Travaux dirigés de magnétisme

Année 2011-2012

Christophe GATEL gatel@cemes.fr

Arnaud LE PADELLEC alepadellec@irap.omp.eu

P r é s e n t a t i o n

Tous les exercices de magnétisme qui seront abordés en Travaux Dirigés cette année sont regroupés dans ce fascicule.

Ces exercices sont regroupés par thème. Chacun des thèmes est introduit par un personnage historique, dont les travaux ont contribué à l'avancement du thème considéré. Puis, les objectifs du thème sont énoncés.

On trouve ensuite un questionnaire, type QCM, comportant des questions de cours : il est nécessaire de le faire seul, chez soi, et avant de venir en TD. C'est un travail préparatoire, qui permet de s'assurer que les notions de base requises pour la résolution des exercices sont bien comprises. L'étudiant pourra alors s'évaluer selon le barème ci-dessous.

Chaque question est notée de 0 à 2 points :

- Pas de réponse : 0 point
- Aucune erreur : 2 points
- 1 erreur : 1 point
- 2 erreurs et plus : 0 point

Le niveau d'acquisition des connaissances est évalué en fonction du nombre de total de points recueillis pour l'ensemble des questions :

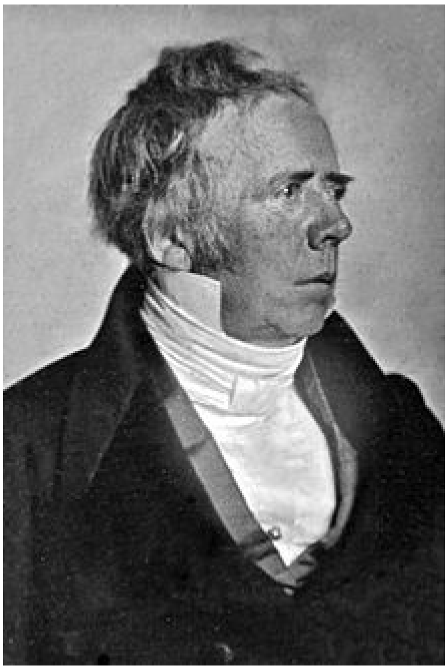
Total (par exemple, avec 5 questions, donc un maximum de 10 points)

- Connaissances acquises Supérieur à 7 ☺
- Connaissances en voie d'acquisition De 4 à 7 😐
- Connaissances non acquises Inférieur à 4 ☹

Il est demandé aux étudiants de préparer la séance de travaux dirigés, en cherchant les différents exercices du thème, en particulier ceux à faire avant le TD. Tous les exercices du thème ne seront pas traités en TD. Bien évidemment, les mêmes exercices seront traités dans tous les groupes.
Tout exercice préparé à l'avance pourra être rendu à l'enseignant, qui le corrigera, et le rendra la semaine suivante. De même, pour les exercices non traités en TD : aucune correction ne sera distribuée. Il est donc très vivement conseillé de faire ces exercices et de les rendre à l'enseignant de TD, à titre d'entraînement.

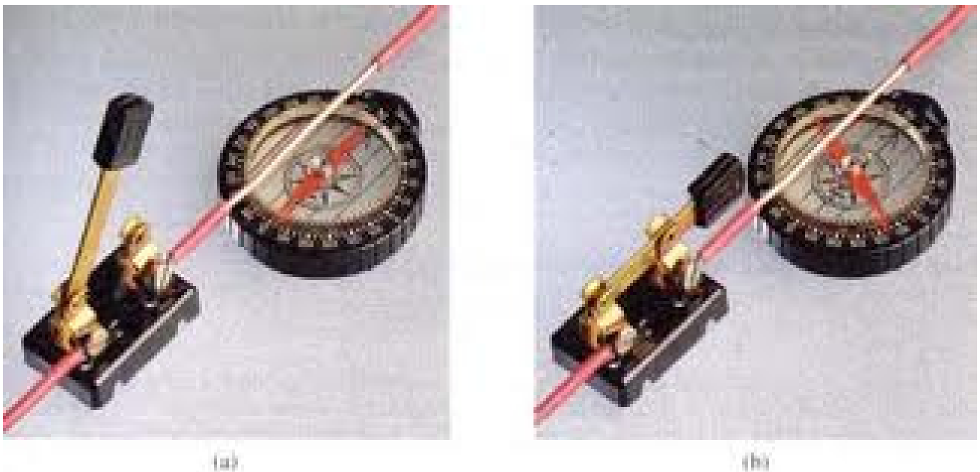
L'équipe enseignante

Thème 1 :
Courant, symétrie et orientation du champ magnétique



Hans Christian Ørsted (*1777- 1851*)

Physicien et chimiste danois. Il est à l'origine de la découverte de l'interaction entre électricité et magnétisme. En avril 1820, lors d'un cours sur l'électricité qu'il faisait à ses étudiants, il démontra qu'un fil transportant du courant était capable de faire bouger l'aiguille aimantée d'une boussole..
Il découvrit ainsi l'interaction entre les forces électriques et les forces magnétiques dans une expérience qui nous apparaît aujourd'hui comme très simple.



Expérience d'Oersted: lorsque qu'un courant traverse un fil situé à proximité d'une boussole, l'aiguille aimantée est déviée d'un angle lié à l'intensité du courant.

Questionnaire :

1. Si le plan (Oxy) est plan de symétrie d'une distribution de courants, alors :

   ○ en un point M quelconque de coordonnées cartésiennes (x, y, z), le champ magnétique est de la forme $\vec{B}(M) = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$.

   ○ en un point M quelconque de coordonnées cartésiennes (x, y, z), le champ magnétique est de la forme $\vec{B}(M) = B_z \vec{e}_z$.

   ○ La composante $B_z(x, y, z)$ du champ magnétique en un point M quelconque est telle que $B_z(x, y, z) = B_z(x, y, -z)$.

   ○ La composante $B_z(x, y, z)$ du champ magnétique en un point M quelconque est telle que $B_z(x, y, z) = -B_z(x, y, -z)$.

   ○ La composante $B_x(x, y, z)$ du champ magnétique en un point M quelconque est telle que $B_x(x, y, z) = B_x(x, y, -z)$.

   ○ La composante $B_x(x, y, z)$ du champ magnétique en un point M quelconque est telle que $B_x(x, y, z) = -B_x(x, y, -z)$.

   ○ en un point M quelconque du plan (Oxy), le champ magnétique est de la forme $\vec{B}(M) = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$.

   ○ en un point M quelconque du plan (Oxy), le champ magnétique est de la forme $\vec{B}(M) = B_z \vec{e}_z$.

   ○ Aucune réponse n'est correcte.

2. Si le plan (Oxy) est plan de d'antisymétrie d'une distribution de courants, alors :

   ○ en un point M quelconque de coordonnées cartésiennes (x, y, z), le champ magnétique est de la forme $\vec{B}(M) = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$.

   ○ en un point M quelconque de coordonnées cartésiennes (x, y, z), le champ magnétique est de la forme $\vec{B}(M) = B_z \vec{e}_z$.

   ○ La composante $B_z(x, y, z)$ du champ magnétique en un point M quelconque est telle que $B_z(x, y, z) = B_z(x, y, -z)$.

   ○ La composante $B_z(x, y, z)$ du champ magnétique en un point M quelconque est telle que $B_z(x, y, z) = -B_z(x, y, -z)$.

   ○ La composante $B_x(x, y, z)$ du champ magnétique en un point M quelconque est telle que $B_x(x, y, z) = B_x(x, y, -z)$.

   ○ La composante $B_x(x, y, z)$ du champ magnétique en un point M quelconque est telle que $B_x(x, y, z) = -B_x(x, y, -z)$.

   ○ en un point M quelconque du plan (Oxy), le champ magnétique est de la forme $\vec{B}(M) = B_x \vec{e}_x + B_y \vec{e}_y$.

   ○ en un point M quelconque du plan (Oxy), le champ magnétique est de la forme $\vec{B}(M) = B_z \vec{e}_z$.

   ○ Aucune réponse n'est correcte.

Exercice 1 : Résistance d'un fil cylindrique.

Un fil cylindrique homogène d'axe Ox, de section droite S, de longueur L et de conductivité σ, est soumis à la différence de potentiel (V_1-V_2). Le vecteur densité de courant $\boldsymbol{J}$ est dirigé vers les x positifs et constant en grandeur et direction.

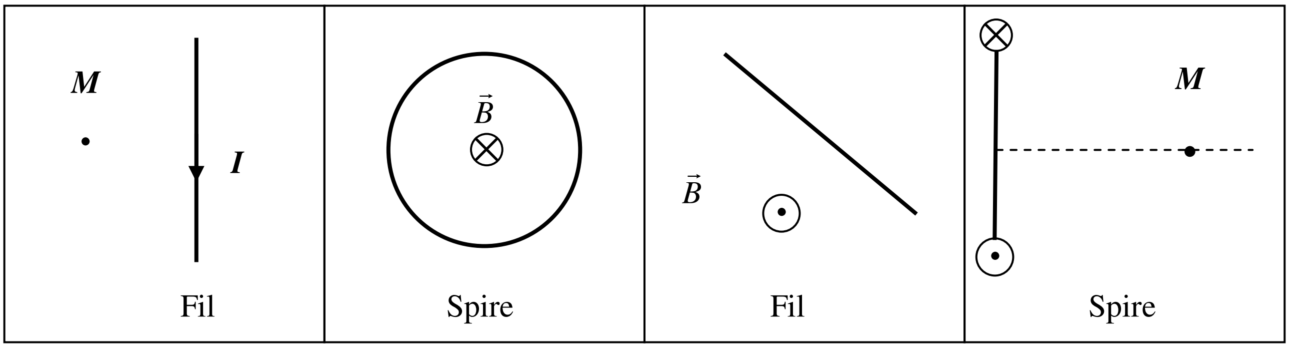
1. Calculer en fonction de $\boldsymbol{J}$ et de S l'intensité du courant qui parcourt le conducteur.
2. Déterminer en fonction de la différence de potentiel le vecteur champ électrostatique dans le conducteur.
3. Déduire de la loi d'Ohm l'expression de la résistance du conducteur.

Dans les mêmes conditions, on étudie maintenant un fil cylindrique inhomogène de rayon a dont la conductivité varie en fonction de ρ (distance à l'axe du fil) selon la loi : $\sigma(\rho) = \alpha \times \rho^2$ où α est une constante positive.

4. Donner l'expression du vecteur densité de courant.
5. Calculer le courant I qui circule dans le conducteur.
6. En déduire l'expression de la résistance du conducteur.

Exercice 2 : Application des règles d'orientation du champ magnétostatique.

A partir des différents procédés techniques énoncés en cours (règles des trois doigts, du tire bouchon, du bonhomme d'Ampère et de la main droite), déterminer selon le cas l'orientation du champ magnétostatique total au point M ou du courant I pour le conducteur.



Exercice 3 : Fil de longueur finie.

On considère une distribution constituée par un fil rectiligne de longueur finie parcouru par un courant d'intensité I en coordonnées cylindriques.

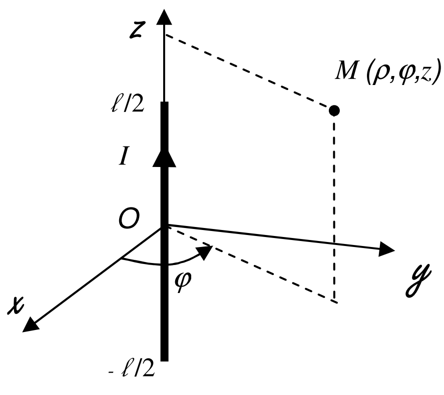


Fig. 1

1. Faire l'étude des invariances et en déduire les coordonnées dont dépend le champ magnétostatique.
2. Le point M appartient maintenant à l'axe Oy ($y > 0$), par des considérations de symétries, donner l'orientation du vecteur champ magnétostatique.

<u>Exercice 4 : Ruban (A faire après le TD).</u>

On considère une distribution constituée d'un ruban conducteur plan de largeur l et de longueur infinie parcouru par un courant d'intensité I (vers les $y > 0$) en coordonnées cartésiennes.

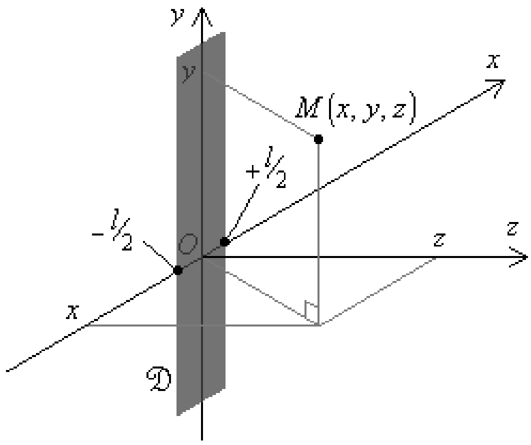


Fig. 2

1. Faire l'étude des invariances et en déduire les coordonnées dont dépend le champ magnétostatique.
2. Par des considérations de symétries, donner l'orientation du champ magnétostatique si M appartient à l'axe Oz ($z > 0$).

<u>Exercice 5 : Spire (A faire après le TD).</u>

On considère une distribution constituée par une spire de rayon R parcouru par un courant d'intensité I en coordonnées cylindriques.

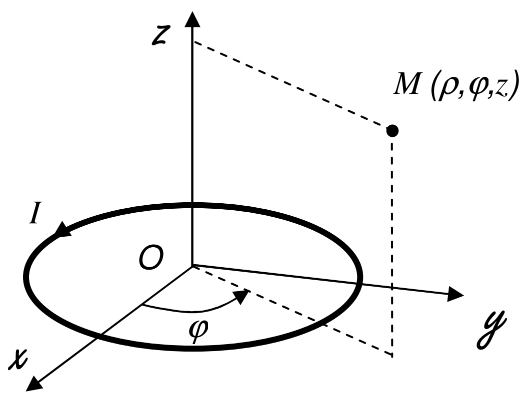


Fig. 3

1. Faire l'étude des invariances et en déduire les coordonnées dont dépend le champ magnétostatique.
2. Le point M appartient maintenant à l'axe Oz, par des considérations de symétries, donner l'orientation du vecteur champ magnétostatique.

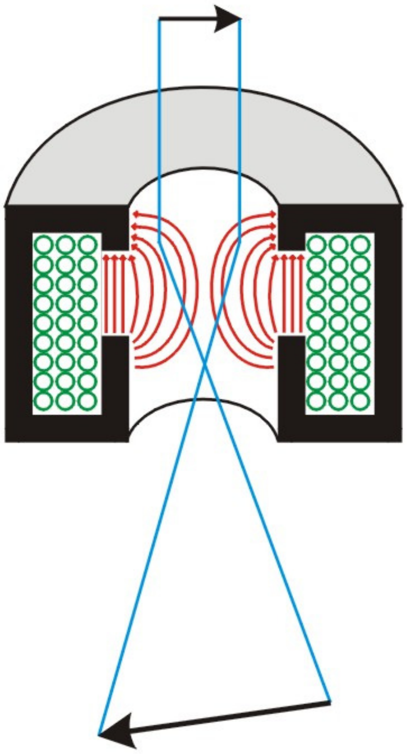
Thème 2 :
Champ magnétique d'une distribution de courant :
Calcul direct avec la loi de Biot et Savart

Jean-Baptiste BIOT *(1774-1862)*

Physiciens français. Avec Félix SAVART, il détermine en 1820, la valeur du champ magnétique engendré par un courant électrique et donne la loi qui régit le phénomène (loi de Biot et Savart).

Objectifs :

- Déterminer le sens et la direction du champ magnétostatique à l'aide des règles définies en cours
- Déterminer le champ magnétostatique à partir de la loi de Biot et Savart.



Lentille magnétique
Ce type de lentilles est utilisé dans un microscope électronique en transmission et sert à focaliser un faisceau d'électrons de grande énergie (plusieurs centaines de keV).

Questionnaire :

1. Le champ magnétique $\mathrm{d}\vec{B}(M)$ créé au point M par un élément de courant $I \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ situé au point P est :
   - O un vecteur parallèle à $\overrightarrow{PM}$.
   - O un vecteur perpendiculaire à $\overrightarrow{PM}$.
   - O un vecteur parallèle à $I \cdot \mathrm{d}\vec{l}$.
   - O un vecteur perpendiculaire à $I \cdot \mathrm{d}\vec{l}$.
   - O un vecteur tel que $I \cdot \mathrm{d}\vec{l}$ forment un trièdre direct.
   - O un vecteur tel que $\left\{\overrightarrow{PM}; I \cdot \mathrm{d}\vec{l}; \mathrm{d}\vec{B}\right\}$ forment un trièdre direct.
   - O un vecteur dont la norme est proportionnelle à $1 \big/ \left\|\overrightarrow{PM}\right\|$.
   - O un vecteur dont la norme est proportionnelle à $1 \big/ \left\|\overrightarrow{PM}\right\|^2$.
   - O un vecteur dont la norme est proportionnelle à $1 \big/ \left\|\overrightarrow{PM}\right\|^3$.
   - O un vecteur dont la norme est proportionnelle à I.
   - O un vecteur dont la norme est proportionnelle à $1/I$.
   - O un vecteur dont la norme est proportionnelle à la perméabilité magnétique μ_0.

2. La perméabilité magnétique du vide μ_0 peut être exprimée en fonction de grandeurs fondamentales du système international d'unités. Sa dimension est alors donnée par :
   - O $[\mu_0] = 1$ (quantité sans dimension).
   - O $[\mu_0] = I^2 T^{-2} M^{-1} L$.
   - O $[\mu_0] = I^2 T^2 M^{-1} L^{-1}$.
   - O $[\mu_0] = I^{-2} T^{-2} M L$.
   - O Aucune réponse n'est correcte.

3. On place un élément de courant $I_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_1$ au point P_1 et un élément de courant $I_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_2$ au point P_2.
On se place dans le cas où $I_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_1$ et $I_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_2$ sont perpendiculaires au vecteur $\overrightarrow{P_1P_2}$. Le champ magnétique $\mathrm{d}\vec{B}(M)$ au point M, milieu du segment $[P_1P_2]$, est :
   - O parallèle à $\overrightarrow{P_1P_2}$, dans tous les cas.
   - O dirigé dans une direction perpendiculaire à $\overrightarrow{P_1P_2}$ si $I_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_1 = I_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_2$.
   - O dirigé dans une direction perpendiculaire à $\overrightarrow{P_1P_2}$ si $I_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_1 = -I_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_2$.
   - O nul si $I_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_1 = -I_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_2$.
   - O nul si $I_1 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_1 = I_2 \cdot \mathrm{d}\vec{l}_2$.

4. Dans le Système International d'Unités, un champ magnétique s'exprime en Tesla. Cette unité signifie en fait :
   - O $\mathrm{kg.s^{-2}A^{-1}}$
   - O $\mathrm{kg^{-1}.s^{2}A}$
   - O $\mathrm{kg^{-1}.s^{-2}A}$
   - O Aucune réponse n'est correcte.

Exercice 1 : Application de la loi de Biot et Savart (A faire avant le TD).

L'espace est rapporté à un référentiel orthonormé direct (O, x, y, z). Nous travaillons dans la base $B = (\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z)$. On considère l'élément de courant $I\boldsymbol{dl}$ (0, 0, Idl) placé au point S (0, 0, 0). Calculer $\boldsymbol{dB}(M)$ au point M (0, a, 0) en utilisant la loi de Biot et Savart sachant que a et I sont constants.

Exercice 2 : Spire circulaire.

Soit une spire circulaire, centrée au point O d'un repère (O, $\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$), d'axe Oz, de rayon R, et parcourue par un courant d'intensité I. On désire calculer le champ magnétostatique créé en un point M (0, 0, z) de l'axe de la spire.

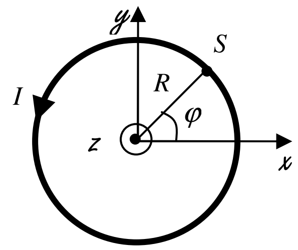


Fig. 1

1. On considère un élément de courant $I\boldsymbol{dl}$, pris en un point S de la spire. Expliciter, dans le système des coordonnées cylindriques associées au point S, toutes les composantes du champ magnétostatique élémentaire $\boldsymbol{dB}(M)$ créé au point M par cet élément de courant.
2. En déduire l'expression du champ magnétostatique total $\boldsymbol{B}(M)$.
3. Tracer les variations de la composante $B_z(z)$. Commenter la propriété de parité de cette composante.
4. Exprimer $\boldsymbol{B}(M)$ en fonction de l'angle sous lequel on voit la spire depuis le point M .
5. Montrer que la direction du champ $\boldsymbol{B}(M)$ aurait pu être déduite à partir de considérations de symétrie.
6. On considère maintenant un point N, qui n'est pas situé sur l'axe de la spire, ainsi que le référentiel cylindrique associé à ce point. Utiliser des considérations de symétrie pour prédire les composantes non nulles du champ $\boldsymbol{B}(N)$ dans cette base.
7. Expliciter dans le système des coordonnées cartésiennes, le champ magnétostatique élémentaire $\boldsymbol{dB}(N)$ en fonction de R, φ et x.

Exercice 3 : Champ magnétostatique sur l'axe d'un solénoïde.

Un solénoïde est un enroulement serré de fils fins parcourus par un courant sur une surface cylindrique d'axe Oz, de centre O, de rayon a et de longueur L, correspondant à l'association de N spires (voir Fig. 2). Il comporte donc n spires par unité de longueur. Il est parcouru par un courant d'intensité I.

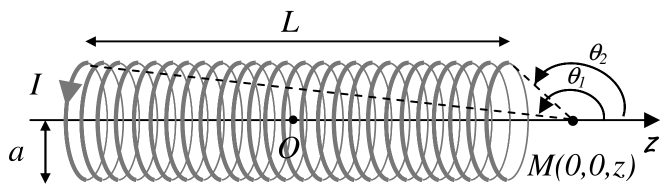


Fig. 2

1. Afin de calculer le champ magnétostatique, le solénoïde sera décomposé en portions élémentaires de longueur dz_s (voir Fig. 3). Donner la contribution $\boldsymbol{dB}(M)$ en fonction de n, dz_s et $\theta(z_s)$ en généralisant le résultat obtenu pour une spire.

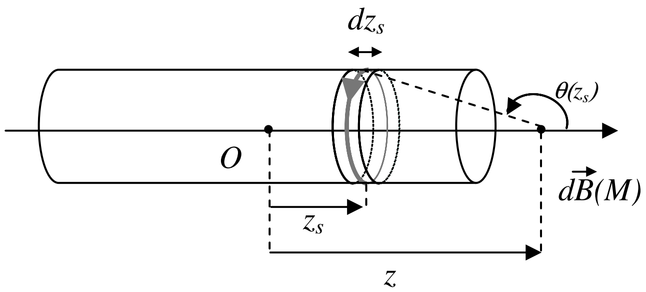


Fig. 3

2. Exprimer le vecteur champ magnétostatique $\boldsymbol{B}(M)$ en un point M de l'axe Oz en fonction des deux angles θ_1 et θ_2.
3. Calculer en fonction de L et a le vecteur champ magnétostatique $\boldsymbol{B}$ au point O. Envisager le cas où $a >> L$.
4. Déterminer l'expression du champ magnétostatique si le solénoïde devient infini.
5. En supposant que le champ est uniforme dans tout le solénoïde, donner l'allure des lignes de champ. Expliquer pourquoi une bobine traversée par un courant est assimilée à un aimant.
6. Retrouver, à partir des différents procédés techniques énoncés en cours (règles des trois doigts, du tire bouchon, du bonhomme d'Ampère et de la main droite), l'orientation du champ magnétostatique au point M de l'axe de la spire.
7. Application numérique. Calculer la valeur du champ à l'intérieur d'un solénoïde considéré comme infini ($I = 1\ A$, $a = 1\ cm$, $n = 1000\ spires/m$).

Exercice 4 : Champ magnétostatique d'un circuit carré (A faire après le TD).

On connaît le champ magnétostatique créé par un segment de longueur $2h$ parcouru par un courant I en un point M situé à la distance ρ.

1. Faire un dessin représentant le segment et le vecteur champ magnétostatique dans le système de coordonnées cylindrique. Donner l'expression du champ.
2. Soit un circuit carré de coté $2h$ parcouru par un courant I.

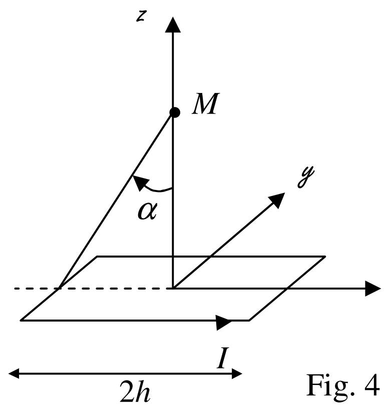


Fig. 4

Par des considérations de symétries, déterminer l'orientation du vecteur champ magnétostatique total au point M.

3. Exprimer le vecteur champ magnétostatique créé au point M $(0, 0, z)$ par un seul segment en fonction de l'angle α.
4. Calculer le vecteur champ magnétostatique $\boldsymbol{B}(M)$ total créé en M en fonction de l'angle α.
5. En déduire le champ magnétostatique au centre du circuit carré.
6. Par des considérations de symétries, vérifier l'orientation du champ magnétostatique.

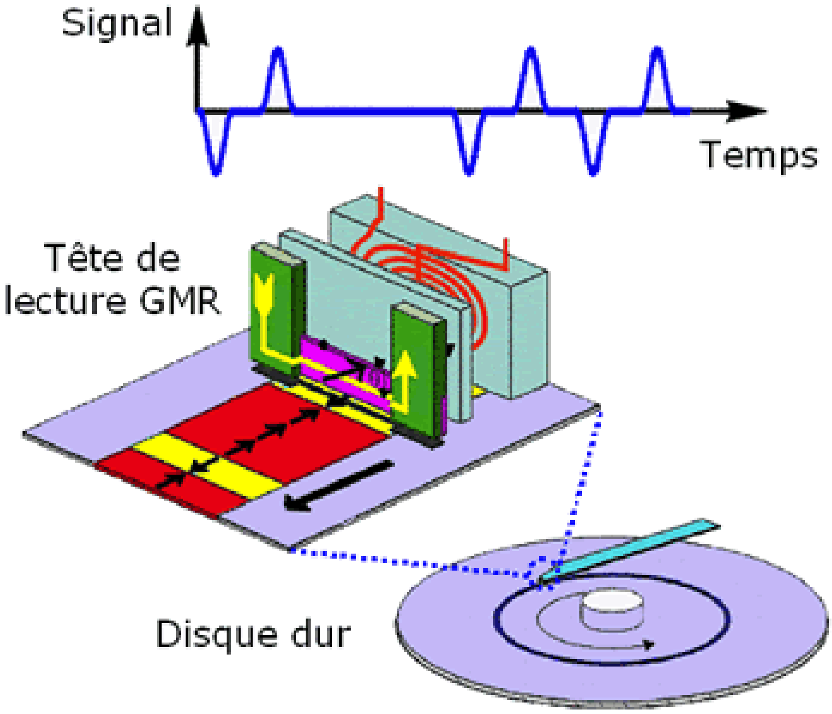
Thème 3 :
Champ magnétique d'une distribution de courant :
Calcul direct avec le théorème d'Ampère

***André-Marie AMPERE** (1775-1836)*

Physicien français, développe la théorie de l'électromagnétisme.
Il imagine le galvanomètre et invente l'électro-aimant.
Il invente le nom solénoïde pour désigner la bobine rectiligne (étymologiquement "en forme de tuyau").

Objectifs :

- Déterminer le sens et la direction du champ magnétostatique à l'aide des règles définies en cours
- Enoncer le théorème d'Ampère (texte, formule et figure)
- Connaître et savoir appliquer les règles d'orientation du courant



Stockage de l'information par enregistrement magnétique
Une tête de lecture détecte les variations de champ magnétiques entre deux « bits » d'information successifs. Les têtes de lecture les plus récentes utilisent l'effet GMR (magnétorésistance géante) qui a value le prix Nobel de physique 2007 à A. Fert.

Questionnaire :

1. Pour appliquer le théorème d'Ampère, il faut choisir au préalable :

○ une surface d'Ampère fermée dont la normale $\vec{n}$ est orienté vers l'intérieur de cette surface.

○ un contour d'Ampère fermé n'enlaçant aucun courant et tel que le produit scalaire $\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ soit nul en chaque point de ce contour.

○ un contour d'Ampère fermé tel que le produit scalaire $\vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l}$ soit uniforme (au moins par morceaux) sur ce contour.

○ Aucune réponse n'est correcte.

2. Le théorème d'Ampère est donné par :

○ $\oint_{(C)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_{enlacé}$

○ $\oint_{(C)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = I_{enlacé}/\mu_0$

○ $\oint_{(C)} \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{l} = \mu_0 I_{enlacé}$

○ $\oiint_{(S)} \vec{B}\cdot \vec{n}\,\mathrm{d}S = I_{enlacé}/\mu_0$

○ $\oiint_{(S)} \vec{B}\cdot \vec{n}\,\mathrm{d}S = I_{enlacé}$

○ $\oiint_{(S)} \vec{B}\cdot \vec{n}\,\mathrm{d}S = \mu_0 I_{enlacé}$

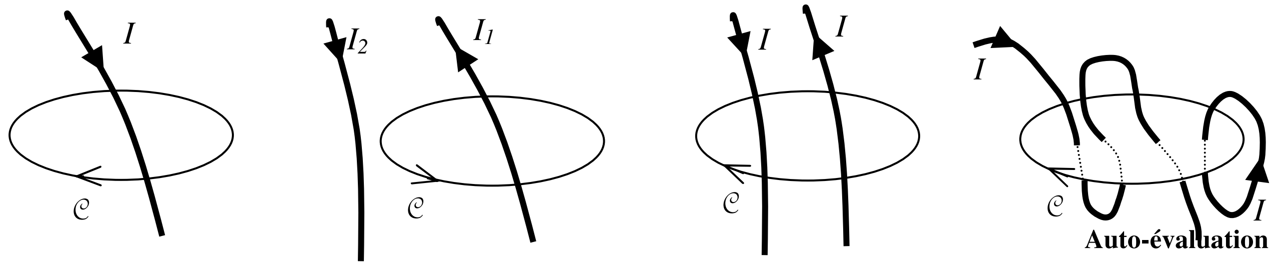
○ $\iiint_{(V)} \left\|\vec{B}\right\| \mathrm{d}V = \mu_0 I_{enlacé}$

○ $\iiint_{(V)} \left\|\vec{B}\right\| \mathrm{d}V = I_{enlacé}$

○ $\iiint_{(V)} \left\|\vec{B}\right\| \mathrm{d}V = I_{enlacé}/\mu_0$

Exercice 1 : Application du théorème d'ampère (A faire avant le TD).

1. Enoncer le théorème d'ampère.
2. Préciser dans chacun des cas suivants la somme algébrique des courants.



Exercice 2 : Fil de longueur infinie.

Déterminer le champ magnétostatique créé à la distance ρ d'un fil rectiligne infini parcouru par un courant d'intensité *I*.

Exercice 3 : Solénoïde de longueur infinie.

On considère un solénoïde mince d'axe $z'Oz$ supposé de longueur infinie comportant n spires par unité de longueur et parcouru par un courant d'intensité *I*.

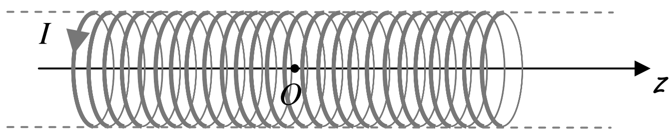


Fig. 1

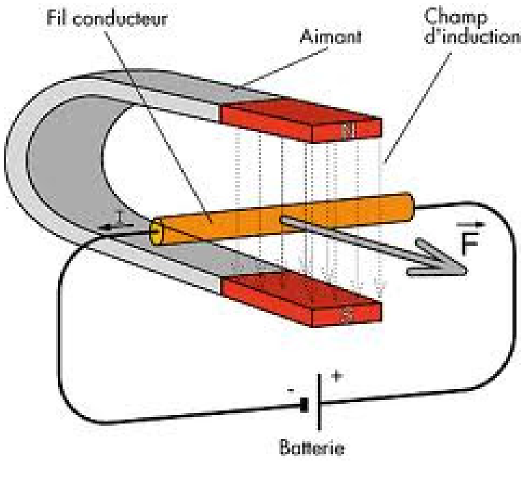
A partir notamment de la connaissance du champ magnétostatique sur l'axe, démontrer que :

1. Hors de l'axe Oz, $\boldsymbol{B}(M) = B(\rho)\,\boldsymbol{e}_z$ par des considérations de symétries et d'invariances,
2. Le champ magnétostatique est uniforme à l'intérieur en utilisant le théorème d'Ampère,
3. Le champ magnétostatique est nul à l'extérieur en utilisant le théorème d'Ampère.

Thème 4:
Force magnétique et force de Laplace

Pierre-Simon de Laplace *(1749-1827)*

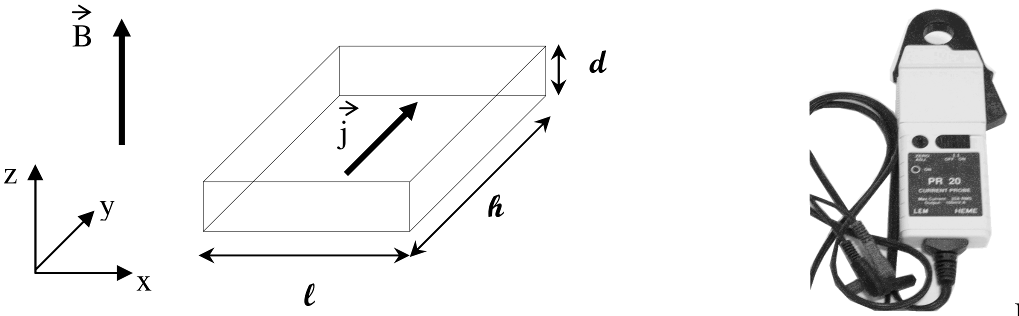
Mathématicien, astronome et physicien français.
Laplace est l'un des principaux scientifiques de la période napoléonienne . Il a apporté des contributions fondamentales dans différents champs des mathématiques, de l'astronomie et de la théorie des probabilités, notamment en contribuant de façon décisive à l'émergence de l'astronomie mathématique. Il reprend et étend le travail de ses prédécesseurs dans son traité intitulé Mécanique Céleste (1799-1825). Cet ouvrage majeur a transformé l'approche géométrique de la mécanique développée par Newton en une approche fondée sur l'analyse mathématique.



Balance électromagnétique utilisant la force de Laplace: un conducteur parcouru par un courant dans un champ magnétique subit une force électromagnétique qui compense la force de pesanteur.

Exercice 1 : Effet Hall : principe d'une pince ampèremètrique.

Un semi conducteur parallélépipédique (ayant n électrons de conduction par m^3) est utilisé comme sonde à effet Hall à l'intérieur d'une pince ampèremètrique. Une source de courant, intégrée dans la pince, alimente la sonde avec une densité de courant $\boldsymbol{J}$. La pince entoure un fil parcourut par un courant $\boldsymbol{I}$ qui crée dans la pince un champ homogène $\boldsymbol{B}$ perpendiculaire à $\boldsymbol{J}$.



. Fig. 1

1. Exprimez la vitesse de dérive moyenne $\boldsymbol{v}_d$ des électrons dans le semi-conducteur et représentez cette vitesse sur le schéma.
2. En déduire l'expression de la force magnétique moyenne qui s'applique sur les électrons du semi conducteur et représentez cette force sur le schéma.
3. Montrez qu'un champ électrique $\boldsymbol{E}_H$ apparaît perpendiculaire à $\boldsymbol{J}$. Représentez ce champ et la force électrique qui en découle.
4. A l'état stationnaire, c'est à dire lorsque l'équilibre des forces est réalisé, exprimez $\boldsymbol{E}_H$ en fonction des données du problème. En déduire l'expression de la tension de Hall V_H.
5. Le matériau magnétique à l'intérieur de la pince concentre les lignes de champ magnétique engendrées par le courant I. Il en résulte que le champ $\boldsymbol{B}$ dans la pince peut être considéré homogène avec une valeur égale à celui créé par un fil infini à une distance moyenne égale au rayon a de la pince (il faut cependant remplacer μ_0, la perméabilité magnétique du vide, par $\mu = \mu_r\mu_0$ la perméabilité magnétique du matériau).
   a. Calculez le champ magnétique dans la pince lorsque $I = 1$ A, $a = 1$ cm et $\mu_r = 1000$.
   b. En déduire la tension de Hall V_H mesurée à l'aide de la pince sachant que $n = 10^{15}$ cm^{-3}, $J = 50 \times 10^3$ Am^{-2} et $l = 2$mm.

Exercice 2 : Principe du canon magnétique.

Deux rails rectilignes, conducteurs, parallèles et distants de l sont disposés dans un plan horizontal. Une barre rigide MN, conductrice de résistance R, assujettie à rester perpendiculaire aux deux rails, peut se déplacer sans frottement sur ces derniers. Entre les extrémités A et A' des deux rails, on dispose un générateur de force électromotrice E. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\boldsymbol{B}$ extérieur uniforme et vertical.

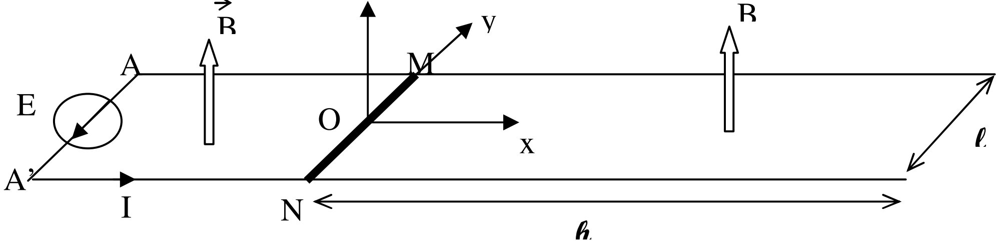


Fig. 2

A l'instant $t = 0$, la barre MN est à l'origine de repère ($Oxyz$) et sa vitesse est nulle.

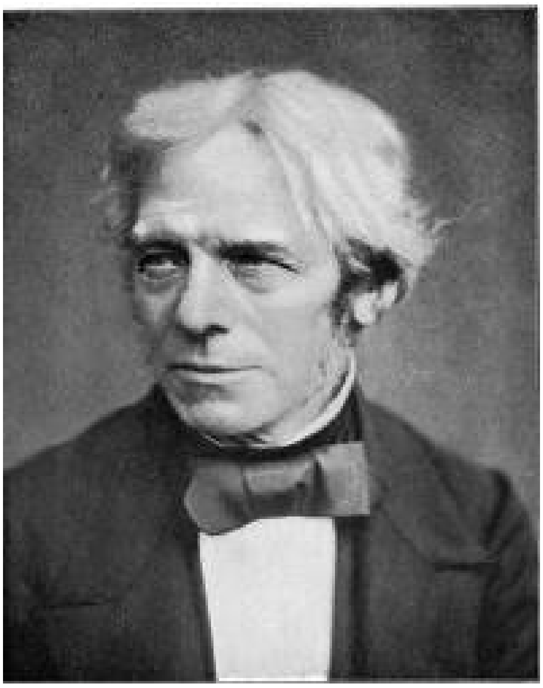
1. A $t = 0$, il apparaît un courant I dans le circuit. Exprimez I en fonction de E et R.
2. Donnez la direction, le sens et la norme de la force de Laplace $\boldsymbol{F}_L$ qui agit sur le barreau.
3. Calculez l'expression de la vitesse $v(t)$ du barreau.
4. En déduire la position $x(t)$ du barreau à chaque instant t.
5. En supposant que les extrémités libres des deux rails sont repérées par l'abscisse $x = h$, calculez le temps nécessaire à la barre MN pour quitter les deux rails.
6. Quelle est l'énergie gagnée par la barre à cet instant ?

Exercice 3 : (A faire après le TD).

Les vecteurs seront explicités dans la B.O.N.D. cartésienne ($\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$). Un circuit rectangulaire indéformable $\mathcal{D}_1 = MNPQ$ avec $MN = PQ = 2b$ (côtés parallèles à $\vec{e}_z$) et $NP = QM = 2a$ (côtés parallèles à $\boldsymbol{e}_x$ est parcouru par un courant d'intensité I_1. On place, dans son plan et parallèlement à MN, un fil rectiligne $\mathcal{D}_2$ de longueur infinie parcouru par un courant d'intensité I_2 constante. Le centre de symétrie de $\mathcal{D}_1$ est à la distance $x_0 > a$ de $\mathcal{D}_2$.

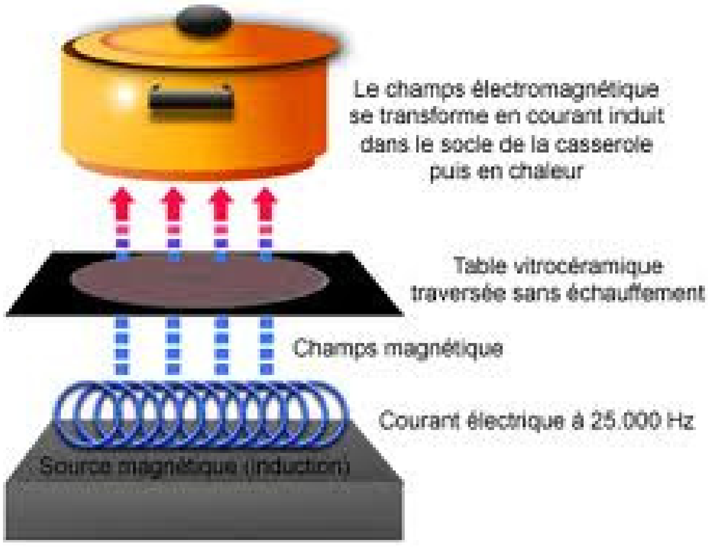
1. Déterminer la résultante $\boldsymbol{F}$ des forces de Laplace qui s'exerce sur le cadre.
2. Si $\mathcal{D}_1$ peut évoluer librement, expliquer l'action de $\boldsymbol{F}$ sur le cadre.

Thème 5:
Phénomènes d'induction



***Michael Faraday** (1749-1827)*

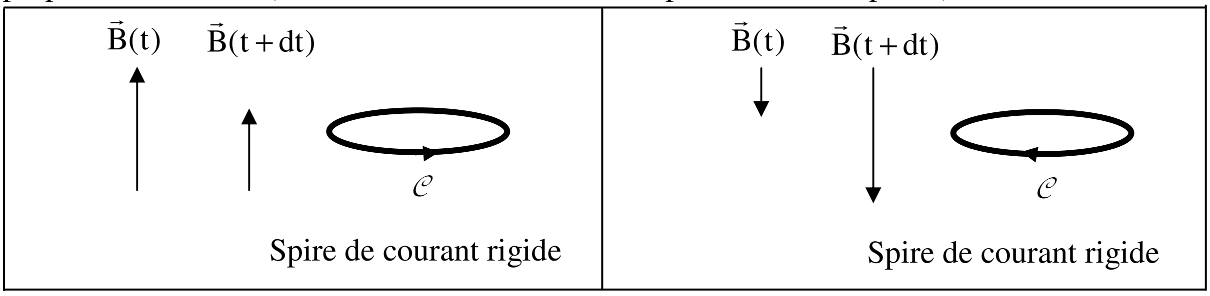
Physicien et chimiste britannique, surtout connu pour ses découvertes de l'induction électromagnétique et des lois de l'électrolyse.
C'est dans le domaine de la chimie que Faraday fait ses toutes premières recherches. Il découvre le benzène et réalise des analyses approfondies sur de nombreuses variétés de verre optique. Dans une série d'expériences, il réussit à liquéfier de nombreux gaz courants.
Les recherches menées par Faraday concernent surtout les domaines de l'électricité et du magnétisme. Il constate qu'un aimant agit sur un conducteur parcouru par un courant. Il utilise ce phénomène pour faire tourner un circuit en présence d'un aimant, donnant ainsi le principe du moteur électrique. En 1831, il découvre l'induction électromagnétique qui permet de transformer le travail (énergie mécanique) en courant (énergie électrique), phénomène à la base du développement de la dynamo.
Il étudie également les phénomènes d'électrolyse et met en évidence entre autres la relation existant entre la quantité d'électricité passant à travers l'électrolyte et la masse du produit décomposé. Il étudie ensuite les phénomènes électrostatiques, vérifie expérimentalement la conservation de l'électricité, développe une théorie de l'électrisation par influence, et démontre avec la cage de Faraday que les actions électrostatiques ne se font pas sentir à l'intérieur d'un conducteur creux.



Principe du chauffage par induction.

Exercice 1 : Phénomènes d'induction (A faire avant le TD).

A l'aide de la loi de Lenz puis de la loi de Faraday trouvez le sens du courant induit dans les deux cas proposés ci-dessous (l'orientation du contour de la spire vous est imposée):



Exercice 2 : Circuit fixe dans un champ magnétique non uniforme (A faire avant le TD).

Les vecteurs seront explicités dans la B.O.N.D cartésienne ($\boldsymbol{e}_x$, $\boldsymbol{e}_y$, $\boldsymbol{e}_z$). Soit un circuit rectangulaire filiforme $(D) = PQRS$ avec $PQ = RS = 2b$ (côtés parallèles à $\boldsymbol{e}_z$ et $QR = SP = 2a$ (côtés parallèles à $\boldsymbol{e}_x$. On place dans son plan et parallèlement à PQ, un fil rectiligne (D') de longueur infinie parcouru par un courant d'intensité variable $i'(t)$; le centre O du cadre est situé à la distance $x_o > a$ de (D').

Calculer la f.e.m induite e_i dans le circuit D en utilisant la loi de Faraday.

Exercice 3 : Principe du frein à induction.

Un barreau conducteur MN, placé perpendiculairement à deux longs rails conducteurs, parallèles et distants de L, peut glisser sans frottements sur ceux-ci. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\boldsymbol{B} = B_0\, \boldsymbol{e}_z$ ($B_0 > 0$), perpendiculaire au plan des rails (voir Fig. 1). Les extrémités O et P des rails sont connectées à un galvanomètre $\boldsymbol{G}$ de résistance R.
On négligera la résistance des rails et du barreau devant R.
A l'instant $t = 0$, on communique au barreau occupant la position initiale $x(0) = 0$ une vitesse initiale $\boldsymbol{v}(0) = v_0\, \boldsymbol{e}_z$ ($v_0 > 0$).

1. Calculer la f.e.m $e(t)$ induite à l'instant t dans le circuit fermé comprenant le barreau mobile.
2. Proposer un schéma électrique équivalent au circuit. En déduire l'expression de l'intensité $i(t)$ du courant induit dans le circuit, comptée algébriquement selon le sens indiqué sur la figure. Montrer que le sens de circulation du courant est conforme à la loi de Lenz.
3. Calculer la force de Laplace agissant sur le barreau et montrer qu'elle agit sur ce dernier comme un frein électromagnétique.

On étudie le mouvement du barreau de masse m après lui avoir communiqué la vitesse $\boldsymbol{v}(0) = v_0\, \boldsymbol{e}_z$.

4. Montrer que le barreau finira par s'arrêter sans qu'il soit besoin de prendre en compte le frottement sur les rails. On introduira la constante de temps $\tau = mR/B_0^2L^2$.
5. Quelle distance aura-t-il parcouru ?
6. Calculer l'énergie U_J dissipée par effet Joule dans la résistance R en fonction de m et v_0, lors du mouvement du barreau. Conclusion ?

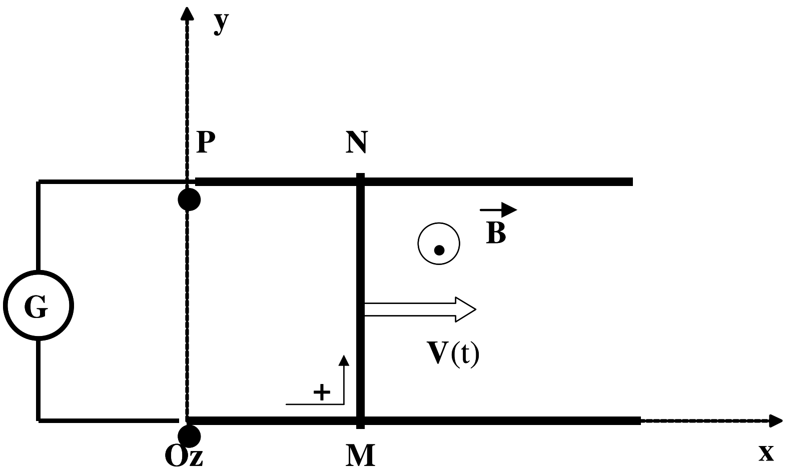


Fig. 1

Exercice 4 : Principe de l'alternateur (A faire après le TD).

Dans la Fig. 2, une spire de cuivre de surface *S* tourne autour d'un axe Δ dans un champ magnétique $\boldsymbol{B}$ uniforme. Les contacts c_1 et c_2 de la spire tournent dans deux bagues isolées l'une de l'autre et qui sont connectées à un voltmètre. La vitesse de rotation ω de l'axe Δ est constante et conduit à $\theta(t) = \omega t$. A l'instant initial, la spire se trouve dans le plan vertical représenté sur la Fig. 2. La spire est orientée dans le sens de la flèche.

1. Montrez que f.e.m induite s'exprime par la relation $e\,(t) = +B\,S\,\omega\cos(\omega t)$. En déduire le sens du courant dans la spire.
2. Retrouvez ce résultat à l'aide de la Loi de Lenz.
3. Représentez $e\,(t)$ sur la Fig. 3 pour une vitesse de rotation ω et 2ω.
4. Pour une valeur fixée de ω, quelle serait la valeur maximum de $e\,(t)$ s'il y avait deux spires entre les contacts c_1 *et* c_2 ? Représentez $e\,(t)$ dans ce cas.

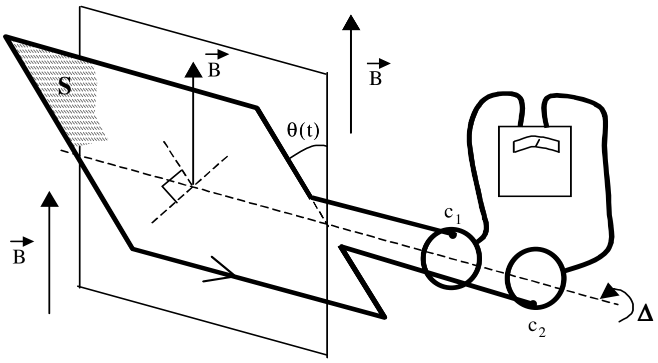


Fig. 2

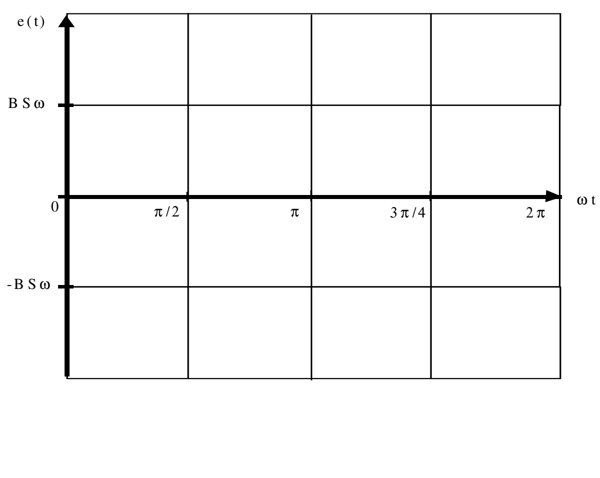


Fig. 3

Exercice 5 : Courants de Foucault dans un barreau cylindrique (A faire après le TD).

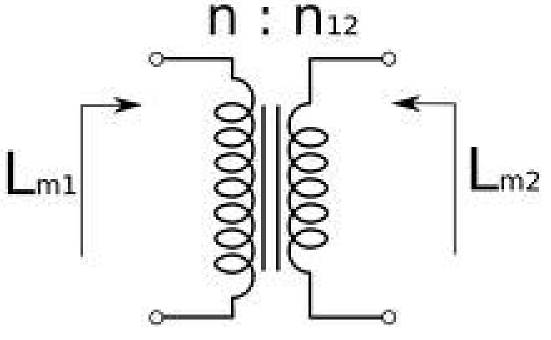
A l'intérieur d'un solénoïde supposé infini, d'axe $z'z$, de rayon a comportant n spires jointives par unité de longueur et parcourues par un courant d'intensité $i = I_m \cos \omega t$, on dispose un barreau cylindrique conducteur, d'axe $z'z$, de rayon $b < a$, de longueur l et de conductivité γ . On se place en régime lentement variable. Tous les vecteurs seront explicités dans la base cylindrique ($\boldsymbol{e}_\rho$, $\boldsymbol{e}_\varphi$, $\boldsymbol{e}_z$).

1.
   a. Déterminer le champ électromoteur $\boldsymbol{E}_\mathrm{m}$ (M, t) induit dans le barreau en un point M situé à la distance ρ ($\rho < b$) de $z'z$.
   b. En déduire le courant volumique $\boldsymbol{J}_\mathrm{m}$ (M, t)

2.
   a. Calculer la puissance moyenne totale $< P_\mathrm{j} >$ dissipée par effet Joule dans tout le barreau en utilisant la loi de Joule sous forme locale.
   b. Existe-t-il une autre méthode pour effectuer ce calcul ? Commenter.

Thème 6:
Inductances propres et mutuelles et énergie magnétostatique

Joseph Henry *(1797-1878)*
Physcien américain qui découvrit l'auto-induction et le principe de l'induction électromagnétique des courants induits.
En 1832, il créa l'unité de mesure d'inductance électrique qui fut nommée le henry en son honneur. Henry expérimenta et améliora l'électroaimant, inventé en 1823 par l'Anglais William Sturgeon.. Il fabriqua le premier télégraphe électromagnétique opérationnel en 1831. Henry conçut et construisit également l'un des premiers moteurs électriques…
En 1847, alors qu'il était secrétaire de l'Institut Smithsonian des États-Unis, il instaure un système d'observations météorologiques. Les bulletins télégraphiques de tous les observatoires du pays sont centralisés à l'institut, et les informations analysées tous les jours. Une grande carte est établie, et un bulletin est adressé au Washington Evening Post.



Inductance: un des éléments fondamentaux de l'électronique et à l'origine des transformateurs.

Exercice 1 : Energie magnétostatique propre d'une ligne unifilaire ; inductance propre.

Un cylindre conducteur plein, infiniment long, d'axe $z'z$ et de rayon a est parcouru par un courant d'intensité constante I dans le sens du vecteur unitaire $\boldsymbol{e}_z$ de la base cylindrique ($\boldsymbol{e}_\rho$, $\boldsymbol{e}_\varphi$, $\boldsymbol{e}_z$). La perméabilité magnétique du conducteur est identique à celle μ_0 du vide.

1. Après avoir explicité le champ magnétostatique créé par ce conducteur en tout point M situé à la distance ρ de l'axe $z'z$ et en utilisant la méthode énergétique, donner l'expression intégrale de l'inductance propre L d'une longueur l du cylindre.
2. Commenter chacun des termes qui interviennent dans le calcul de L et conclure.

Exercice 2 : Inductance mutuelle de 2 solénoïdes couplés. Solénoïde plongeur.

On considère un solénoïde C_1 d'axe $z'z$ de longueur l_1 et de rayon R_1, comportant n_1 spires par unité de longueur**.** Ses dimensions ($l_1 >> R_1$) sont telles que l'on peut utiliser l'approximation du solénoïde infini. Le solénoïde est parcouru par un courant stationnaire d'intensité $I_1 > 0$. Le champ magnétique $\boldsymbol{B}_1$, à l'intérieur du solénoïde C_1 est uniforme et a pour expression : $\boldsymbol{B_1} = \mu_0 n_1 I_1\, \boldsymbol{e_z}$**.** On admettra que $\boldsymbol{B_1}$ est nul en tout point extérieur à C_1**.**

1. Calculer le flux propre Φ_1 du solénoïde C_1 et en déduire le coefficient d'inductance propre L_1 de C_1.

Un second solénoïde C_2, de même axe $z'z$ et de longueur l_2 ($l_2 >> R_2$) et de rayon R_2 légèrement inférieur à R_1 (on admettra que $R_1 \approx R_1 \approx R$), est emboité et peut coulisser sans frottement à l'intérieur du solénoïde C_1. C_2 comporte n_2 spires par unité de longueur parcourues courant stationnaire d'intensité I_2 de même sens que I_1. L'origine O de l'axe $z'z$ est choisie sur la face gauche de C_1 ; la face droite de C_2 est repérée par son abscisse z ($z > 0$). Les longueurs l_1 et l_2 sont suffisamment grandes pour pouvoir négliger les effets d'extrémités. On appellera L_2 le coefficient d'inductance propre de C_2.

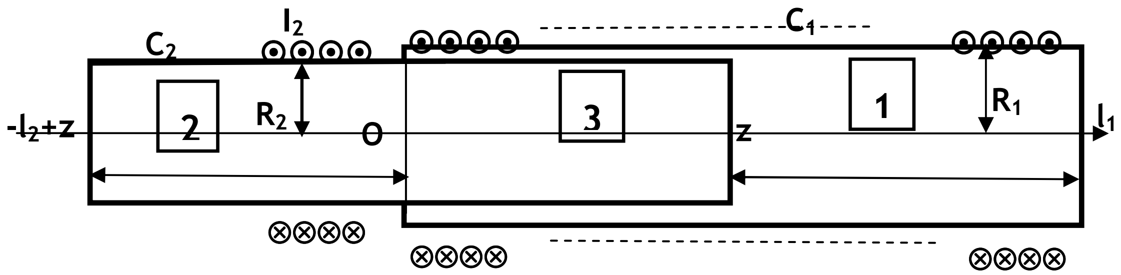


Fig. 1

2. Etablir l'expression du coefficient d'inductance mutuelle M des deux solénoïdes coaxiaux en fonction de n_1, n_2, R, μ_0 et de la longueur de pénétration z de C_2 dans C_1.
3. Calculer le coefficient de couplage des deux circuits $K = \dfrac{|M|}{\sqrt{L_1 L_2}}$. Dans quel intervalle ce coefficient peut-il varier ? Celui-ci dépend-il des valeurs respectives de l_1 et l_2 ?
4. Donner les expressions du champ magnétique $\boldsymbol{B}$ dans les régions $[z, l_1] \equiv [1]$, $[-l_2 + z, 0] \equiv [2]$ et $[0, z] \equiv [3]$ lorsque les deux solénoïdes coaxiaux ont en commun une longueur z. Calculer alors l'énergie magnétique ξ_m du système $\{C_1, C_2\}$ à partir de la densité volumique d'énergie magnétique e_m. En déduire l'expression de l'énergie d'interaction magnétique mutuelle ξ_{mM} entre C_1 et C_2. Vérifier alors l'expression de M établie à la question 2.

Exercice 3 : Energie magnétostatique propre d'un câble coaxial ; inductance propre (A faire après le TD).

Un câble coaxial, considéré comme infiniment long et placé dans un milieu de perméabilité magnétique μ_0 est formé de deux armatures cylindriques de même axe $z'z$. L'armature intérieure (l'âme) est un cylindre creux de rayon a, tandis que l'armature extérieure (la gaine) est un cylindre de très faible épaisseur et de rayon b. Le courant continu d'intensité I qui circule dans l'âme revient avec la même intensité dans la gaine ; ce câble constitue ainsi un circuit fermé.

1. Dans la base orthonormée directe cylindrique ($\boldsymbol{e}_\rho$, $\boldsymbol{e}_\varphi$, $\boldsymbol{e}_z$), exprimer le champ magnétostatique $\boldsymbol{B}(M)$ créé par ce câble en tout point M situé à la distance ρ de son axe.
2.
   a. Déterminer l'inductance propre L d'une longueur l du câble.
   b. Application numérique - Calculer L si : l = 1m, a = 1 mm, b = 5 mm et $\mu_0 = 4\pi\,10^{-7}$ H.m^{-1}
3. Sachant que sa capacité électrique est $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_o l}{\ln\dfrac{b}{a}}$, calculer la grandeur $c = \dfrac{1}{\sqrt{L'C'}}$ où L' et C' représentent l'inductance et la capacité du câble par unité de longueur.