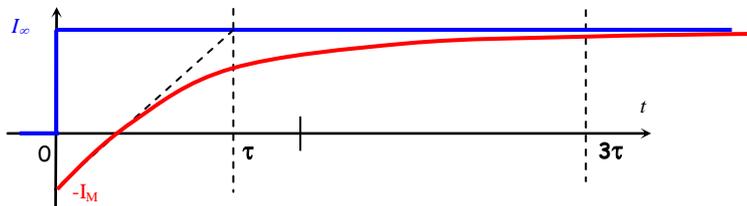
Par identification, on trouve la constante de temps :  $\tau = \frac{L}{R}$  et la valeur asymptotique :  $I_\infty = \pm \frac{E}{R}$

On sait que cette équation a pour solution :  $i(t) = A \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + B$

On pose l'intensité initiale :  $i(t=0) = -I_M$ .

En injectant cette valeur dans la solution, on obtient :  $i(t) = I_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) - I_M \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

On obtient alors le chronogramme de la solution mathématique :



Pour obtenir le chronogramme du courant de sortie, il faut introduire l'équation de raccordement. Pour ce faire, on remarque que  $i(t)$  est un courant inductif et, par conséquent n'a pas de discontinuité. Pour le

chronogramme précédent on peut écrire:  $i(t = \frac{T}{2}) = -i(t=0) = +I_M$ . En faisant ainsi, on voit que

$I_M$  correspond à la valeur finale (à ne pas confondre avec la valeur asymptotique) de l'intensité du courant  $i(t)$  et donc l'intensité maximale du courant débité par l'onduleur.

On a donc à résoudre l'équation :  $+I_M = I_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}\right) + (-I_M) \cdot e^{-\frac{T}{2\tau}} = I_\infty \cdot \left(1 - e^{-\frac{x}{2}}\right) - I_M \cdot e^{-\frac{x}{2}}$  où on pose  $x = \frac{T}{\tau}$

On trouve sans difficulté :

$$+I_M e^{-\frac{x}{2}} + I_M = I_\infty \left(1 - e^{-\frac{x}{2}}\right) \Rightarrow I_M = I_\infty \frac{1 - e^{-\frac{x}{2}}}{1 + e^{-\frac{x}{2}}} = I_\infty \frac{e^{+\frac{x}{4}} - e^{-\frac{x}{4}}}{e^{+\frac{x}{4}} + e^{-\frac{x}{4}}} = I_\infty \cdot th\left(\frac{x}{4}\right)$$

Le chronogramme de l'intensité du courant :

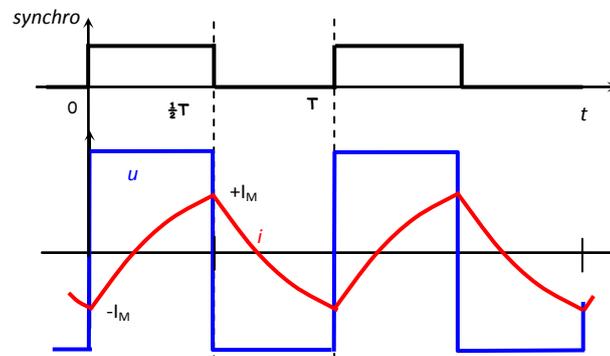
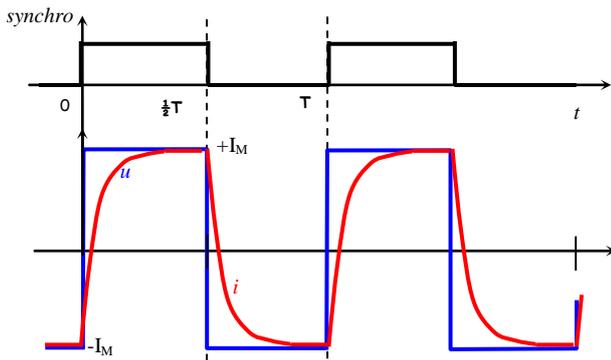
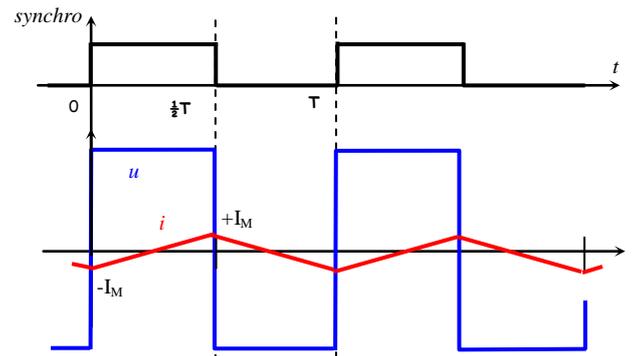


Figure N°2.28: chronogramme de l'intensité du courant

La valeur du paramètre  $x = \frac{T}{\tau}$  influe fortement sur la forme du courant :

Figure N°2.29: chronogramme de l'intensité du courant  $T$ Figure N°2.30: chronogramme de l'intensité du courant  $T \ll \tau$ 

Au passage, on peut remarquer que l'on obtient des droites pour  $x \ll 1$ . C'est bien l'approximation pour les hacheurs pour lesquels nous avons posé  $R = 0$ , ce donne bien  $x = \frac{T}{\tau} = \frac{R.T}{L} = 0$

### ► Spectre de la tension ondulée:

La tension  $u(t)$  est un signal carré symétrique (cf. ci dessus). La décomposition en séries de Fourier donne :

- Pulsation du fondamental :  $\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$
- Valeur moyenne :  $a_0 = \frac{1}{T} \int_{[T]} v_s(t).dt = 0$  car le signal est symétrique
- Coefficients pairs :  $a_n = \frac{2}{T} \int_{[T]} \sin(n\omega_0 t).v_s(t).dt = 0$  car le signal est impair
- Coefficients impairs :  $b_n = \frac{2}{T} \int_{[T]} \sin(n\omega_0 t).v_s(t).dt$
- Symétrie de glissement => les coefficients  $b_n$  sont nuls pour  $n$  pair.
- Pour  $n$  impair :

$$b_n = \frac{2}{T} \left( \int_0^{\frac{T}{2}} E \cdot \sin(n\omega_0 t).dt + \int_{\frac{T}{2}}^T -E \cdot \sin(n\omega_0 t).dt \right) = \frac{2E}{\pi n} (1 - \cos(n\pi)) = \frac{2E}{\pi n} [1 - (-1)^n]$$

On obtient le spectre :

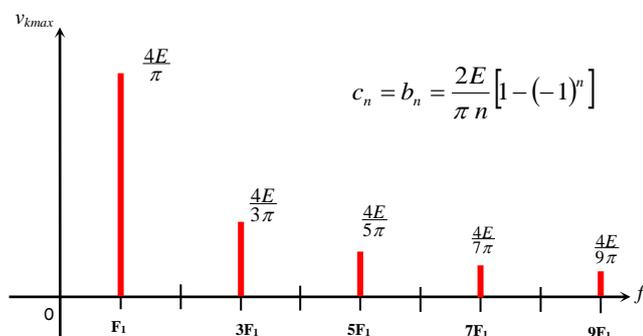


Figure N°2.31: Spectre de la tension ondulée

$$u(t) = E \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \sin(2k+1)\omega t$$

avec:  $n = 2k + 1$  ( $n$  impair)

Le THD est très mauvais, de l'ordre de 48% :

$$THD = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}} \approx 0,48$$

## VI-1-2- Onduleur en créneaux ou Commande décalée:

Cette commande, plus sophistiquée dans sa conception, est une première étape vers l'obtention d'un courant sinusoïdale. Si nous nous attachons à une analyse spectrale, nous verrions dans la commande précédente que la tension, ainsi que le courant, sont riches en harmoniques ce qui pose des problèmes pour une utilisation avec des moteurs (pertes joules, couples pulsatives ...).

La commande décalée permet d'éliminer en partie ces harmoniques et améliore donc le convertisseur. D'ailleurs l'allure du courant s'en ressent.

La commande du pont n'est plus symétrique  $K_1$  et  $K_3$  ne sont pas nécessairement fermés en même temps, il en est de même pour  $K_2$  et  $K_4$ . Pendant la première demi période  $K_1$  et  $K_3$  sont fermés simultanément puis c'est au tour de  $K_3$  et  $K_2$  d'être fermés conjointement. Pendant la seconde demi-période  $K_4$  reste fermé avec  $K_2$ , puis revient  $K_1$  avec  $K_4$ .

La tension  $u_c$  peut prendre maintenant les nouvelles valeurs suivantes :

- |                         |                        |            |
|-------------------------|------------------------|------------|
| • $K_1$ et $K_3$ fermés | $K_2$ et $K_4$ ouverts | $u = E.$   |
| • $K_3$ et $K_2$ fermés | $K_1$ et $K_4$ ouverts | $u = 0.$   |
| • $K_4$ et $K_2$ fermés | $K_1$ et $K_3$ ouverts | $u = - E.$ |
| • $K_4$ et $K_1$ fermés | $K_3$ et $K_2$ ouverts | $u = 0.$   |

### ► Analyse du fonctionnement d'onduleur à commande décalée

La commande des interrupteurs impose un fonctionnement périodique de période  $T$  réglable.

La commande des interrupteurs  $K_1$  et  $K_2$  est décalée d'une durée  $\tau$  par rapport à la commande des interrupteurs  $K_4$  et  $K_3$  (voire les oscillogrammes en annexe).

Ainsi :

- Pour  $0 \leq t < \tau$  :  $K_2$  et  $K_3$  fermés et  $K_4$  et  $K_1$  ouverts donc la charge est court-circuitée  $u = 0$ .  
L'intensité du courant dans la charge est *négative*.  
La puissance consommée par la charge  $p = u.i = 0$ . La charge ne travaille pas. Il s'agit d'une *phase* dite de « **roue-libre** ».
- Pour  $\tau \leq t < T/2$  :  $K_1$  et  $K_3$  fermés et  $K_2$  et  $K_4$  ouverts donc  $u = E$ .
  - Pour  $\tau \leq t < t_1$  : le courant dans la charge est négatif  $i < 0$ .  
Le courant circule par les diodes  $D_1$  et  $D_3$  : **il s'agit d'une phase de récupération**.
  - Pour  $t_1 \leq t < T/2$  : le courant dans la charge est positif  $i \geq 0$ .  
Le courant circule par les transistors  $Q_1$  et  $Q_3$  : **il s'agit d'une phase d'alimentation**.
- Pour  $T/2 \leq t < T/2 + \tau$  :  $K_1$  et  $K_4$  fermés et  $K_3$  et  $K_2$  ouverts donc la charge est court-circuitée  $u = 0$ .  
L'intensité du courant dans la charge est *positive*.  
La puissance consommée par la charge  $p = u.i = 0$ . La charge ne travaille pas. Il s'agit d'une *phase* de « **roue-libre** ».
- Pour  $T/2 + \tau \leq t < T$  :  $K_2$  et  $K_4$  fermés et  $K_1$  et  $K_3$  ouverts donc  $u = -E$ .
  - Pour  $T/2 \leq t < t_2$  : le courant dans la charge est positif  $i > 0$ .  
Le courant circule par les diodes  $D_2$  et  $D_4$  : **il s'agit d'une phase de récupération**.
  - Pour  $t_2 \leq t < T$  : le courant dans la charge est négatif  $i \leq 0$ .  
Le courant circule par les transistors  $Q_2$  et  $Q_4$  : **il s'agit d'une phase d'alimentation**.

### ► Grandeurs caractéristiques du montage

Période et fréquence : imposées par la commande et réglable indépendamment de la charge.

Valeur moyenne de la tension et de l'intensité pour la charge : nulles, les signaux sont alternatifs.

Valeur efficace de la tension aux bornes de la charge :

$$U_{eff}^2 = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} E^2 d\theta \text{ avec } \alpha = \omega\tau$$

$$D'où : U_{eff} = E \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\pi}}$$

En réglant  $\tau$  donc  $\alpha$ , il est possible de régler la valeur efficace de la tension aux bornes de la charge.

Remarque : les sources de tension continue doivent accepter de fournir de la puissance comme d'en recevoir, elles doivent être réversibles en courant.

► **Observation des oscillogrammes pour la commande décalée:**

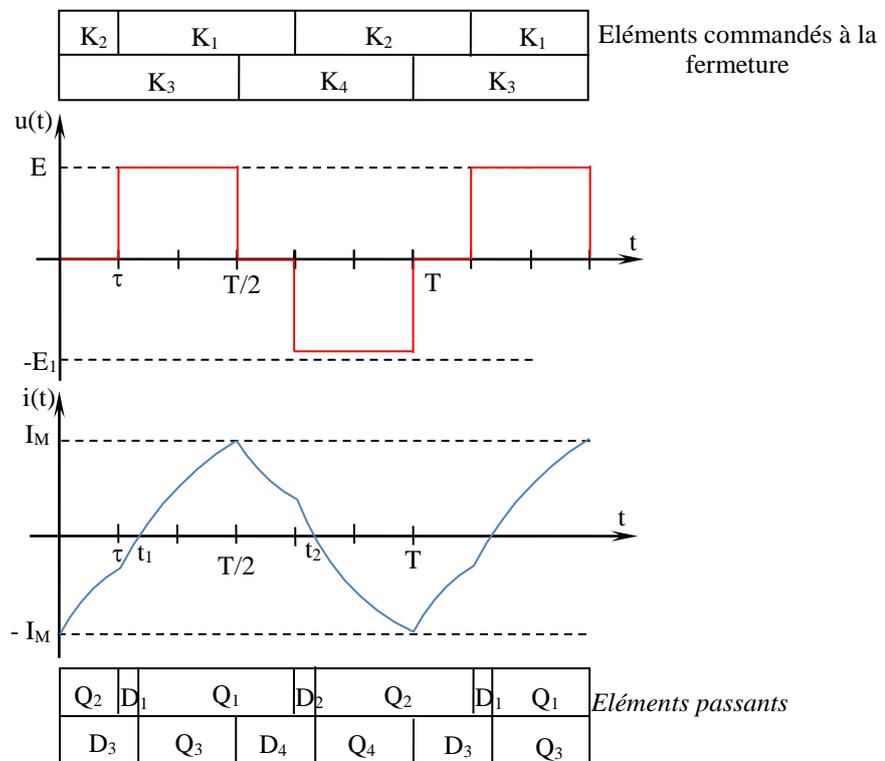
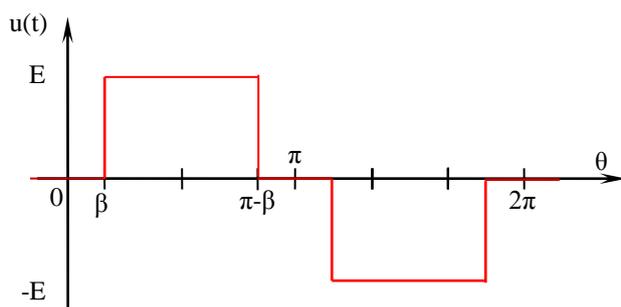


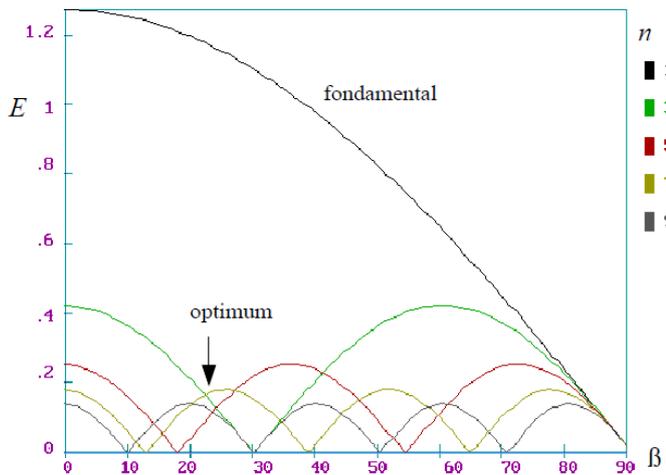
Figure N°2.32: oscillogrammes pour la commande

► **Spectre de la tension ondulée (commande décalée):**

Signal : ( $\beta = \frac{\alpha}{2}$  : angle de commande)



Le THD dépend de l'angle de commande  $\beta$ . Comme le montre la courbe ci-dessous, sa valeur minimum est de l'ordre de 29%, pour  $\beta \approx 23^\circ$ .



Spectre (exemple :  $\beta = 35^\circ$ ) :

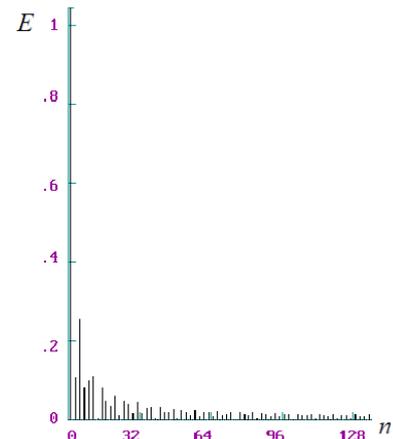


Figure N°2.33: Amplitude des premières harmoniques en fonction de  $\beta$

$$u(t) = E \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{2k+1} \cos(2k+1)\beta \cdot \sin(2k+1)\omega t$$

avec :  $n=2k+1$  (n impair)

Comme  $U_{eff}^2 = U_{1eff}^2 + U_{2eff}^2 + U_{3eff}^2 + etc$

il vient:  $THD = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} U_{neff}^2}}{U_{1eff}} = \frac{\sqrt{U_{eff}^2 - U_{1eff}^2}}{U_{1eff}}$

sachant que  $U_{1eff} = E_1 \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \cos\beta$

et que  $U_{eff} = E \sqrt{1 - \frac{2\beta}{\pi}}$ , on en déduit:

$$THD_{\%} = 100 \frac{\sqrt{\pi^2 - 2\pi\beta - 8 \cos^2 \beta}}{2\sqrt{2} \cos \beta}$$

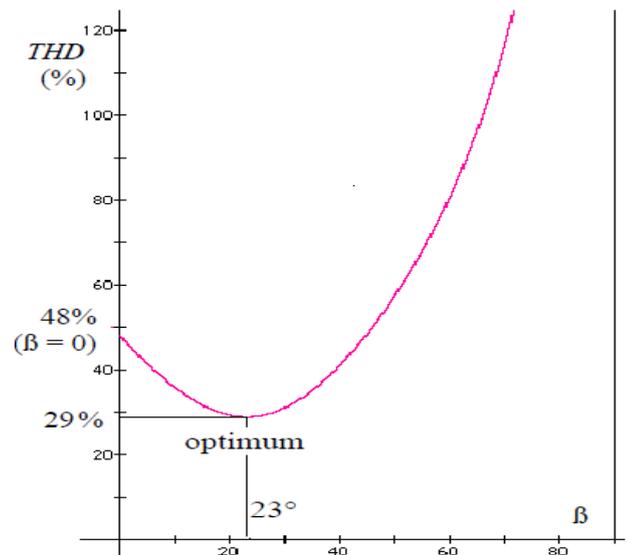


Figure N°234: Spectre de la tension ondulée (commande décalée)

### VI-1-3- Commande M.L.I.:

Onduleur à Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI ou PWM : Pulse Width Modulation) ou à Modulation d'Impulsions en Durée (MID). C'est, de loin, l'onduleur le plus performant.

On montre qu'il est possible, en calculant soigneusement les angles de commutation, d'annuler complètement les harmoniques de rang faible. Cela est assuré dans les onduleurs industriels par un système à microprocesseur dans lequel sont mis en mémoire les valeurs des angles de commutation.

En se limitant aux harmoniques de rang faible, le THD est alors voisin de zéro.

#### VI-1-3-1- M.L.I. pré-calculée ou M.L.I. à neutralisation d'harmoniques

La M.L.I. (modulation de largeur d'impulsions, ou P.W.M. pour pulse width modulation) permet de supprimer des harmoniques en commutant les interrupteurs électroniques à des instants pré-calculés. Elle est particulièrement adaptée à l'obtention d'une sinusoïde avec peu de commutations par période.

### ➤ M.L.I. – Onde 2 niveaux

#### ► Fonctionnement.

Les interrupteurs électroniques sont tous simultanément commandés ; on a soit  $K_1$ - $K_3$  fermés et  $K_2$ - $K_4$  ouverts, soit  $K_1$ - $K_3$  ouverts et  $K_2$ - $K_4$  fermés. La tension  $u$  est impaire et symétrique par rapport à la droite verticale passant par  $\pi/2$ . Dans le cas général, on a un nombre  $m$  d'angle  $\alpha_i$ , avec  $0 \leq \alpha_i \leq \pi/2$ .

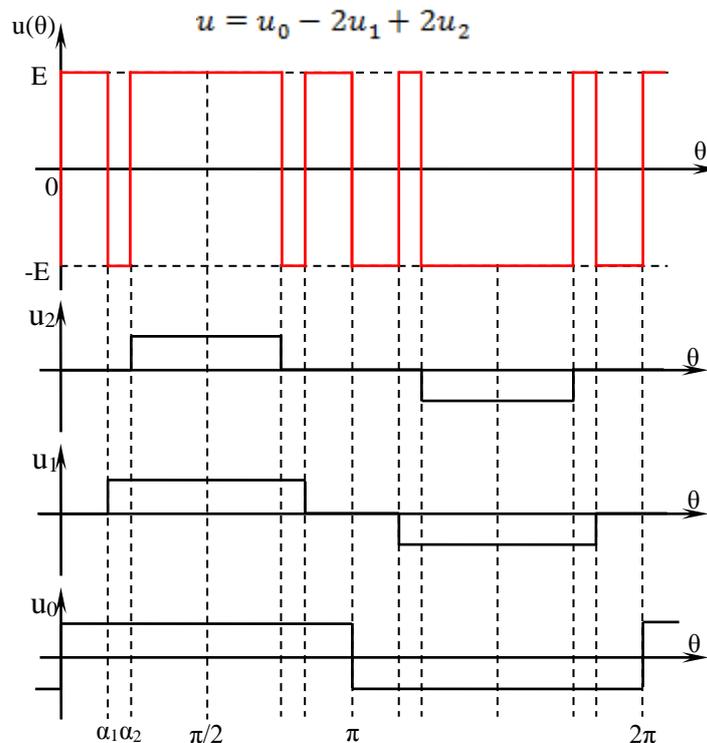


Figure N°2.35: M.L.I. pré-calculée - Onde 2 niveaux Exemple avec deux angles  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$

#### ► Spectre.

La tension  $u$  est impaire et possède une symétrie de glissement. La tension  $u$  peut aussi être vue comme la somme pondérée de  $m + 1$  tensions  $u_i$  :

$$u = u_0 + 2 \sum_{i=1}^m (-1)^i u_i \quad (\text{exemple voir figure N}^\circ \text{ où } u = u_0 - 2u_1 + 2u_2)$$

On en déduit le développement en série de sinus de  $u$  :

$$u = \frac{4E}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \left( 1 + 2 \sum_{i=1}^m (-1)^i \cos[(2p+1)\alpha_i] \right) \frac{\sin[(2p+1)\omega t]}{2p+1}$$

Soient  $E_1$  l'amplitude du fondamental et  $E_{1n}$  l'amplitude de l'harmonique  $n$ , ( $n = 2p + 1$  avec  $p \in \mathbb{N}$ ). Pour supprimer les harmoniques 3 à  $2k + 1$ , ( $p = 1$  à  $p = k$ ), les harmoniques pairs étant nuls, il faut résoudre numériquement le système suivant qui donne les  $m$  angles  $\alpha_i$ .

$$\begin{cases} E_3 = 0 \\ \dots \\ E_{(2k+1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + 2 \sum_{i=1}^m (-1)^i \cos[3\alpha_i] = 0 \\ \dots \\ 1 + 2 \sum_{i=1}^m (-1)^i \cos[(2k+1)\alpha_i] = 0 \end{cases}$$

On trouve

m	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$
5	10,7°	26,3°	32,3°	52,4°	54,5°
4	15,5°	24,3°	46,1°	49,4°	
3	14°	37,2°	42,6°		
2	23,6°	33,3°			

D'où :

n	3	5	7	9	11	13	15	
	0	0	0	0	0	29%	56%	m=5
$\frac{E_N}{E_1}$	0	0	0	0	29%	55%	36%	m=4
$\frac{E_1}{E_1}$	0	0	0	29%	52%	36%	4%	m=3
	0	0	30%	49%	36%	3%	2%	m=2

**Remarque :** La valeur efficace du fondamental se règle par  $E_1$ .

$$E_{1\text{eff}} = \frac{E_1}{\sqrt{2}} = \frac{4E}{\pi\sqrt{2}} \left| 1 + 2 \sum_{i=1}^m (-1)^i \cos \alpha_i \right| \text{ avec } 0 \leq \alpha_i \leq \frac{\pi}{2}$$

➤ **M.L.I. – Onde 3 niveaux**

▶ **Fonctionnement.**

Pendant la première demi-période,  $K_3$  est fermé et  $K_4$  ouvert, tandis que l'on a soit  $K_1$  fermé et  $K_2$  ouvert, soit  $K_1$  ouvert et  $K_2$  fermé ; Pendant la deuxième demi-période,  $K_2$  est fermé et  $K_1$  ouvert, tandis que l'on a soit  $K_4$  fermé et  $K_3$  ouvert, soit  $K_4$  ouvert et  $K_3$  fermé. La tension  $u$  est impaire et symétrique par rapport à la droite verticale passant par  $\pi/2$ . Dans le cas général, on a un nombre  $m$  impair d'angle  $\alpha_i$ , avec  $0 \leq \alpha_i \leq \pi/2$ .

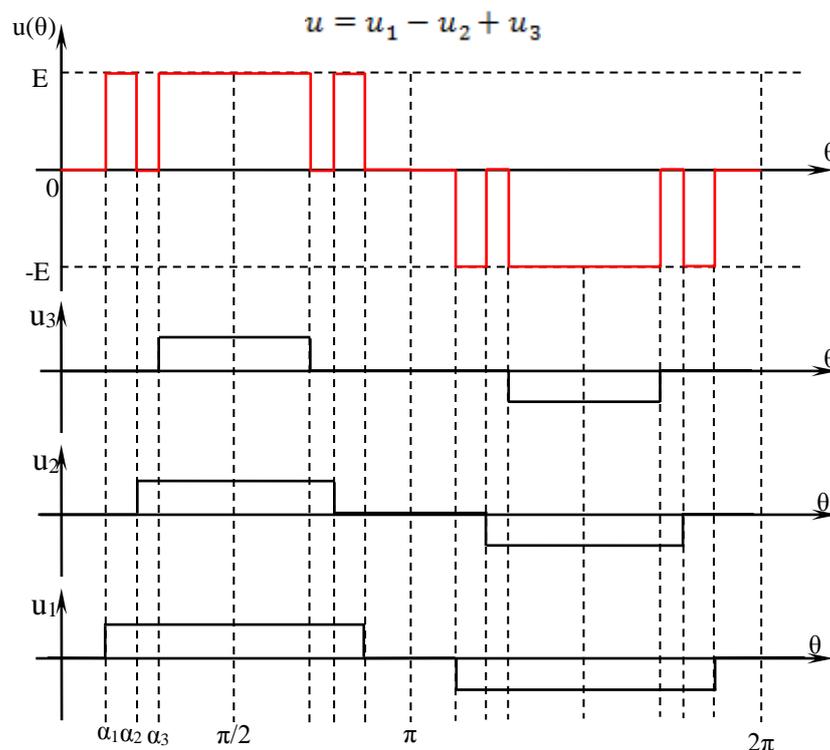


Figure N°2.36 : M.L.I. pré-calculée - Onde 3 niveaux exemple avec trois angles  $\alpha_1, \alpha_2$  et  $\alpha_3$ .

► **Spectre.**

La tension  $u$  est impaire et possède une symétrie de « glissement ». La tension  $u$  peut aussi être vue comme la somme pondérée de  $m$  tensions  $u_i$ ,  $m$  étant impair :

$$u = \sum_{i=1}^m (-1)^{i+1} u_i \quad (\text{exemple voir figure N}^\circ \text{ où } u = u_1 - u_2 + u_3)$$

On en déduit le développement en série de sinus de  $u$  :

$$u = \frac{4E}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \left( \sum_{i=1}^m (-1)^{i+1} \cos[(2p+1)\alpha_i] \right) \frac{\sin[(2p+1)\omega t]}{2p+1}$$

Soient  $E$  l'amplitude du fondamental et  $E_{1n}$  l'amplitude de l'harmonique  $n$ , ( $n = 2p + 1$  avec  $p \in \mathbb{N}$ ). Pour supprimer les harmoniques 3 à  $2k + 1$ , ( $p = 1$  à  $p = k$ ), les harmoniques pairs étant nuls, il faut résoudre numériquement le système suivant qui donne les  $m$  angles  $\alpha_i$ .

$$\begin{cases} E_3 = 0 \\ \dots \\ E_{(2k+1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^m (-1)^{i+1} \cos[3\alpha_i] = 0 \\ \dots \\ \sum_{i=1}^m (-1)^{i+1} \cos[(2k+1)\alpha_i] = 0 \end{cases}$$

On trouve

m	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	D'où :								
						n	3	5	7	9	11	13	15	
5	18,2°	26,6°	36,9°	52,9°	56,7°	$\frac{E_{1N}}{E_{11}}$	0	0	0	0	0	18%	22%	m=5
3	22,7°	37,8°	46,8°	49,4°		$\frac{E_{1N}}{E_{11}}$	0	0	0	19%	20%	7%	23%	m=3

**Remarque :** La valeur efficace du fondamental se règle par  $E$ .

$$E_{1eff} = \frac{E_1}{\sqrt{2}} = \frac{4E}{\pi\sqrt{2}} \sum_{i=1}^m (-1)^{i+1} \cos \alpha_i \quad \text{avec } 0 \leq \alpha_i \leq \frac{\pi}{2}$$

**VI-1-3-2- M.L.I. par découpage à fréquence élevée ou M.L.I. sinus-triangle**

► **M.L.I. – Onde 2 niveaux**

Le principe consiste à comparer la tension d'entrée modulante  $u_{Mod}$  (représentative de la forme d'onde désirée) à une tension triangulaire  $u_{Tri}$  de fréquence porteuse  $f_0$  élevée par rapport à la fréquence  $f$  de  $u_{Mod}$ . La tension de sortie  $u_{Cde}$ , modulée en largeur d'impulsions, sert à commander l'onduleur en pont. Ce principe est aussi utilisé pour l'amplification ; on parle alors d'amplificateur « classe D ».

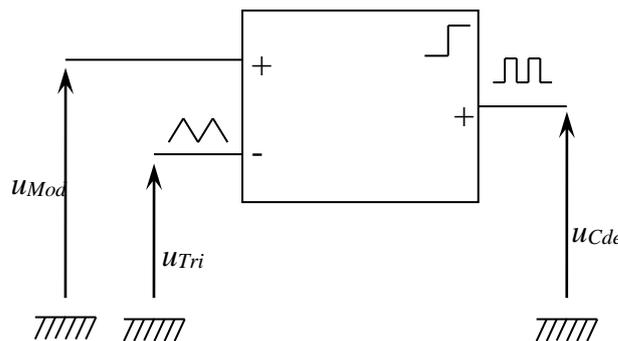


Figure N°2.37: Principe du découpage à fréquence élevée

### ► Fonctionnement.

Les interrupteurs électroniques sont tous simultanément commandés ; on a  $K_1-K_3$  fermés et  $K_2-K_4$  ouverts pendant  $\alpha T_0$ , puis  $K_1-K_3$  ouverts et  $K_2-K_4$  fermés pendant  $(1 - \alpha) T_0$  avec  $T_0 = 1/f_0$ ,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ ,  $T = 1/f$  et  $\omega = 2\pi f$ .

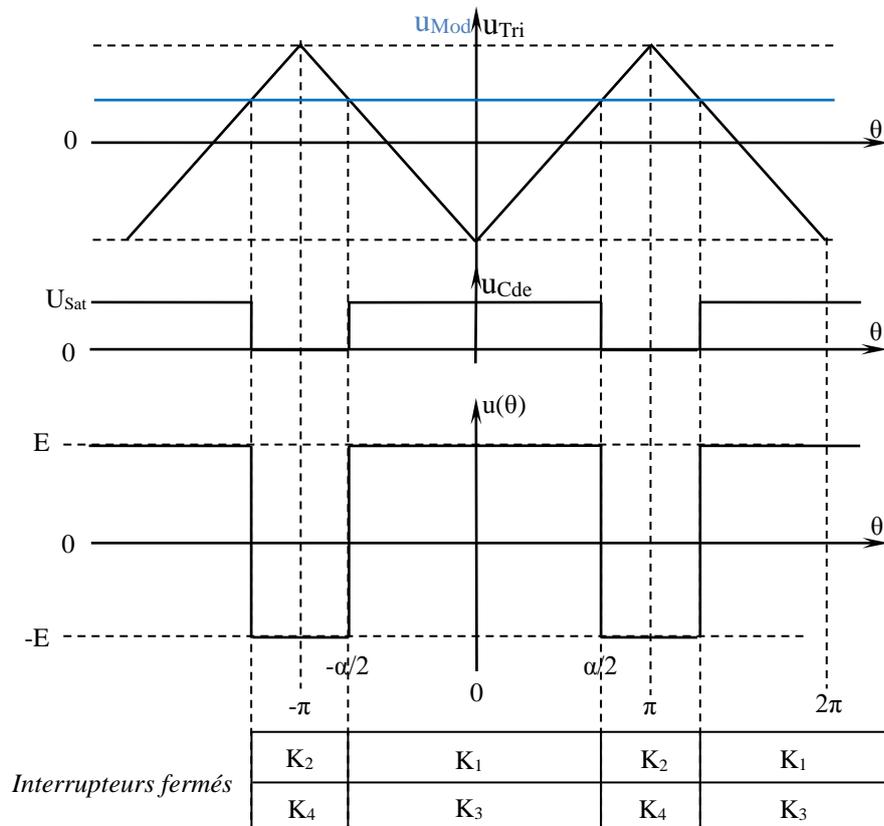


Figure N°2.38 : M.L.I. par découpage-Onde 2 niveaux

Sur une période  $T_0$ , la « valeur moyenne instantanée » de  $u$  s'écrit :

$$u_{moy} = (2\alpha - 1)E \text{ avec } 0 \leq \alpha \leq 1$$

On choisit la variation suivante du rapport cyclique :

$$\alpha = \frac{1}{2} [1 + k \sin(\omega t)] \text{ avec } 0 \leq k \leq 1$$

La « valeur moyenne instantanée » de  $u$  est alors sinusoïdale :

$$u_{moy} = k E \sin(\omega t)$$

Et si  $\omega \ll \omega_0$  alors le fondamental  $u_1$  de la tension  $u$  est identique à  $u_{moy}$ .

### ► Spectre.

La tension  $u$  est paire. Son développement en série de cosinus est :

$$u = E \left( k \sin(\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4}{n\pi} \sin \left[ \frac{n\pi}{2} (1 + k \sin(\omega t)) \right] \cos(n\omega_0 t) \right)$$

Le spectre d'amplitude présente une raie à  $\omega$  (fondamental) et des raies à  $\omega_0$ ,  $\omega_0 \pm 2\omega$ , ...,  $2\omega_0 \pm \omega$ ,  $2\omega_0 \pm 3\omega$ , ...,  $3\omega_0$ ,  $3\omega_0 \pm 2\omega$ , ..., etc. Les amplitudes des différentes raies dépendent de  $k$ .

**Remarque :** La M.L.I. à fréquence élevée permet d'élaborer n'importe quelle forme d'onde (ici une sinusoïde), et de repousser les harmoniques autour de la fréquence porteuse et de ses multiples ce qui en facilite le filtrage.

**Remarque :** La valeur efficace du fondamental se règle par  $E$  ou  $k$ .

$$U_{1eff} = \frac{kE}{\sqrt{2}}$$

➤ **M.L.I. – Onde 3 niveaux**

▶ **Fonctionnement**

À l'aide de deux commandes on élabore une onde à trois niveaux. Les tensions de commandes  $u_{Cde1}$  et  $u_{Cde2}$  sont obtenues en comparant la tension de modulation  $u_{Mod}$ , et son opposée  $-u_{Mod}$  (déphasage de  $\pi$  pour une sinusoïde), à la tension triangulaire  $u_{Tri}$ .

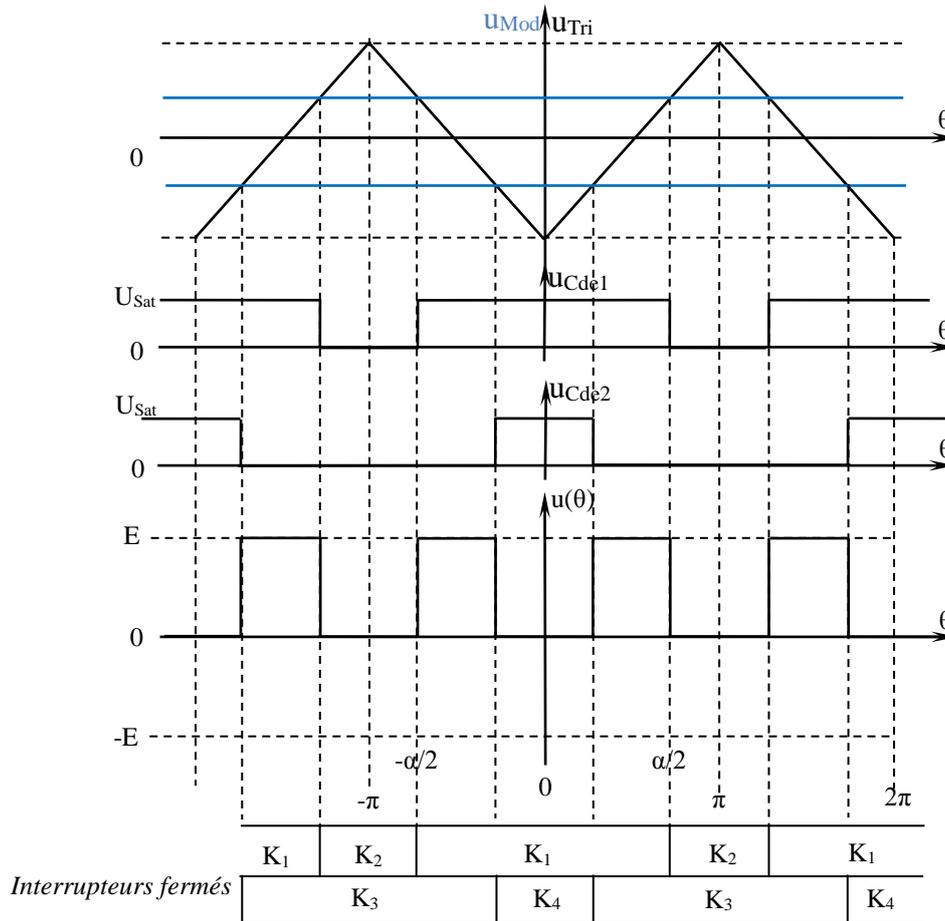


Figure N°2.39 : M.L.I. par découpage - Onde 3 niveaux

La valeur moyenne de  $u$  est alors :

$$u_{Moy} = (2\alpha - 1)E \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{1}{2} [1 + k \sin(\omega t)] \quad \text{avec} \quad 0 \leq k \leq 1$$

$$\text{donc :} \quad u_{Moy} = kE \sin(\omega t)$$

▶ **Spectre.**

La tension  $u$  est paire. Son développement en série de cosinus est :

$$u = E \left( k \sin(\omega t) + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{2}{p\pi} \sin[p\pi(1 + k \sin(\omega t))] \cos(2p\omega_0 t) \right)$$

Le spectre d'amplitude présente une raie à  $\omega$  (fondamental) et des raies à  $2\omega_0 \pm \omega, 2\omega_0 \pm 3\omega, \dots, 4\omega_0 \pm \omega, 4\omega_0 \pm 3\omega, \dots, \text{etc.}$  ; mais aucune raie en  $(2p + 1)\omega_0 \pm \dots$ , ce qui facilite le filtrage. Les amplitudes des différentes raies dépendent de  $k$ .

**Remarque :** La valeur efficace du fondamental se règle par  $E$  ou  $k$ .

$$U_{1\text{eff}} = \frac{kE}{\sqrt{2}}$$

### VI-1-3-3- Tension en escalier:

#### ► Fonctionnement

Une tension en escalier de  $m$  marches s'obtient en faisant la somme (généralement avec des transformateurs) de  $m$  tensions à commandes décalées de hauteur  $E/m$ . Les décalages  $2\alpha_i$  sont compris entre  $0$  et  $\pi$ .

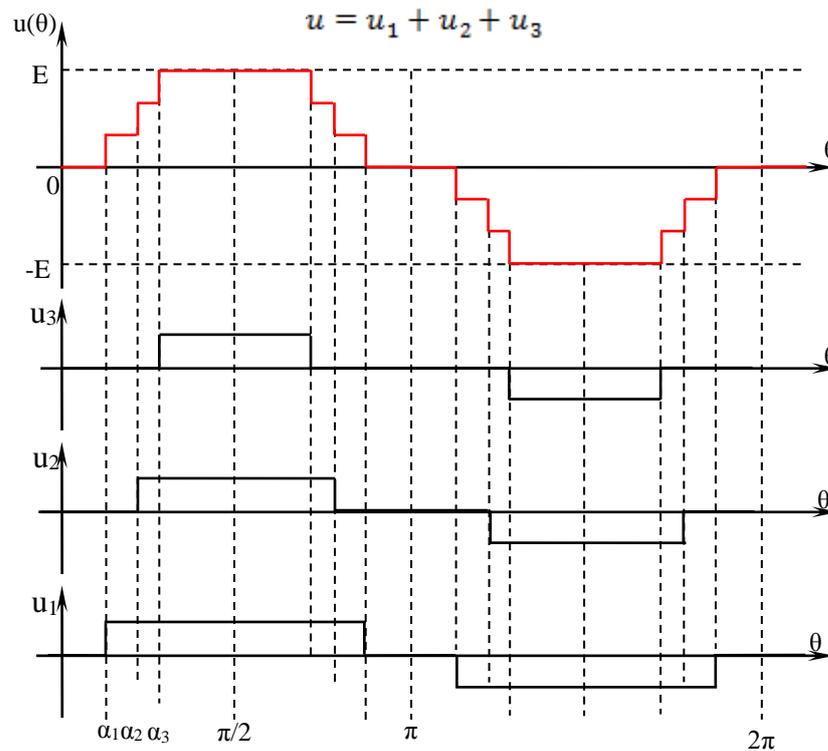


Figure N°2.40 : Tension en escalier à 3 marches

#### ► Spectre.

La tension  $u$  est la somme des  $m$  tensions  $u_i$ . Soit :

$$u = \sum_{i=1}^{\infty} u_i$$

avec

$$u_i = \frac{4E}{m\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{2p+1} \cos[(2p+1)\alpha_i] \sin[(2p+1)\omega t]$$

Soient  $E_1$  l'amplitude du fondamental et  $E_n$  l'amplitude de l'harmonique  $n$ , ( $n = 2p + 1$  avec  $p \in \mathbb{N}$ ). Pour supprimer les harmoniques  $3$  à  $2k + 1$ , ( $p = 1$  à  $p = k$ ), les harmoniques pairs étant nuls, il faut résoudre numériquement le système suivant qui donnent les  $m$  angles  $\alpha_i$ .

$$\begin{cases} E_3 = 0 \\ \dots \\ E_{(2k+1)} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{i=1}^m \cos[3\alpha_i] = 0 \\ \dots \\ \sum_{i=1}^m \cos[(2k+1)\alpha_i] = 0 \end{cases}$$

On trouve

m	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$
4	0,9°	24,9°	35,1°	60,9°
3	11,7°	27°	56,1°	
2	12°	48°		
1	30°			

D'où :

n	3	5	7	9	11	13	15	
	0	0	0	0	7	5%	0	m=4
$\frac{E_{1N}}{E_1}$	0	0	0	7%	2%	3%	2%	m=3
	0	0	9%	0	9%	5%	0	m=2
	0	20%	14%	0	9%	8%	0	m=1

**Remarque :** La valeur efficace du fondamental se règle par  $E$ .

$$E_{1eff} = \frac{E_1}{\sqrt{2}} = \frac{4E}{m\pi\sqrt{2}} \sum_{i=1}^m \cos \alpha_i \quad \text{avec } 0 \leq \alpha_i \leq \frac{\pi}{2}$$

## VII- Onduleur à résonance

### VII-1-Structure à résonance série

L'onduleur en pont ou en demi-pont fonctionne en onde rectangulaire deux niveaux : de 0 à  $T/2$  on a  $u = E$  et de  $T/2$  à  $T$  on a  $u = -E$ . La charge est un dipôle  $R-L-C$  série :

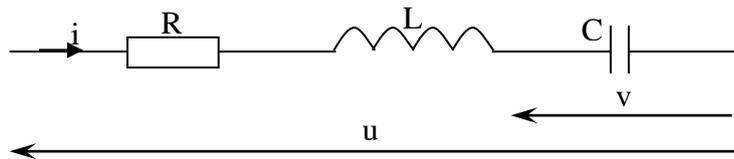


Figure N°2.41: Circuit R.L.C serie

Dans le cas d'un circuit  $R-L-C$  la résonance apparaît pour une fréquence propre  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ , la résonance est

d'autant plus aigüe que la valeur de la résistance est faible. Dans le cas d'une plaque ou d'un four à induction, le circuit de charge est constitué d'une bobine, soit un circuit  $RL$ . Cette bobine doit être alimentée en haute fréquence pour générer un champ magnétique sinusoïdale dans le matériel de cuisson. L'alimentation est constituée d'un onduleur dont la fréquence est accordée au circuit de charge constitué de la bobine et d'un condensateur pour former un circuit  $RLC$ . Le circuit  $RLC$  entre en résonance et le courant vibre à la seule la fréquence propre du circuit pour former un courant sinusoïdal.

### VII-2-Calcul direct des grandeurs

Les équations de la charge sont :  $u = Ri + L \frac{di}{dt} + v$ ,  $i = C \frac{dv}{dt}$ ; nous en déduisons  $LC \frac{d^2v}{dt^2} + RC \frac{dv}{dt} + v = u$ .

$$\text{Sur } [0; T/2], \quad LC \frac{d^2v}{dt^2} + RC \frac{dv}{dt} + v = E$$

Soit  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  la pulsation propre du circuit et  $\alpha = \frac{R}{2L}$  son coefficient d'amortissement ;

$$\text{posons } \xi = \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}, \quad \text{il vient } \frac{d^2v}{dt^2} + 2\alpha \frac{dv}{dt} + \omega_0^2 v = \omega_0^2 E.$$

La solution de cette équation dépend des racines de l'équation caractéristique

$$x^2 + 2\alpha x + \omega_0^2 = 0; \quad \text{le déterminant de l'équation est : } \Delta' = \alpha^2 - \omega_0^2 = \omega_0^2(\xi^2 - 1).$$

Nous nous plaçons dans le cas d'un amortissement faible soit  $\xi < 1$  ;

Les racines sont alors complexes conjuguées  $x = -\alpha \pm j\omega'$  avec  $\omega' = \omega_0\sqrt{1 - \xi^2}$  et la solution de l'équation est

$$v = E + e^{-\alpha t} \cdot [A \cos(\omega' t) + B \sin(\omega' t)];$$

nous en déduisons :  $i = C e^{-\alpha t} [(B\omega' - A\alpha) \cos(\omega' t) - (A\omega' + B\alpha) \sin(\omega' t)]$

Les conditions initiales  $v(0) = V_0$  et  $i(0) = I_0$  donnent :

$$V_0 = E + A \quad ; \quad I_0 = C(B\omega' - A\alpha)$$

En régime établi, les grandeurs sont alternatives  $v(T/2) = -v(0) = -V_0$  et  $i(T/2) = -i(0) = -I_0$

En pose  $x = e^{-\alpha T/2}$ ,  $y = \cos(\omega' \frac{T}{2})$ ,  $y' = \sin(\omega' \frac{T}{2})$ ,

$$\text{il vient : } -V_0 = E + x(Ay + By') \quad \text{et} \quad -I_0 = Cx[(B\omega' - A\alpha)y - (A\omega' + B\alpha)y']$$

suivant les deux relations nous exprimons  $A$  et  $B$  en fonction de  $I_0$  :

$$A = \frac{I_0}{C\omega_0^2} \left( \frac{\omega'}{xy'} + \omega' \frac{y}{y'} - \alpha \right) ; \quad B = \frac{I_0}{C\omega_0^2} \left( \frac{\alpha}{xy'} + \alpha \frac{y}{y'} - \omega' \right)$$

Nous exprimons  $I_0$  et  $V_0$  :

$$I_0 = - \frac{2C\omega_0^2 E}{(1 + xy) \left( \frac{\omega'}{xy'} + \omega' \frac{y}{y'} - \alpha \right) + xy' \left( \frac{\alpha}{xy'} + \alpha \frac{y}{y'} - \omega' \right)} ; \quad V_0 = E + A$$

### VII-3-Choix des interrupteurs

Chaque interrupteur conduit sur une demi-période, le courant changeant de signe sur cet intervalle. A cet instant il y a commutation de la diode  $D$  à l'interrupteur commandé  $K$  ou l'inverse; cette commutation est naturellement douce puisque  $i = 0$ .

- si la fréquence de commande  $f$  est inférieure à la fréquence de résonance, le circuit est globalement capacitif et  $i(0) > 0$ .  $K$  conduit en  $0^+$ ; sa fermeture doit être commandée; son blocage est naturel par annulation du courant; ce mode de fonctionnement convient parfaitement pour des thyristors.
- si la fréquence de commande  $f$  est supérieure à celle de résonance,  $i(0) < 0$ .  $D$  conduit en  $0^+$  et  $K$  en  $T/2$ ; l'ouverture de  $K$  doit être commandée; ce fonctionnement correspond à celui du thyristor dual.
- si la fréquence est proche de la résonance, toutes les commutations se font à courant quasi nul; on a donc commutation douce.

Dans tous les cas, ce type d'onduleur réduit les pertes de commutation donc peut fonctionner à fréquence élevée

### VII-4-Approximation du premier harmonique

Lorsque le coefficient d'amortissement  $\zeta \ll 1$  et la fréquence de commande peu différente de la fréquence propre du circuit résonant, le courant  $i$  est peu différent de son terme fondamental. Étudions le fonctionnement dans cette hypothèse dite du premier harmonique.

Le fondamental de la tension de fréquence  $f$  est :

$$u_1 = U_1 \sqrt{2} \sin(\omega t) \quad \text{avec} \quad U_1 = \frac{2\sqrt{2}E}{\pi} \quad \text{et} \quad \omega = 2\pi f.$$

A cette fréquence l'impédance du circuit résonnant est :

$$\bar{Z} = R + j \left( L\omega - \frac{1}{c\omega} \right) = R + j \left( L\omega_0 \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{1}{c\omega_0} \frac{\omega_0}{\omega} \right); \quad L\omega_0 = \frac{L}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{L}{C}}; \quad \frac{1}{c\omega_0} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}};$$

$$\text{en posant } x = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{f}{f_0}, \text{ il vient } \bar{Z} = R + j \sqrt{\frac{L}{C}} \left( x - \frac{1}{x} \right)$$

Soit  $i_1$  le fondamental du courant dans la charge et  $v_{r1}$  le fondamental de la tension  $v_r$  aux bornes de la résistance  $R$ ; nous avons :

$$\bar{U}_1 = \bar{Z}\bar{I}_1 = R\bar{I}_1 + j \sqrt{\frac{L}{C}} \left( x - \frac{1}{x} \right) \bar{I}_1 = \bar{V}_{r1} + j \sqrt{\frac{L}{C}} \left( x - \frac{1}{x} \right) \bar{I}_1$$

$$\text{Pour } R=0, \text{ on a } \bar{I}_1 = \bar{I}_{CC} = \frac{\bar{U}_1}{j \sqrt{\frac{L}{C}} \left( x - \frac{1}{x} \right)} \text{ soit en valeur efficace } I_{CC} = \frac{U_1}{\sqrt{\frac{L}{C}} \left( |x - \frac{1}{x}| \right)}; \text{ il vient:}$$

$$\bar{U}_1 = \bar{V}_{r1} \pm j \frac{U_1}{I_{CC}} \bar{I}_1, \text{ le signe } + \text{ correspondant à } x > 1 \text{ et le signe } - \text{ à } x < 1.$$

$$\text{En valeurs efficaces } \left(\frac{V_{r1}}{U_1}\right)^2 + \left(\frac{I_1}{I_{cc}}\right)^2 = 1;$$

la puissance active fournie à la charge est celle dissipée par R soit  $P = V_{r1} I_1$ .

Si nous fixons  $E$ ,  $L$ ,  $C$  et la fréquence de commande  $f$ ,  $U_1$  et  $I_{cc}$  sont fixés; lorsque  $R$  varie, le graphe  $V_{r1}(I_1)$  correspond à un quart d'ellipse correspondant à l'équation ci-dessus.

Comme on a de plus  $V_{r1} = R \cdot I_1$  (droite de charge), l'intersection de l'ellipse avec la droite de charge donne le point de fonctionnement donc  $V_{r1}$ ,  $I_1$  et  $P$ .

Si nous fixons  $E$ ,  $L$ ,  $C$  et  $R$ , pour une valeur de  $f$  donc de  $x$ , l'intersection de l'ellipse avec la droite de charge donne le point de fonctionnement.

Remarquons que le résultat est le même pour deux valeurs de la fréquence  $f_1$  et  $f_2$  telles que  $f_1/f_0 = f_0/f_2$  soit  $x_1 = 1/x_2$ ; si  $x_1 > 1$ , le circuit est inductif à cette fréquence; on a alors  $x_2 < 1$  donc un circuit capacitif.

Le choix de  $x > 1$  ou  $x < 1$  se fait en fonction des interrupteurs utilisés.

La figure N°2.42 donne les graphes pour  $E = 100 \text{ V}$ ,  $L = 5 \text{ mH}$ ;  $C = 820 \text{ nF}$ , et trois valeurs de  $x$ : 1,01; 1,02 et 1,04. On a également tracé deux droites de charges pour  $R = 5 \Omega$  et  $R = 2,5 \Omega$ .

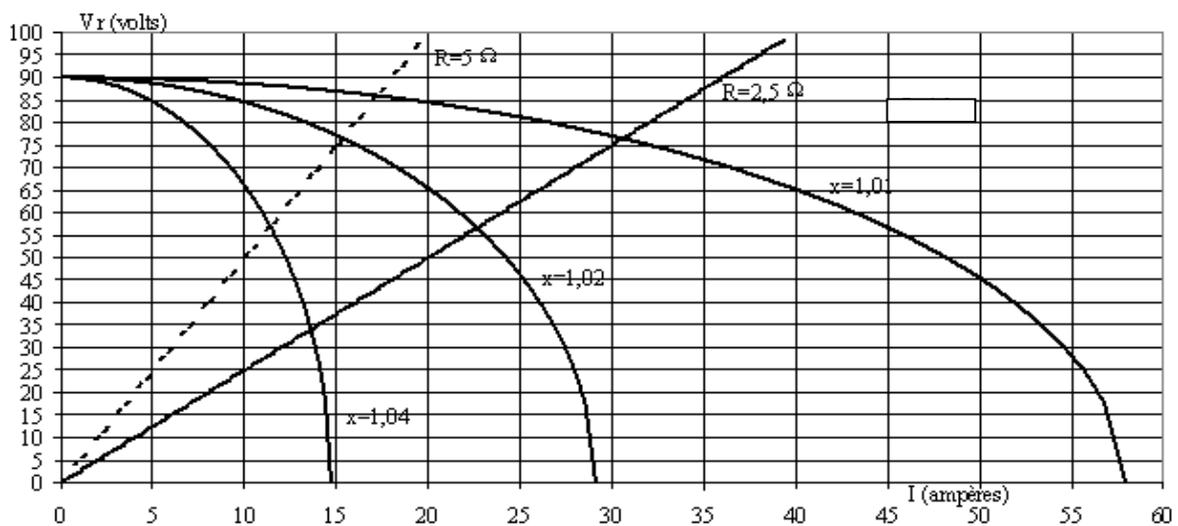


Figure N°2.42: les graphes  $V_{r1}(I_1)$  pour  $E = 100 \text{ V}$ ,  $L = 5 \text{ mH}$ ;  $C = 820 \text{ nF}$ , et trois valeurs de  $x$ : 1,01; 1,02 et 1,04.

Dans les mêmes conditions, on a tracé figure N°2.43 les graphes  $P(I_1)$  et les droites de puissances  $P = R \cdot I_1^2$ .

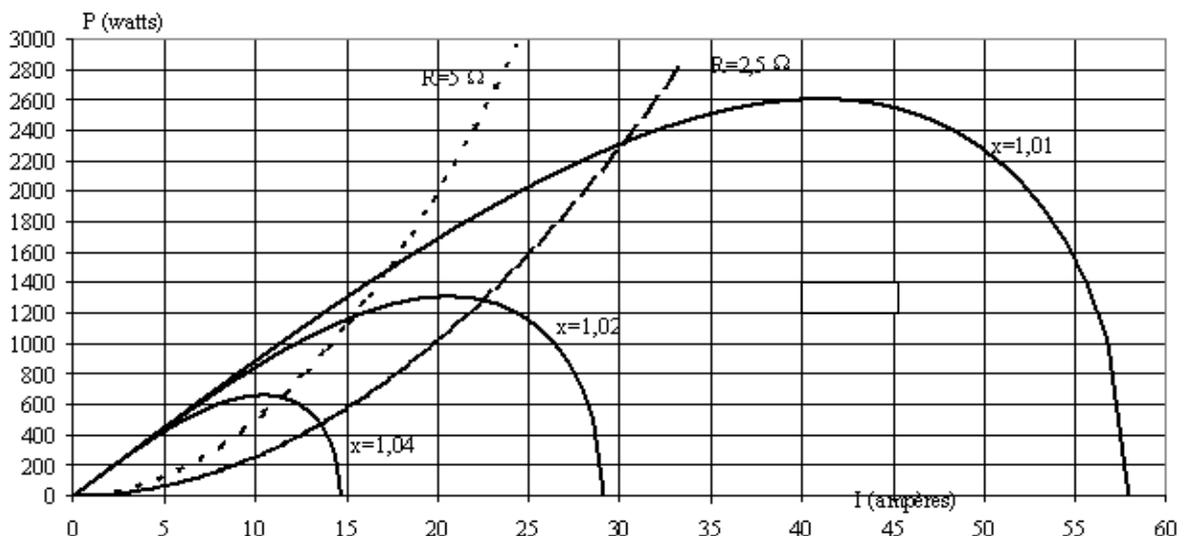


Figure N°2.43: les graphes  $P(I_1)$  et les droites de puissances  $P = R \cdot I_1^2$  pour  $E = 100 \text{ V}$ ,  $L = 5 \text{ mH}$ ;  $C = 820 \text{ nF}$ , et trois valeurs de  $x$ : 1,01; 1,02 et 1,04.

- Pour  $x = 1,01$  soit  $f = 2\,510\text{ Hz}$ , si  $R$  varie de  $5$  à  $2,5\ \Omega$ , la tension varie de  $86$  à  $76,5\text{ V}$  et la puissance de  $1\,500\text{ W}$  à  $2\,300\text{ W}$ .
- Pour  $R = 2,5\ \Omega$ , si  $x$  varie de  $1,01$  à  $1,04$ , la tension varie de  $76,5$  à  $35\text{ V}$  et la puissance de  $2\,300$  à  $480\text{ W}$ . On peut donc régler la puissance transmise à la charge en jouant sur la fréquence de commande. Pour  $x$  fixé, la puissance est maximale pour  $I = I_{cc}/\sqrt{2}$  et vaut  $U_1 \cdot I_{cc}/\sqrt{2}$ .

Notons que, sur le graphe de puissance, le point d'intersection de  $P(I_1)$  avec la parabole  $P = R \cdot I_1^2$  doit se situer dans la partie croissante du graphe. En effet dans cette partie, l'augmentation de  $R$  fait chuter la puissance alors que dans la partie décroissante, l'augmentation de la résistance fait augmenter la puissance. Or au cours du fonctionnement, la puissance dissipée dans  $R$  augmente sa température donc sa résistance. Si l'augmentation de  $R$  produit une augmentation de puissance, la température augmente encore et l'effet cumulatif conduit le système à fonctionner de façon instable. Seules les valeurs de  $P < P_{max}$  correspondent donc à des points de fonctionnement stables.

## VIII- Filtre d'entrée

Il est le plus souvent nécessaire de placer un filtre de type  $L - C$  entre la source de tension et l'onduleur. La source présente toujours une inductance parasite, or le courant source présente une discontinuité à chaque commutation dans l'onduleur; le condensateur  $C$  permettra cette discontinuité tout en lissant la tension appliquée à l'onduleur. L'inductance  $L$  réduit l'ondulation du courant dans la source afin de limiter les pertes.

Étudions le comportement de ce filtre pour un onduleur en pont, en supposant le courant charge sinusoïdal et les interrupteurs parfaits (figure N°44).

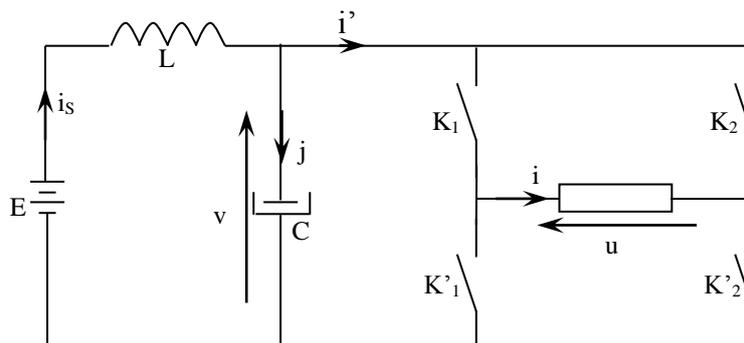


Figure N°2.44: Principe d'un onduleur autonome en pont avec filtre

On a  $E = v + L \cdot di_s/dt$  et  $j = C \cdot dv/dt = i_s - i'$ .

Si l'onduleur est commandé à la fréquence  $f = \omega/2 \cdot \pi$  avec un décalage angulaire  $\alpha$ , on a :

- ❖  $0 < \omega \cdot t < \alpha$  :  $K_1$  et  $K_2$  fermés donc  $u = 0$  et  $i' = 0$
- ❖  $\alpha < \omega \cdot t < \pi$  :  $K_1$  et  $K'_2$  fermés donc  $u = v$  et  $i' = i = I_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi)$ .
- ❖  $\pi < \omega \cdot t < \pi + \alpha$  :  $K'_1$  et  $K_2$  fermés donc  $u = 0$  et  $i' = 0$
- ❖  $\pi + \alpha < \omega \cdot t < 2 \cdot \pi + \alpha$  :  $K'_1$  et  $K'_2$  fermés donc  $u = -v$  et  $i' = -i = -I_{max} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi)$ .

Comme  $i(t + T/2) = -i(t)$ , les grandeurs du filtre sont de période  $T/2$ .

### VIII-1- Calcul du condensateur

Négligeons pour ce calcul l'ondulation du courant source  $i_s$ .

On a  $i_s = I_s$  avec  $I_s = i_{smoy}$ ; d'après l'allure du courant on a :

$$I_s = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} I_{max} \sin(\theta - \varphi) d\theta = \frac{I_{max}}{\pi} [\cos(\alpha - \varphi) + \cos \varphi] = \frac{2I_{max}}{\pi} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2} - \varphi\right)$$

En utilisant la variable  $\theta = \omega t$ , nous avons  $C \omega \frac{dv}{d\theta} = I_s - i'$ .

De 0 à  $\alpha$ ,  $i' = 0$  donc  $dv = \frac{I_s}{C\omega} d\theta$  soit  $v = \frac{I_s}{C\omega} \theta + A$ ; en posant  $v(0) = V_0$ , il vient  $v = \frac{I_s}{C\omega} \theta + V_0$

$$v(\alpha) = \frac{I_s}{C\omega} \alpha + V_0$$

De  $\alpha$  à  $\pi$ ,  $i' = I_{max} \sin(\theta - \varphi)$  soit  $v = A' + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I_{max}}{C\omega} \cos(\theta - \varphi)$ ; en écrivant la continuité de  $v$  en  $\alpha$ , il vient :

$$v = V_0 + \frac{I_s}{C\omega} \theta + \frac{I_{max}}{C\omega} [\cos(\theta - \varphi) - \cos(\alpha - \varphi)]$$

Pour calculer  $V_0$ , nous savons que la valeur moyenne aux bornes de  $L$  est nulle en régime périodique donc  $V_{moy} = E$ .

$$V_{moy} = \frac{1}{\pi} \int_0^\alpha v(\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \int_0^\alpha \left[ V_0 + \frac{I_s}{C\omega} \theta \right] d\theta + \frac{1}{\pi} \int_\alpha^\pi \frac{I_{max}}{C\omega} [\cos(\theta - \varphi) - \cos(\alpha - \varphi)] d\theta$$

Tous calculs faits :

$$V_0 = E - \frac{I_s}{2C\omega} \pi - \frac{I_{max}}{\pi C\omega} [\sin(\varphi) - \sin(\alpha - \varphi)] + \frac{I_{max}}{C\omega} \cos(\alpha - \varphi) \frac{\pi - \alpha}{\pi}$$

La figure N°2.45 donne l'allure de  $v/E$  pour  $\alpha = Cste$  et  $\varphi$  variable, la figure N°2.46 pour  $\alpha$  variable et  $\varphi$  constant.

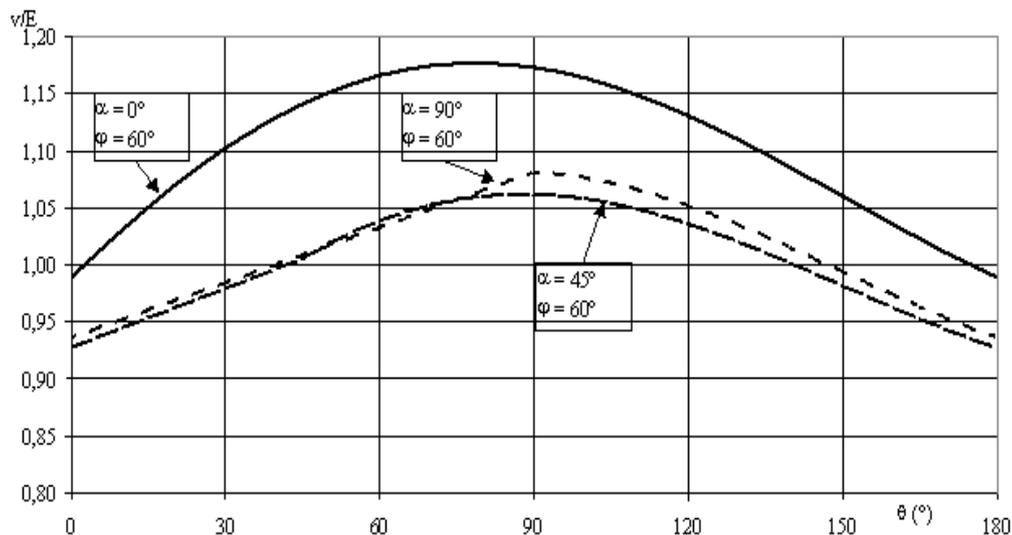


Figure N°2.45: L'allure de  $v/E$  pour  $\alpha = Cste$  et  $\varphi$  variable

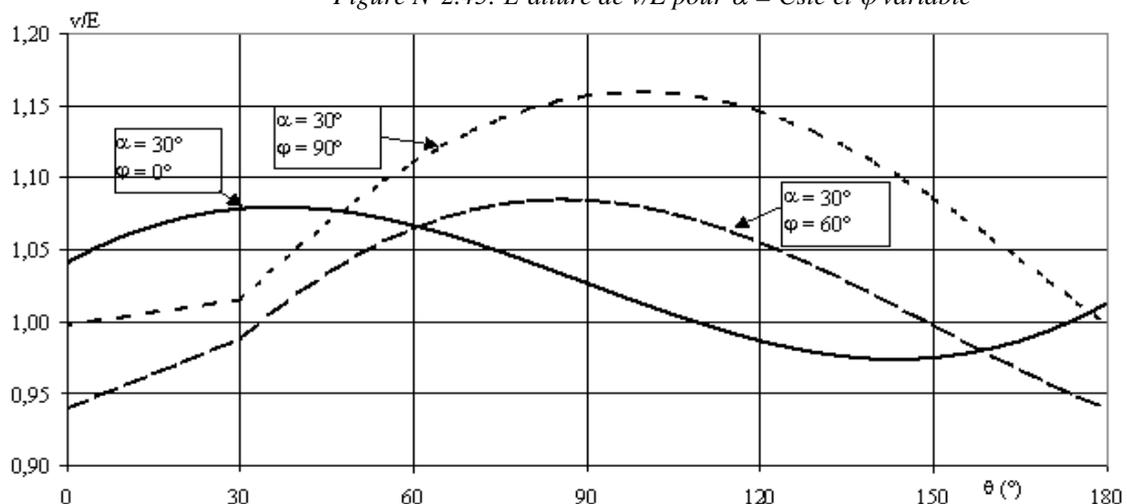


Figure N°2.46: l'allure de  $v/E$  pour  $\alpha$  variable et  $\varphi$  constant.

L'ondulation de la tension  $v$  est maximale pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $\varphi = 90^\circ$ ; dans ce cas la valeur moyenne de  $i_s$  est nulle :

$$v = V_0 + \frac{I_{max}}{C\omega} \sin\theta, \text{ de } 0 \text{ à } \pi. \text{ La valeur minimale de } v \text{ est donc } V_0 \text{ et la valeur maximale } V_0 + \frac{I_{max}}{C\omega}.$$

L'ondulation crête à crête est donc  $\Delta v = \frac{I_{max}}{C\omega}$ . Si nous fixons l'ondulation admissible en entrée, nous en déduisons la valeur de la capacité :  $C = \frac{I_{max}}{2\pi \cdot f \cdot \Delta v}$

### VIII-2- Calcul de l'inductance

La valeur de l'intensité dans la source se déduit de celle de la tension  $v$  par l'équation  $L \cdot di_s/dt = E - v$ .

En remplaçant  $v$  par l'expression calculée au paragraphe ci-dessus, on peut déterminer  $i_s$  par intégration; la constante d'intégration se calcule à partir de la valeur moyenne  $I_s$ .

L'ondulation du courant est maximale lorsque celle de la tension  $v$  est maximale, c'est à dire pour  $\alpha = 0^\circ$  et  $\varphi = 90^\circ$ ; nous avons alors :

$$V_0 = E - \frac{2I_{max}}{\pi C\omega} \text{ et } L \cdot \frac{di_s}{dt} = \frac{I_{max}}{C\omega} \left[ \frac{2}{\pi} - \sin(\omega t) \right]$$

$$L \cdot \frac{di_s}{dt} = L\omega \frac{di_s}{d\theta} \text{ d'où } i_s = \frac{I_{max}}{LC\omega^2} \left[ \frac{2\theta}{\pi} + \cos(\theta) + A \right],$$

la constante  $A$  se calcule en écrivant que la valeur moyenne de  $i_s$  est nulle :

$$I_s = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{I_{max}}{LC\omega^2} \left[ \frac{2\theta}{\pi} + \cos(\theta) + A \right] d\theta = \frac{I_{max}}{LC\omega^2} (1 + A) \text{ d'où } A = -1.$$

$$i_s = \frac{I_{max}}{LC\omega^2} \left[ \frac{2\theta}{\pi} + \cos(\theta) - 1 \right] \text{ est extrémum pour } \frac{di_s}{d\theta} = 0$$

$$\text{donc } v = E \text{ soit } \sin(\theta_{ext}) = \frac{2}{\pi}$$

$$\text{et } \theta_{ext} = 0,69rd \text{ ou } \theta'_{ext} = \pi - 0,69rd,$$

$i_s$  est maximal pour  $\theta = \theta_{ext} = 0,69rd$  et minimal pour  $\theta = \theta'_{ext} = 2,45rd$ .

En exprimant les valeurs du courant pour ces deux angles, nous obtenons l'expression de l'ondulation crête à crête de  $i_s$ :

$$\Delta i_s = \frac{I_{max}}{LC\omega^2} \left[ 2 \frac{2\theta_{ext} - \pi}{\pi} + 2\cos(\theta_{ext}) \right] = 0,421 \frac{I_{max}}{LC\omega^2}$$

Si on fixe l'ondulation de la tension  $v$  et celle du courant source, on peut donc calculer les composants du filtre :

$$C = \frac{I_{max}}{2\pi \cdot f \cdot \Delta v} \text{ et } L = \frac{0,421 I_{max}}{\Delta i_s C (2\pi f)^2}$$

### IX- Choix d'une structure et de son mode de commande

Les onduleurs de tension monophasés sont les plus souvent utilisés pour des puissances faibles à moyennes.

On distingue deux types d'applications :

- les onduleurs alimentés sur batterie donc en basse tension; ces onduleurs nécessitent généralement l'emploi d'un transformateur pour alimenter la charge sous une tension suffisante.
- les onduleurs alimentés à partir du réseau à travers un redresseur.

Pour régler la puissance transférée à la charge, on peut utiliser :

- le décalage des commandes dans les onduleurs en pont
- le réglage par la fréquence dans les onduleurs à résonance
- la modulation de largeur d'impulsions

Envisageons les avantages et inconvénients des structures :

- onduleur en demi-pont à onde rectangulaire :

#### ❖ avantages

- structure simple et économique avec seulement deux interrupteurs commandés et deux diodes.
- un seul interrupteur passant à chaque instant donc chute de tension réduite

- les condensateurs du diviseur capacitif peuvent servir pour le filtrage en entrée et/ou pour la résonance série.

❖ **inconvénients**

- la tension de blocage des interrupteurs est  $2.E$  soit deux fois la tension maximale aux bornes de la charge.
- le réglage de la puissance ne peut se faire que par modulation de largeur d'impulsions; la fréquence de commutation est alors de 6 à 10 fois celle du fondamental du courant charge; les pertes de commutation sont augmentées. La durée de chaque créneau doit être grande devant les temps de commutation, ce qui limite la fréquence de l'onduleur.

*Ce type d'onduleur est le plus souvent utilisé pour l'alimentation en basse tension.*

➤ onduleur en pont

❖ **avantages :**

- la tension de blocage de chaque interrupteur est égale à la tension maximale aux bornes de la charge
- la commande à décalage permet de régler la puissance fournie sans augmenter la fréquence de commutation
- la commande MLI trois niveaux (-E, 0, E) est possible ce qui permet de réduire les harmoniques

❖ **inconvénients :**

- nécessite quatre interrupteurs commandés et quatre diodes
- à chaque instant, la charge est alimentée à travers deux interrupteurs en série ce qui crée une chute de tension de 1,5 à 3 volts.

*Ce type d'onduleur est surtout utilisé en haute tension et dans les montages à commande en modulation de largeur d'impulsion.*

➤ onduleur avec transformateur à point milieu

❖ **avantages :**

- structure simple et économique avec seulement deux interrupteurs commandés et deux diodes.
- un seul interrupteur passant à chaque instant donc chute de tension réduite
- le transformateur permettant d'élever la tension charge est inclus dans la structure

❖ **inconvénients :**

- à chaque instant, un seul demi primaire est utilisé ce qui oblige à surdimensionner le transformateur d'environ 40 % par rapport à la puissance fournie à la charge.
- les harmoniques de la tension induisent des pertes supplémentaires dans le fer

➤ onduleur à résonance

❖ **avantages :**

- réduction des pertes de commutation donc possibilité de travailler à fréquence élevée
- réglage de la puissance par variation de la fréquence
- le condensateur en série interdit la circulation d'une composante continue du courant charge en cas de décalage des temps de conduction des interrupteurs d'un bras; ceci est important lorsqu'un transformateur est utilisé car la composante continue risque de saturer le circuit magnétique
- fonctionnement de la charge en régime quasi sinusoïdal donc pas besoin de filtre de sortie et pertes réduites pour l'utilisation d'un transformateur

❖ **inconvénients :**

- la puissance fournie à la charge varie rapidement avec la fréquence de commande et l'amortissement du circuit résonant.

*Cette structure est surtout utilisée dans les applications hautes fréquences telles que le chauffage par induction ou pour réaliser des alimentations à découpage.*

## LES ONDULEURS TRIPHASES

### I- Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons l'onduleur triphasé, son principe de fonctionnement et nous exposons les deux types de commande  $120^\circ$  et  $180^\circ$ , d'autre part, nous rappelons la technique de modulation sinus triangle d'un onduleur de tension.

### II- Principe de l'onduleur de tension triphasé

L'onduleur triphasé en pont est constitué d'une source de tension continue et de six interrupteurs monté en pont. La tension continue est généralement obtenue par un redresseur triphasé à diodes suivi d'un filtre. Celui-ci est très utilisé en MLI pour l'alimentation des récepteurs triphasés équilibrés à tension et fréquence variables. Il peut être considéré comme étant superposition de trois onduleurs demi-pont monophasé (figure 3.1).

Chacune des trois tensions de sortie est formé d'une onde bivalente prenant les valeurs  $-U$  et  $+U$  mais décalées de  $2\pi/3$  l'une par rapport à l'autre.

De plus si le récepteur est couplé en étoile sans neutre ou en triangle, les harmoniques multiples de trois éliminées. Ainsi, le système triphasé obtenu à la sortie de l'onduleur est un système équilibré en tension ne contenant que les harmoniques impairs différents de trois. Pour obtenir une tension alternative à partir une tension continue, il faut découper la tension d'entrée et l'appliquer une fois dans un sens, l'autre fois dans l'autre à la charge.

L'onduleur de tension alimenté par une source de tension parfait impose à sa sortie, grâce au jeu d'ouverture des interrupteurs, une tension alternative formée d'une succession de créneaux rectangulaires à deux niveaux, la période de fonctionnement est fixée par la commande des interrupteurs. L'architecture de ce convertisseur se compose de plusieurs bras, connectés chacun à une phase du réseau et comportant deux interrupteurs de puissance,

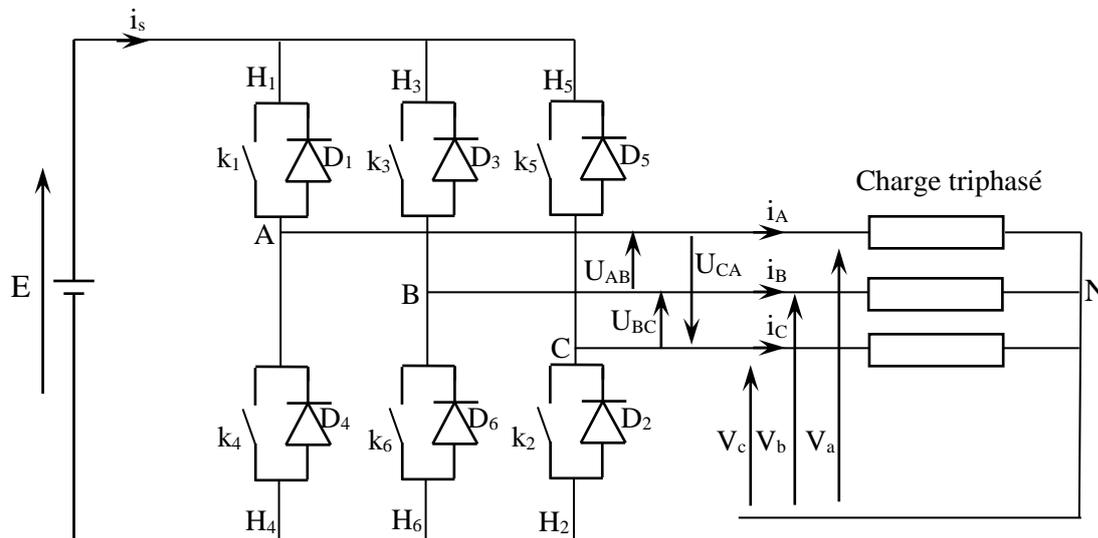


Fig. 3.1 : Structure d'un onduleur triphasé en pont

Eléments de base de l'onduleur, les interrupteurs de puissance se composent, selon la puissance commutée, de GTO (Gate Turn Off), de MOS de puissance ou d'IGBT (Insulated Gate Bipolaire Transistor), en parallèle avec une diode (Figure 3.2).

La diode permet d'assurer la continuité du courant lors du changement de sens de celui-ci.

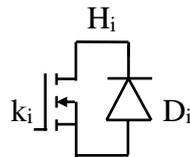


Fig.6.2 : Interrupteur de puissance avec IGBT et diode

Les caractéristiques de l'onduleur sont principalement définies par ces composants de puissance. Ceux-ci déterminent la puissance, la tension et courant maximum commutés, la fréquence maximale de commutation et le temps mort. Ces deux dernières caractéristiques sont particulièrement importantes car elles vont beaucoup influencer la conception.

La fréquence maximale de commutation est déterminée par les temps de commutation (ouverture et fermeture du composant) des interrupteurs et par le temps mort. Sur une période des commutations, un interrupteur commuté au maximum deux fois : à l'ouverture et à la fermeture, *figure 3.3*.

Le temps mort sert à prévenir les risques de court-circuit sur un bras, *figure 3.3*; Ce temps introduit entre l'ouverture d'interrupteur et la fermeture de son complémentaire, dépend des temps de commutation.

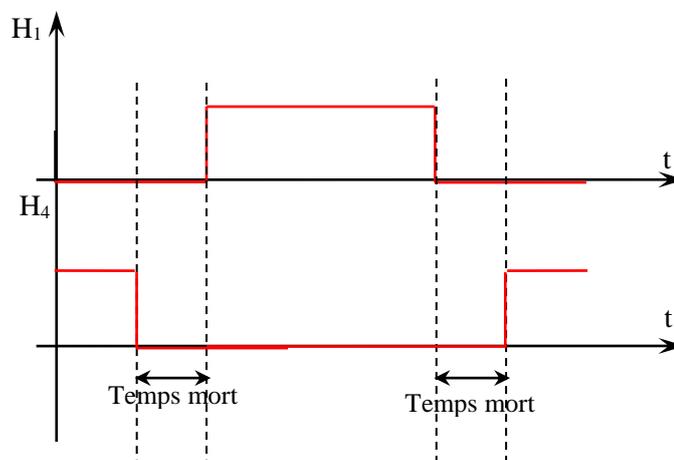


Fig3.3 : Exemple de période de commutation avec temps mort

Nous considérons une charge triphasée équilibrée, et pour simplifier l'étude nous supposons que le couplage en étoile (bien que le branchement d'une charge triangle soit envisageable). Pour cette structure, plusieurs types de commande sont possibles, les plus utilisées sont :

- ▶ La commande  $120^\circ$
- ▶ La commande  $180^\circ$
- ▶ Les commandes à modulation de largeur d'impulsion (MLI).

### III- Commande à $120^\circ$

Les interrupteurs sont commandés pendant une durée correspondant à un tiers de période, mais avec des séquences décalées de  $120^\circ$  d'un bras par rapport aux autres d'où :

- à tous instants deux interrupteurs sont en état de conduire et les quatre autres sont bloqués
- deux interrupteurs d'un même bras doivent être commandés de façon complémentaire afin de ne pas court-circuiter la source de tension.

On obtient donc six séquences de conduction par période tel que l'illustre la *figure 3.4* ; de plus il est judicieux de considérer le montage comme étant l'association de trois onduleurs monophasés en demi-pont en décomposant la source continue par deux sources équivalentes de tension  $E/2$  avec un point milieu, noté O.

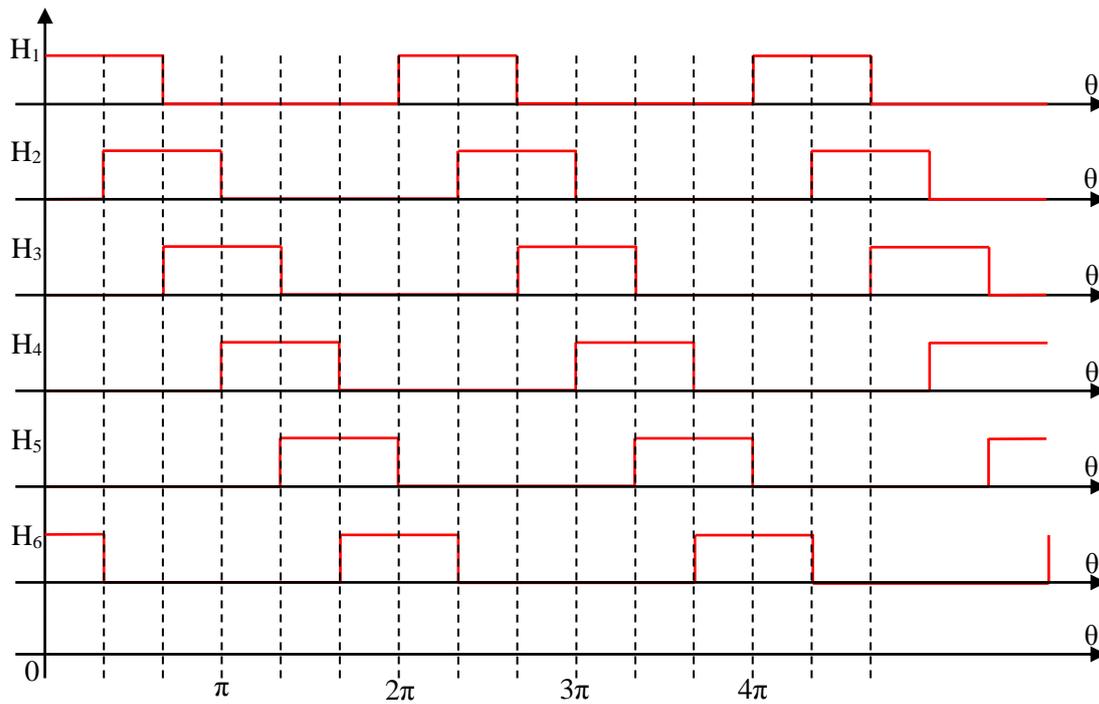


Fig.3.4 : Séquence de conduction des interrupteurs pour la commande 120°

### III-1- Etude des tensions

Les tensions  $v_{AO}$ ,  $v_{BO}$ ,  $v_{CO}$  mesurées entre les points A, B, C et le point milieu sont alors les tensions délivrées par les onduleurs monophasés. On peut alors déterminer l'allure des tensions composées en tenant compte des relations suivantes :

$$\begin{aligned}v_{AB} &= v_{AO} - v_{BO} \\v_{BC} &= v_{BO} - v_{CO} \\v_{CA} &= v_{CO} - v_{AO}\end{aligned}$$

L'analyse des chronogrammes des tensions composées, représentés sur la *figure.5* montre que l'on obtient un système de tensions triphasé en marches d'escalier, d'amplitude E, de période T et déphasé deux à deux d'un angle de 120°.

Au niveau de la charge on peut déduire les relations donnant les expressions des tensions simples :

$$\begin{aligned}v_{AB} &= v_a - v_b \\v_{BC} &= v_b - v_c \\v_{CA} &= v_c - v_a\end{aligned}$$

Et en effectuant la différence membre à membre entre la première et la troisième relation

$$u_{AB} - u_{CA} = v_a - v_b - (v_c - v_a)$$

Ou encore :

$$u_{AB} - u_{CA} = 2v_a - (v_b - v_c)$$

Et donc

$$u_{AB} - u_{CA} = 3v_a$$

D'où l'expression de la première tension simple:

$$v_a = \frac{1}{3}(u_{AB} - u_{CA})$$



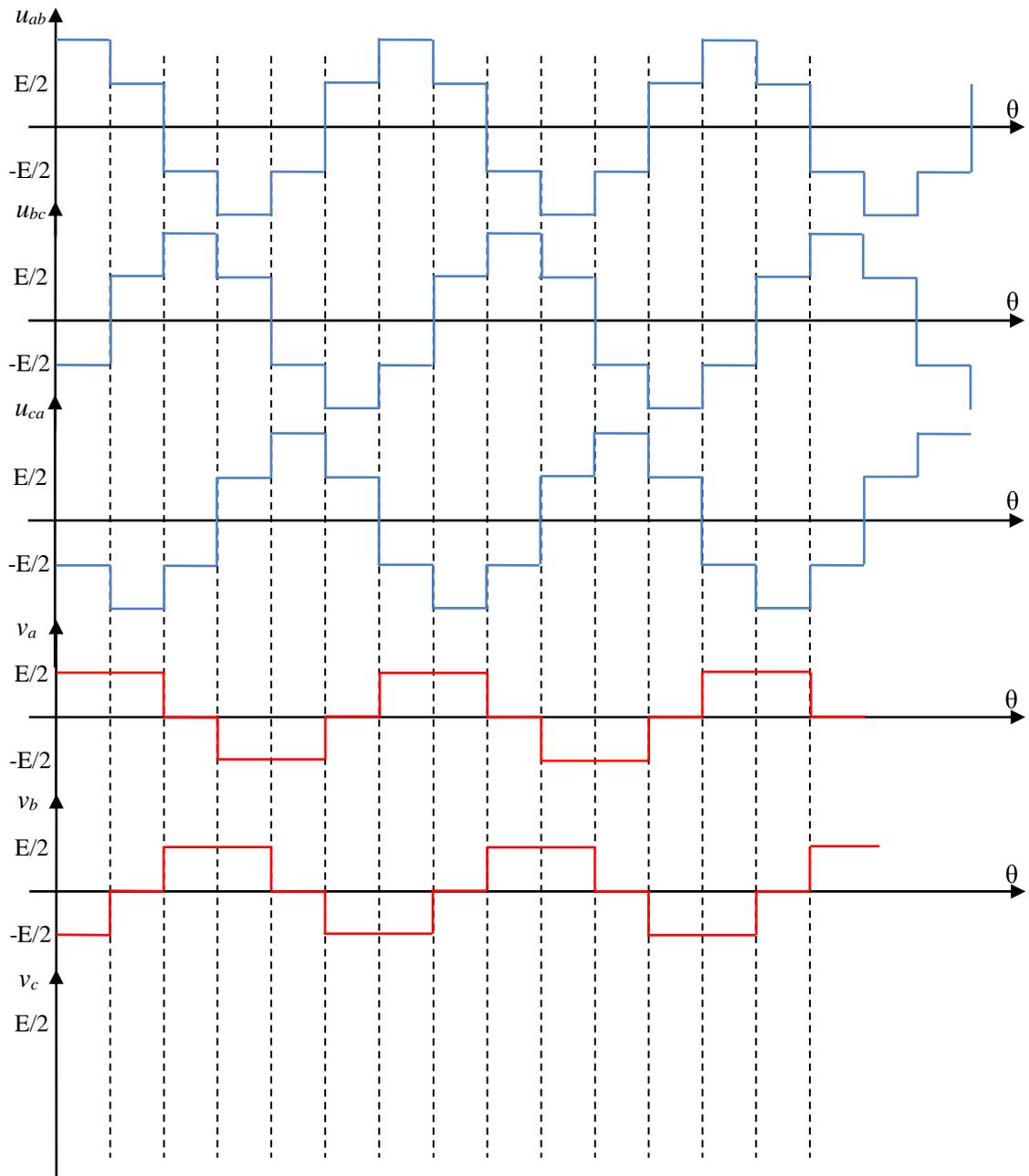


Fig3.6 : Construction des chronogrammes des tensions simples

Les expressions des valeurs efficaces sont :

- ◆ pour les tensions composées :  $U_{eff} = \frac{E}{\sqrt{2}}$
- ◆ pour les tensions simples :  $V_{eff} = \frac{E}{\sqrt{6}}$
- ◆ ce qui conduit au rapport :  $U_{eff} = \sqrt{3} V_{eff}$

Au regard de ces expressions, un onduleur triphasés pilotée par une commande à 120°, ne permet un réglage des valeurs efficaces des tensions composées et simples que par variation de la tension délivrée par la source continue.

La variation des instants d'allumage des interrupteurs n'engendrera que le réglage de la fréquence des tensions de sortie, aussi s'il est nécessaire de faire réglage les valeurs efficaces des tensions alternatives il faudra régler la tension continue.

On devra dans ce but insérer un convertisseur statique en aval de l'onduleur, et donc deux solutions s'imposent selon l'origine de la tension continue:

- ▶ Un hacheur si la source primaire est son batterie d'accumulateur
- ▶ Un redresseur commandé si la source primaire est provient d'un réseau d'alimentation triphasé.

### III-2- Harmoniques des tensions simples

La forme de la tension simple  $v_a$  est en créneaux alternativement positifs et négatifs et de période T. Le signal est impair et présente une symétrie sur deux demi périodes si on le retarde d'un angle de  $30^\circ$ . La décomposition en série de Fourier peut être exprimée de la façon suivante

$$v_a(t) = \sqrt{3} \frac{E}{\pi} \sin(\omega t) + \sqrt{3} \frac{E}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^k}{6k+1} \sin((6k-1)\omega t) \right]$$

k entier naturel impair.

On en développant quelques termes on obtient :

$$v_a(t) = \sqrt{3} \frac{E}{\pi} \sin(\omega t) + \sqrt{3} \frac{E}{5\pi} \sin(5\omega t) + \sqrt{3} \frac{E}{7\pi} \sin(7\omega t) + \sqrt{3} \frac{E}{11\pi} \sin(11\omega t) + \dots$$

On remarque que les harmoniques pair et multiples de trois (3, 9, 12 ...), disparaissent, alors que ceux de rang 5, 7, 11,

13 ..., restent présents le spectre.

L'expression de la valeur efficace du fondamental de tension simple est :

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{E}{\pi}$$

## IV- Commande à $180^\circ$

### IV-1- Etude des tensions

Cette commande est conçue de façon à ce que les interrupteurs soient commandés pendant une durée correspondant à une demi période, mais leurs conductions déphasages, d'où:

- à tout instant trois interrupteurs sont en état de conduire et les trois autres sont bloqués ;
- deux interrupteurs d'un même bras doivent être commandé de façon complémentaire afin de ne pas court-circuiter la source de tension.

La figure 3.7 montre les six séquences de conduction obtenues par période, ce qui permet de construire, de la même manière que pour la commande  $120^\circ$ , les allures des tensions composées, figure 3.8, et tensions simples. La figure 3.9 montre le détail de cette construction. Sur ces chronogrammes on voit que les trois tensions simples ont une forme en marches d'escalier, et qu'elles forment, elles aussi, un système de tensions triphasées, d'amplitude  $\frac{2}{3}E$ , de période T égale à celles des tensions composées.

L'angle de déphasage qu'elles présentent entre elles, deux, est égal à  $120^\circ$ .

Les expressions des valeurs efficaces sont :

- ◆ pour les tensions composées :  $U_{eff} = \sqrt{\frac{2}{3}} E$
- ◆ pour les tensions simples :  $V_{eff} = \frac{\sqrt{2}}{3} E$
- ◆ ce qui conduit au rapport :  $U_{eff} = \sqrt{3} V_{eff}$

Comme pour la commande précédente, un onduleur triphasé pilotée par une commande à 180° permet un réglage de la fréquence des tensions composées et simples, mais s'il est nécessaire, le réglage des valeurs efficaces ne peut être réalisé, selon l'origine de la tension continue il sera nécessaire d'insérer un convertisseur statique. Les deux solutions précédentes sont encore envisageables.

La commande à 180° sera privilégiée par rapport à la commande à 120°, en effet elle délivre des tensions efficaces supérieures à la commande à 180°.

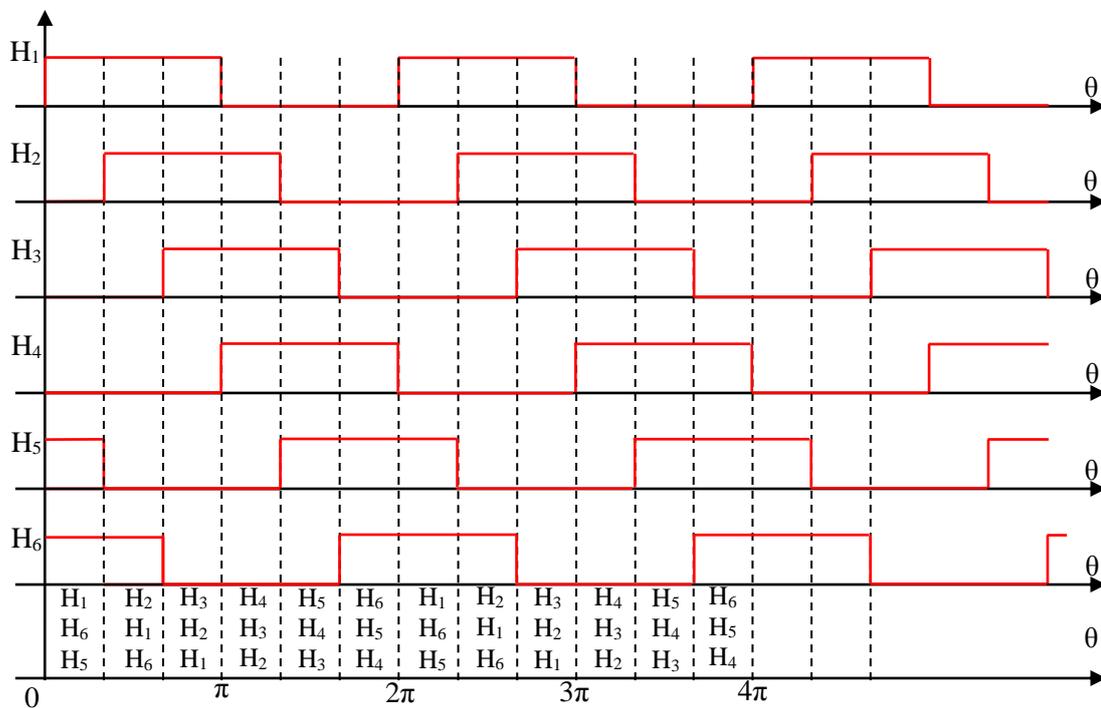


Fig3.7 : Séquence de conduction des interrupteurs pour la commande 180°

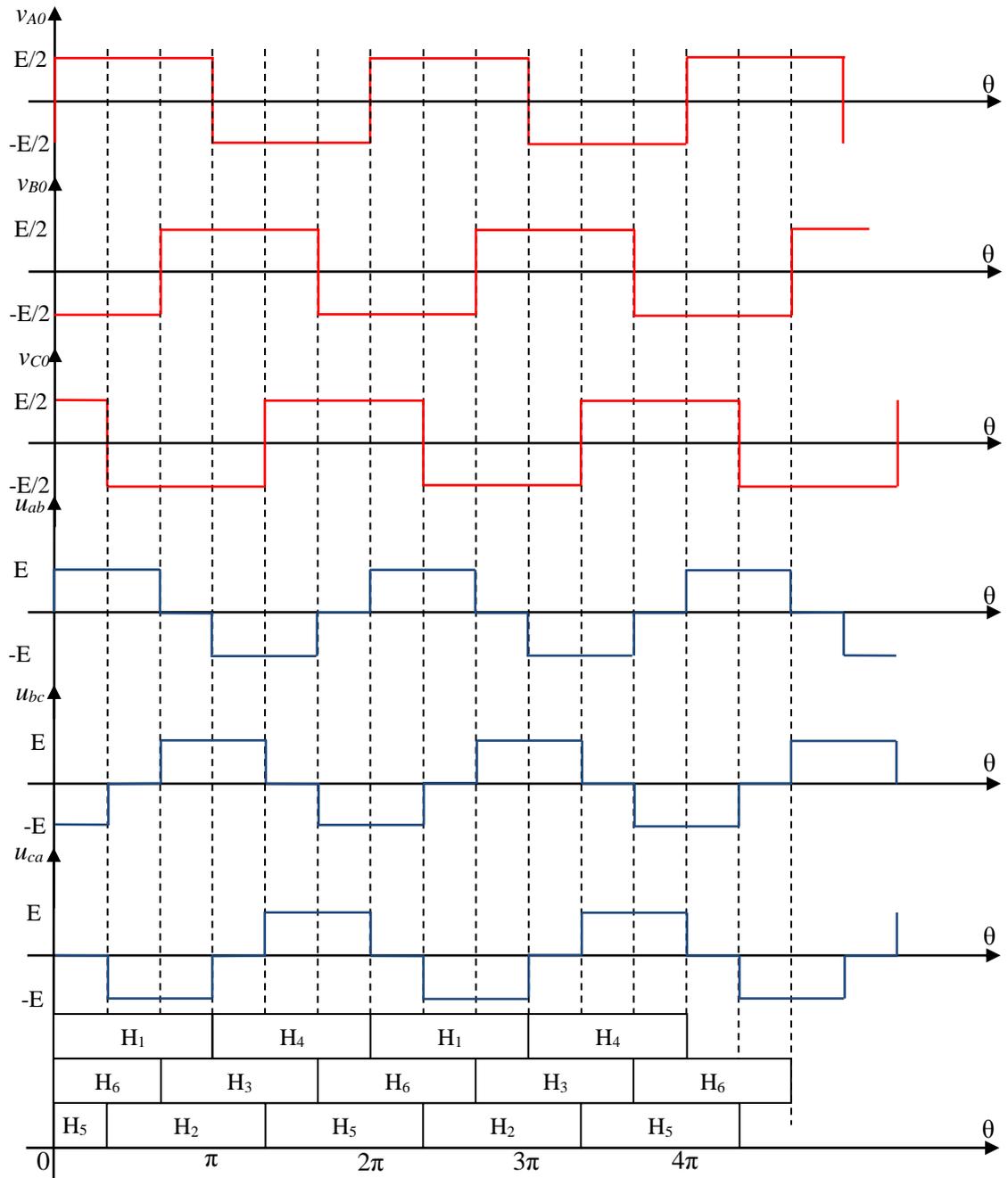


Fig3.8 : Construction des chronogrammes des tensions composées

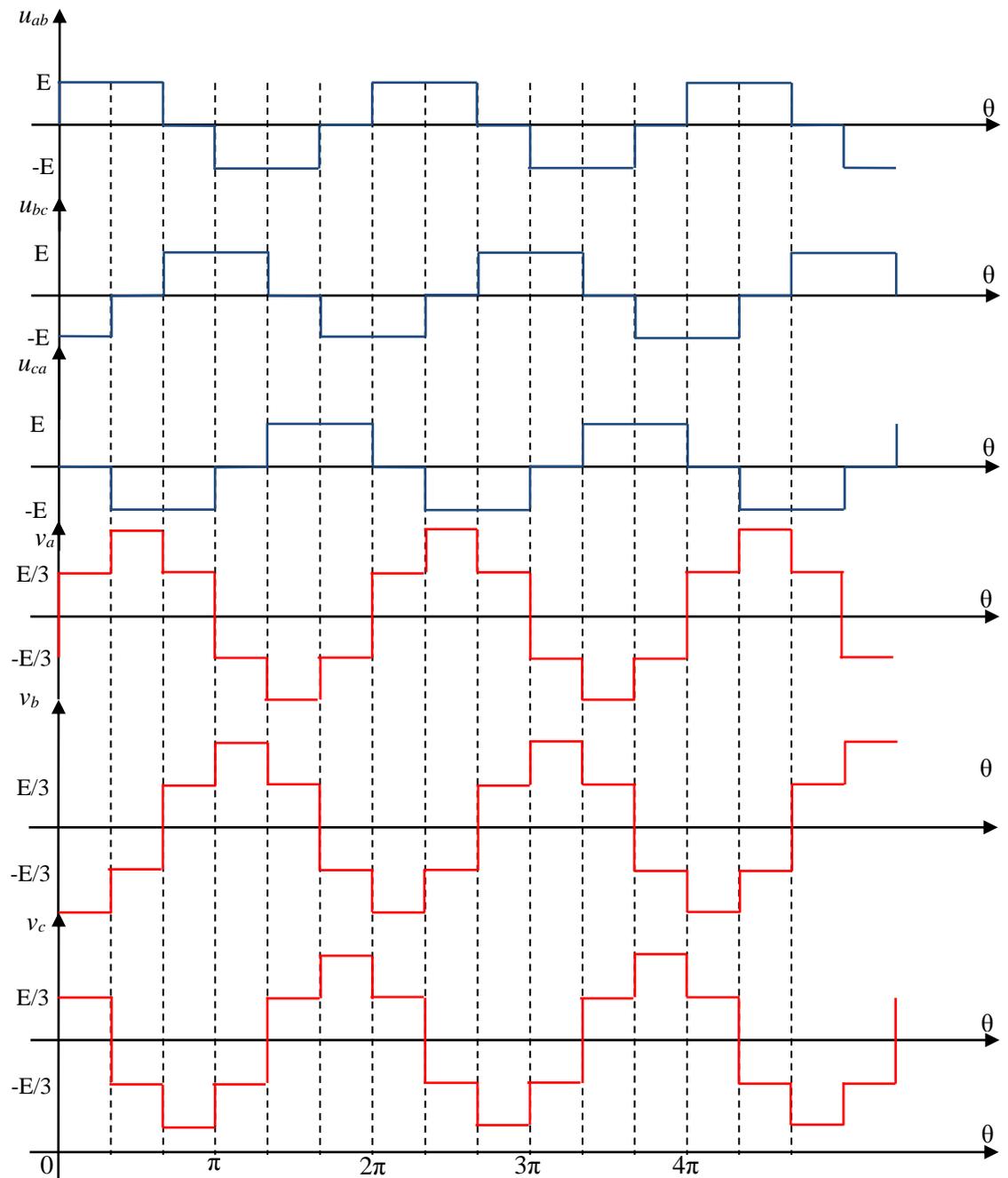


Fig3.9 : Construction des chronogrammes des tensions simples

#### IV-2- Etude des courants dans la charge

Dans le cas d'une charge résistive, les diodes branchées en tête bêche sur les interrupteurs n'ont aucune fonction. Pour une charge couplée en étoile les intensités des courants traversant la charge sont de même formes que les tensions simples et respectivement en phase.

La charge étant équilibrée, la relation suivante donnée par la loi des nœuds au point neutre est vérifiée pour chaque instant la relation :

$$i_A + i_B + i_C = 0$$

Pour une charge inductive, le courant traversant chaque bras de conduction sera retardé d'un certain angle en arrière par rapport à la tension simple. La figure .10 représente l'allure de la tension composée  $u_{AB}$ , de la tension simple  $v_A$ , des courants  $i_{T1}$ ,  $i_{T4}$ ,  $i_{D1}$ ,  $i_{D4}$ , traversant les interrupteurs et les diodes du bras de commutation ( $H1$ ,  $H4$ )

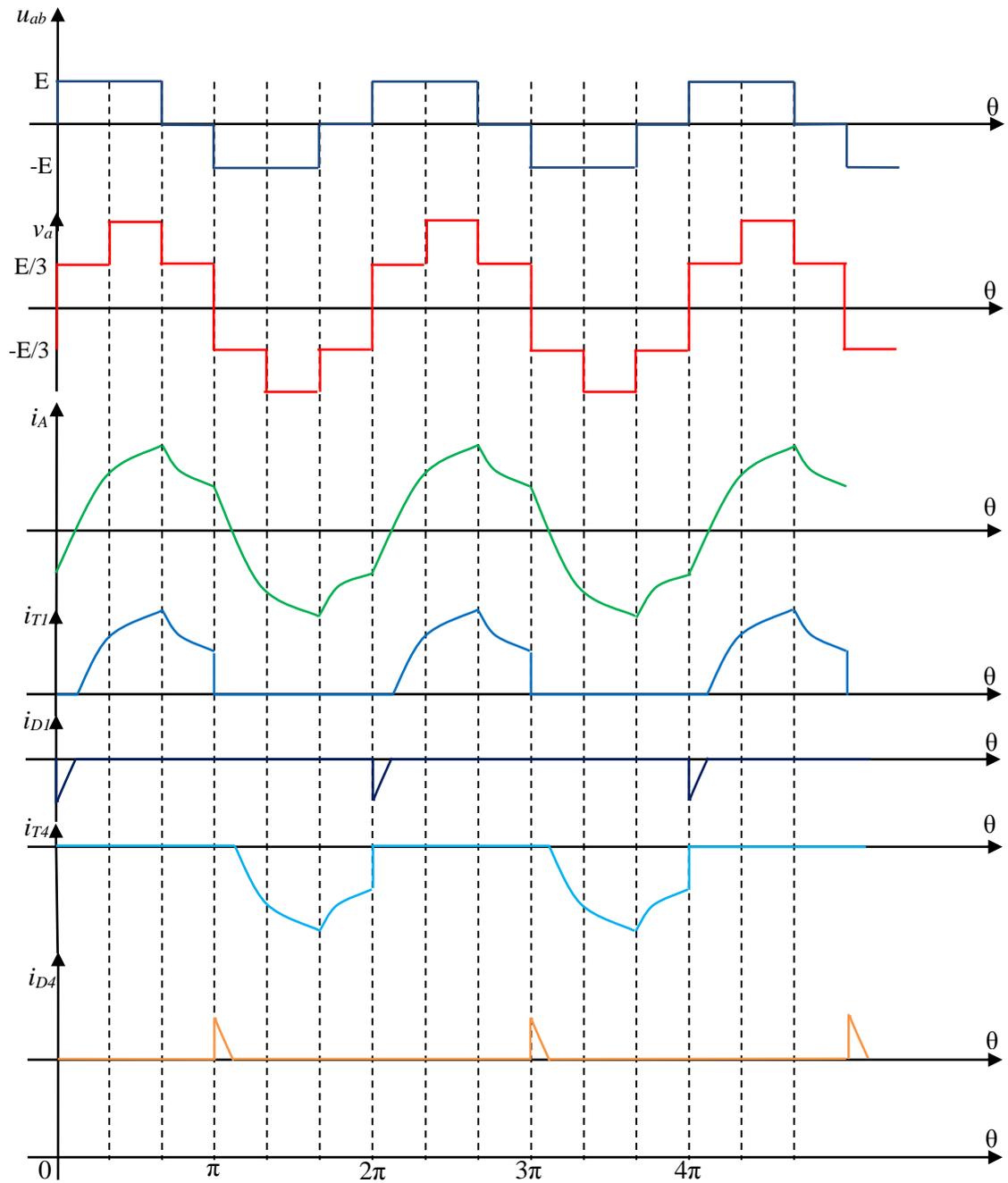


Fig3.10 : Chronogrammes des courants parcourant les interrupteurs

### IV-3- Harmonique des tensions simples

L'allure de la tension simple  $v_a$  est une marche d'escalier d'amplitude  $2 \cdot \frac{E}{2}$ , à palier de hauteur  $\frac{E}{3}$ , et période T. Le signal est impair et présente une symétrie sur les deux demi périodes. La décomposition de série de Fourier à pour expression en mettant en évidence le terme fondamental :

$$v_a(t) = 2 \frac{E}{\pi} \sin(\omega t) + 2 \frac{E}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{(-1)^k}{6k+1} \sin((6k-1)\omega t) + \frac{1}{6k-1} \sin((6k+1)\omega t) \right]$$

Avec k entier naturel impair. En développement quelque termes on obtient :

$$v_a(t) = 2 \frac{E}{\pi} \sin(\omega t) + 2 \frac{E}{5\pi} \sin(5\omega t) + 2 \frac{E}{7\pi} \sin(7\omega t) + 2 \frac{E}{11\pi} \sin(11\omega t) + \dots$$

On remarque, comme pour la commande  $120^\circ$ , que les harmoniques pairs sont absentes et que ceux multiples de trois (3, 9, 12...) ont disparus car ce sont des composants homopolaires. Seuls restent les harmoniques de rang 5, 7, 11, ..... dans le spectre. L'amplitude des harmoniques présents dans les deux types de commandes  $120^\circ$  et  $180^\circ$  est inversement proportionnelle à leur pulsation

$$\frac{V_{2k+1}}{V_1} = \frac{1}{2k \pm 1}$$

L'expression de la valeur efficace du fondamental de tension simple est :  $U_{eff} = \sqrt{\frac{2E}{3}}$ , et elle est supérieure à celle de la commande  $120^\circ$ .

## V- Modulation de largeur d'impulsion (MLI)

### V-1- Introduction

Les grandeurs de sortie des commandes analogiques ou numériques qui servent à obtenir les tensions ou courants désirés aux bornes de la machine. La technique de modulation de largeur d'impulsions (M.L.I. en français et P.W.M pour pulse Width modulation en anglais) permet de reconstituer ces grandeurs à partir d'une source à fréquence fixe et tension fixe (en général une tension continue) par l'intermédiaire d'un convertisseur direct. Celui-ci réalise les liaisons électriques entre la source et la charge. Le réglage est effectué par les durées d'ouverture et fermeture des interrupteurs et par les séquences de fonctionnement. Dans la majorité des cas, l'onde idéale est sinusoïdale. La M.L.I. permet de se rapprocher du signal désiré et de faire varier la valeur de fondamental de la tension de sortie, elle repousse vers les fréquences plus élevées les harmoniques de la tension de sortie ; ce qui facilite le filtrage. Cependant, cette technique est imparfaite. Le contenu harmonique généré par une onde M.L.I. entraîne des pertes dans le réseau (pertes fer dans le transformateur, pertes Joule dans la ligne et le convertisseur), dans la charge (pertes Joule, fer et par courant de Foucault). Elles génèrent dans les machines tournantes des oscillations de couple, des bruits acoustiques et des résonances électroniques. Elle injecte du bruit sur la commande et introduit des non linéarités qui peuvent déstabiliser le système. Il faut donc minimiser ces harmoniques.

### V- 2- Les techniques de modulation d'un onduleur de tension

#### V- 2-1- Modulation sinus-triangle

##### V- 2-1-1- Principe

La M.L.I. sinus-triangle est réalisée par comparaison d'une onde modulante basse fréquence (tension de référence) à une onde porteuse haute fréquence de forme triangulaire. Les instants de commutation sont déterminés par les points d'intersection entre la porteuse et modulante. La fréquence de commutation des interrupteurs est fixée par la porteuse. En triphasé, les trois références sinusoïdales sont déphasées de  $\frac{2\pi}{3}$  à la même fréquence  $f$

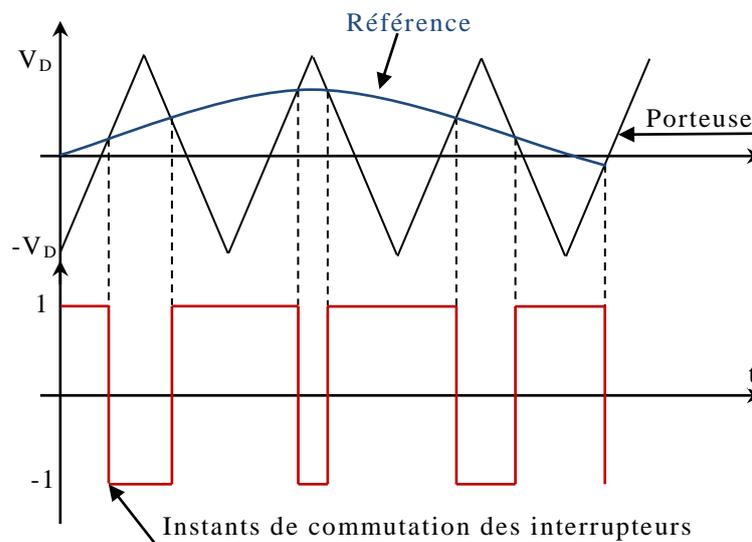


Fig3.11 : Le signal de la MLI sinus-triangle.

### V- 2-1-2- Caractérisation de la modulation

Si la référence est sinusoïdale, deux paramètres caractérisent la commande :

- *L'indice de modulation  $m$* , égal au rapport de la fréquence de la modulation (porteuse) sur la fréquence de la référence (modulante).

$$m = \frac{f_p}{f_m} \quad \text{avec } m > 1$$

On choisit généralement  $m$  supérieure à l'unité parce que l'augmentation mène au déplacement des harmoniques vers des fréquences élevées. Dans la simulation on constate que les valeurs très élevées de  $m$  provoquent une augmentation des déchets de tension, ce qui nous oblige à optimiser la valeur de  $m$ .

- *Le coefficient de réglage en tension  $r$* , égal au rapport de l'amplitude de la tension de la référence sur celle de la porteuse.

$$r = \frac{U_m}{U_p}$$

D'ordinaire la modulation est **synchrone**, c'est-à-dire  $f_p$  est un multiple entier de  $f_m$ . La tension de sortie  $u$  est alors vraiment périodique et a bien une période  $T$  égal à  $\frac{1}{f_m}$ .

Mais dans certains cas modulation est **asynchrone**, notamment quand à fréquence de modulation  $f_p$  donnée on fait varier de façon continue la fréquence de la référence. En modulation synchrone, si  $m$  est impair, l'alternance négative de  $u'$  reproduit au signe près son alternance positive. Le développement en série de  $u'$  ne comporte que des harmoniques impairs.

Au contraire si  $m$  est pair, on trouve dans le développement série de  $u'$  une composante continue, des harmoniques pairs et impairs.

L'angle décalage  $\delta$  (MLI synchrone), on dit le décalage est optimal si la porteuse passe par un maximum ou un minimum au milieu des alternances de la modulante, pour une modulation synchrone suffisamment importante ( $m \geq 15$ ), les raies des harmoniques se répartissent par groupe au rang : 1, ( $m-2, m, m+2$ ), ( $2m-5, 2m-3, 2m-1, 2m+1, 2m+3, 2m+5$ ), ....

L'augmentation de  $m$  rejette les premiers harmoniques non nuls vers les fréquences élevées et facilite donc le filtrage. Mais,  $m$  est limité par les temps des commutations des interrupteurs des convertisseurs et donc par la largeur minimale des impulsions.

### V- 2-1-3- Fondamental et déchet de tension

Par action sur  $r$ , on peut faire croître  $U'_1$  depuis zéro que jusqu'à un maximum correspondant à l'annulation de certains créneaux de la tension  $U'$  (ou à la disparition de certains intersections entre les ondes de référence et de modulation).

Dès que  $m$  est suffisant ( $m \geq 6$ ), le fondamental de la tension de sortie est pratiquement égal à la tension de référence.

$$U'_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} r$$

D'ordinaire, la valeur efficace  $U'_1$  du fondamental on donnant à  $r$  la valeur maximum, est inférieur à celle qu'on obtiendrait avec une commande pleine onde, soit à :

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4}{\pi} \frac{U}{2} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U$$

La modulation de largeur d'impulsion produit un déchet de tension.

Lorsque  $m$  est pair ou impair mais très grand, la maximum de  $r$  est égal à 1. En portant  $r=1$ , dans la relation précédente, on obtient alors :

$$\frac{U_1'}{\sqrt{2}U/\pi} = \frac{\pi}{4} = 0,7854$$

On a un déchet de tension de 21.46% ; le fondamental de la tension de sortie peut donc atteindre 78.54% de la tension continue ( $U/2$ )

#### V- 2-1-4- Injection d'harmonique 3 dans la référence

En triphasé, on peut réduire le déchet de tension sans diminuer la qualité des tensions de sortie et du courant d'entrée. Puisque les harmoniques de rang 3 et multiple de 3 sont éliminés de tension de sortie, on peut ajouter un harmonique 3 à la sinusoïdal  $f_m$  pour former l'onde de référence.

L'addition d'harmonique 3 permet d'augmenter l'amplitude maximale du fondamental dans la référence et, par la, dans la tension de sortie.

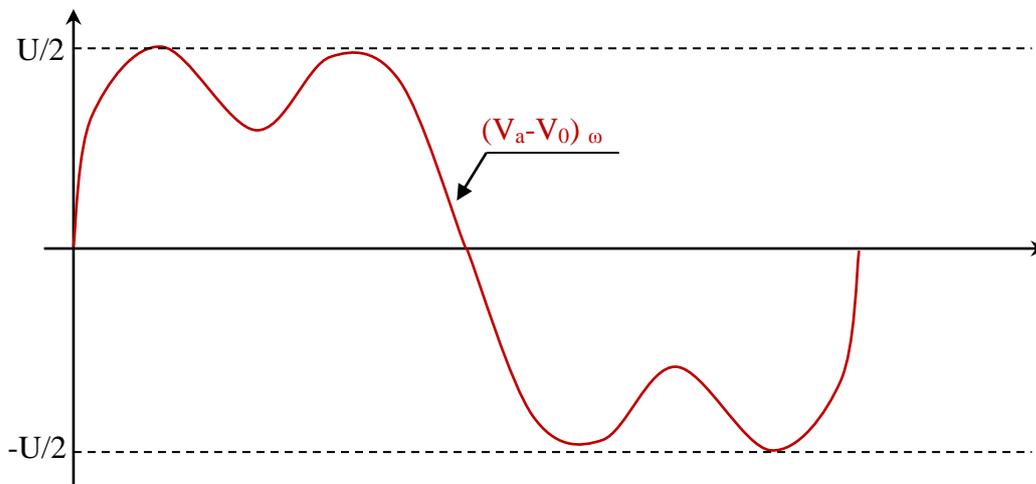


Fig3.12: Injection d'harmonique 3 dans la référence

La commande utilisant une tension de référence de la forme :

$$(v_a - v_0)_\omega = \frac{U}{2} (r \sin \omega t + k \sin 3 \omega t)$$

est appelée la commande suboptimale.

Pour trouver la valeur de  $k$  permettant à  $r$  d'atteindre sa valeur maximale, on suppose que la forme d'onde est toujours la même en écrivant:

$$(v_a - v_0)_\omega = \frac{U}{2} r (\sin \omega t + (\sin \omega t + k' \sin 3 \omega t) \sin 3 \omega t)$$

La dérivée par rapport à  $t$  de  $(\sin \omega t + k' \sin 3 \omega t)$  montre que le premier maximum se produit avant  $t=\pi/2$  si  $k' > 1/9$ . Si cette condition est remplie, l'instant ce maximum est tel que :

$$\cos^2 \omega t = \frac{1}{4} \left( 3 - \frac{1}{3k'} \right)$$

La valeur maximale de  $r$  correspond au maximum de la quantité  $(\sin \omega t + k' \sin 3 \omega t)$  à cet instant. On trouve ainsi :

$$r_{max} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,155 \quad \text{pour } k' = \frac{1}{6} \quad \text{ou } k = \frac{1}{6\sqrt{3}} = 0,1925$$

L'amplitude maximale théorique du fondamental des tensions simples de sortie passe de  $U/2$ , avec la commande sinusoïdale à  $1.155 U/2$ , avec de la commande *Suboptimale*.

Le déchet de tension passe de 21.46% à 9.31%.

## **BIBLIOGRAPHIE**

- A.Cunière, G.Feld, M.Lavabre :(2012) : **Electronique de Puissance** (Casteilla)
  
- Jacques Laroche :(2005) : **Electronique de Puissance Convertisseur** (Dunod)
  
- Lavabre.M (2001) : **Electronique de puissance conversion de l'énergie** (Casteilla)
  
- Gy .Seguier : (1999) : **Electronique de puissance** 7<sup>em</sup> édition (Dunod)
  
- Alain Hebert, Claude Naudet et Michel Pinard (1997) : **Machines Electriques Electronique de Puissance** (DUNOD)
  
- Gy.Chateiger, Michel Boês, Daniel Bouix, Jaque Vaillant (2006) : **Manuel de Génie Electrique**(Dunod)
  
- Gy.Seguier : (1995) : **Les convertisseurs de l'électronique de puissance Tom 3** (TEC&DOC)
  
- Gy.Seguier : (1995) : **Les convertisseurs de l'électronique de puissance Tom 4** (TEC&DOC)
  
- Francis Milsant (1995) : **Machines synchrones et asynchrones Commande électronique** (ellipses)
  
- Jean Louis DALMASSO : **Electronique de puissance - commutation.** (DIA-BELIN)