Chapitre I- Le champ électrostatique

I.1- Notions générales

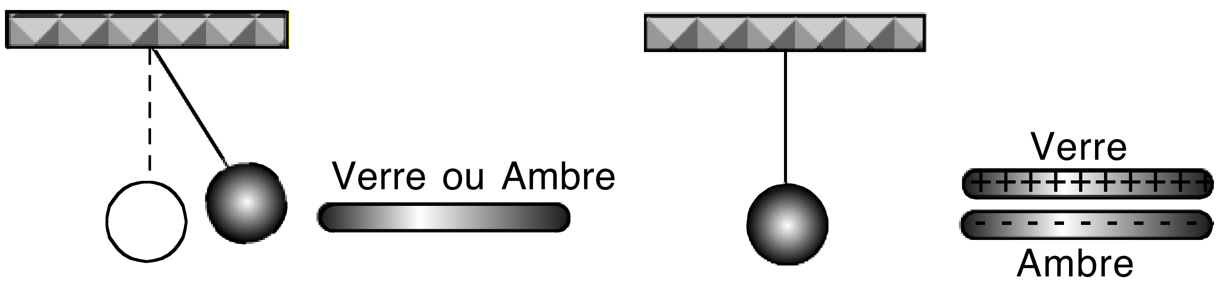
I.1.1- Phénomènes électrostatiques : notion de charge électrique

Quiconque a déjà vécu l'expérience désagréable d'une « décharge électrique » lors d'un contact avec un corps étranger connaît un effet électrostatique. Une autre manifestation de l'électricité statique consiste en l'attraction de petits corps légers (bouts de papier par ex.) avec des corps frottés (règles, pour continuer sur le même ex.). Ce type de phénomène est même rapporté par Thalès de Milet, aux alentours de 600 av. J.-C. : il avait observé l'attraction de brindilles de paille par de l'ambre jaune frotté… Le mot électricité, qu'il désigne l'ensemble de ces manifestations, provient de « elektron », qui signifie ambre en grec.

L'étude des phénomènes électriques s'est continuée jusqu'au XIXème siècle, où s'est élaborée la théorie unifiée des phénomènes électriques et magnétiques, appelée électromagnétisme. C'est à cette époque que le mot « statique » est apparu pour désigner les phénomènes faisant l'objet de ce cours. Nous verrons plus loin, lors du cours sur le champ magnétique, pourquoi il en est ainsi. On se contentera pour l'instant de prendre l'habitude de parler de phénomènes électrostatiques.

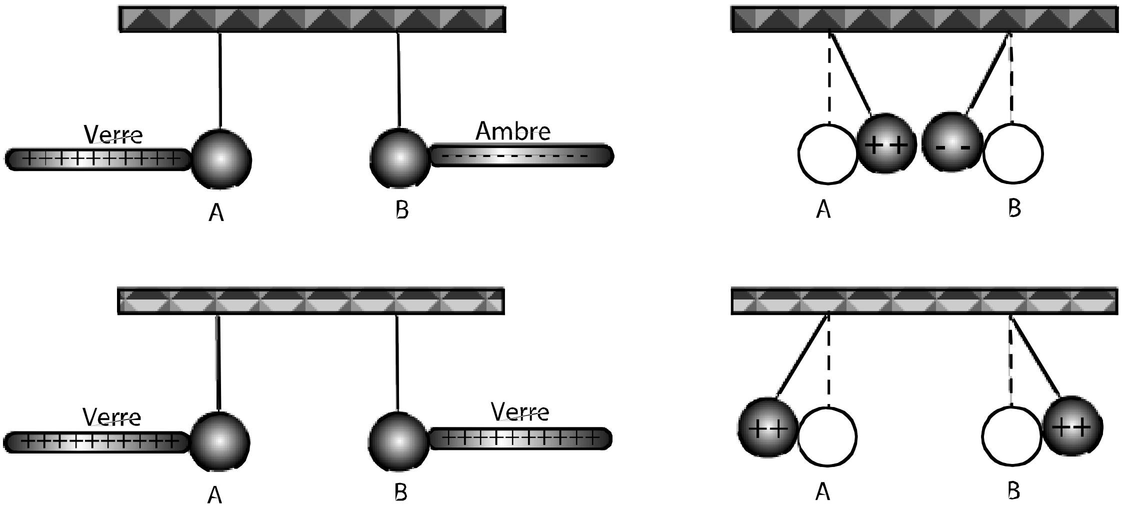
Pour les mettre en évidence et pour apporter une interprétation cohérente, regardons deux expériences simples.

Expérience 1 :
Prenons une boule (faite de sureau ou de polystyrène, par ex.) et suspendons-la par un fil. Ensuite on approche une tige, de verre ou d'ambre, après l'avoir frottée préalablement : les deux tiges *attirent* la boule.
Par contre, si l'on approche simultanément les deux tiges côte à côte, rien ne se passe.



Tout se passe donc comme si chacune des tiges était, depuis son frottement, porteuse d'électricité, mais que celle-ci pouvait se manifester en deux états contraires (car capables d'annuler les effets de l'autre). On a ainsi qualifié arbitrairement de *positive* l'électricité contenue dans le verre (frotté avec de la soie), et de *négative* celle portée par l'ambre (idem, ou encore du plastique frotté avec de la fourrure).

<u>Expérience 2 :</u>
Prenons maintenant deux boules A et B, préalablement mises en contact avec une tige frottée (elles sont « électrisées »), et suspendons-les côte à côte. Si elles ont été mises en contact toutes deux avec une tige de même matériau, elles se *repoussent*.



Par contre, si elles ont été mises en contact avec des tiges de matériau différent (ex. A avec du verre frotté et B avec de l'ambre frotté), alors elles *s'attirent*. Si, du fait de leur attraction, elles viennent à se toucher, on observe qu'elles perdent alors toute électrisation : elles prennent une position d'équilibre vis-à-vis du leur poids.

Cette expérience est assez riche. On peut tout d'abord en conclure que deux corps portant une électricité de même nature (soit positive, soit négative) se repoussent, tandis qu'ils s'attirent s'ils portent des électricités contraires.

Mais cette expérience nous montre également que cette électricité est capable, non seulement d'agir à distance (répulsion ou attraction), mais également de se déplacer d'un corps à un autre. Mais alors qu'est-ce qui se déplace ?
Si l'on suspend les boules à une balance, même très précise, nous sommes incapables de détecter la moindre variation de poids entre le début de l'expérience et le moment où elles sont électrisées. Pourtant, le fait qu'il soit nécessaire qu'il y ait un contact entre deux matériaux pour que l'électricité puisse passer de l'un à l'autre, semble indiquer que cette électricité est portée par de la matière.

On explique l'ensemble des effets d'électricité statique par l'existence, au sein de la matière, de particules portant une **charge électrique** q, positive ou négative, et libres de se déplacer. C'est Robert A. Millikan qui a vérifié pour la première fois en 1909, grâce à une expérience mettant en jeu des gouttes d'huile, le fait que toute charge électrique Q est quantifiée, c'est à dire qu'elle existe seulement sous forme de multiples d'une charge élémentaire e, <u>indivisible</u> (Q=Ne). La particule portant cette charge élémentaire est appelée l'**électron**.

Dans le système d'unités international, l'unité de la charge électrique est le Coulomb (symbole C). Des phénomènes d'électricité statique mettent en jeu des nanocoulombs (nC) voire des microcoulombs (μC), tandis que l'on peut rencontrer des charges de l'ordre du Coulomb en électrocinétique.

L'ensemble des expériences de la physique (et en particulier celles décrites plus haut) ne peuvent s'expliquer que si la charge électrique élémentaire est un invariant : on ne peut ni la détruire ni l'engendrer, et ceci est valable quel que soit le référentiel. C'est ce que l'on décrit par la notion d'invariance relativiste de la charge électrique.

I.1.2- Structure de la matière

La vision moderne de la matière décrit celle-ci comme étant constituée d'atomes. Ceux-ci sont eux-mêmes constitués d'un noyau (découvert en 1911 par Rutherford) autour duquel « gravite » une sorte de nuage composé d'électrons et portant l'essentiel de la masse. Ces électrons se repoussent les uns les autres mais restent confinés autour du noyau car celui-ci possède une charge électrique positive qui les attire. On attribue cette charge positive à des particules appelées **protons**. Cependant, le noyau atomique ne pourrait rester stable s'il n'était composé que de protons : ceux-ci ont en effet tendance à se repousser mutuellement. Il existe donc une autre sorte de particules, les **neutrons** (découverts en 1932 par Chadwick) portant une charge électrique nulle. Les particules constituant le noyau atomique sont appelées les **nucléons**.

Dans le tableau de Mendeleev tout élément chimique X est représenté par la notation ${}^{A}_{Z}X$. Le nombre A est appelé le nombre de masse : c'est le nombre total de nucléons (protons et neutrons). Le nombre Z est appelé le nombre atomique et est le nombre total de protons constituant le noyau. La charge électrique nucléaire totale est donc Q=+Ze, le cortège électronique possédant alors une charge totale Q=-Ze, assurant ainsi la neutralité électrique d'un atome.
Exemple : le Carbone ${}^{12}_{6}C$ possède 12 nucléons, dont 6 protons (donc 6 électrons) et 6 neutrons, le Cuivre ${}^{63}_{29}Cu$ 63 nucléons dont 29 protons (donc 29 électrons) et 34 neutrons. L'atome de cuivre existe aussi sous la forme ${}^{64}_{29}Cu$, c'est à dire avec 35 neutrons au lieu de 34 : c'est ce qu'on appelle un **isotope**.

Valeurs des charges électriques et des masses des constituants atomiques dans le Système International :

$$\begin{array}{lll}
\text{Electron}: & q_e = -e = -1.602\ 10^{-19}\ \text{C} & m_e = 9.109\ 10^{-31}\ \text{kg} \\
\text{Proton}: & q_p = +e = 1.602\ 10^{-19}\ \text{C} & m_p = 1.672\ 10^{-27}\ \text{kg} \\
\text{Neutron}: & q_n = 0\ \text{C} & m_n = 1.674\ 10^{-27}\ \text{kg}
\end{array}$$

Comme on peut le remarquer, même une charge de l'ordre du Coulomb (ce qui est énorme), correspondant à environ 10^{18} électrons, ne produit qu'un accroissement de poids de l'ordre de 10^{-12} kg : c'est effectivement imperceptible.

Si les électrons sont bien des particules quasi-ponctuelles, les neutrons et les protons en revanche ont une taille non nulle (inférieure à 10^{-15} m). Il s'avère qu'ils sont eux-mêmes constitués de **quarks**, qui sont aujourd'hui, avec les électrons, les vraies briques élémentaires de la matière. Les protons ainsi que les neutrons forment ainsi une classe de particules appelée les **baryons**.

A l'heure actuelle, l'univers (ou plutôt l'ensemble reconnu de ses manifestations) est descriptible à l'aide de quatre forces fondamentales :

1) La force nucléaire faible, responsable de la cohésion des baryons (quarks-quarks);
2) La force nucléaire forte, responsable de la cohésion du noyau (protons-neutrons) ;
3) La force électromagnétique, responsable de la cohésion de l'atome (électrons-nucléons) ;
4) La force gravitationnelle, responsable de la structure à grande échelle de l'univers (cohésion des corps astrophysiques, cohésion des systèmes planétaires, des galaxies, des amas galactiques, moteur de la cosmologie).

I.1.3- Les divers états de la matière

La cohésion de la matière est due à l'interaction entre ses constituants, interaction mettant en jeu une énergie de liaison. Or, chaque constituant (atome ou molécule) possède lui-même de l'énergie cinétique liée à sa température (énergie d'agitation thermique). La rigidité d'un état particulier de la matière dépend donc de l'importance relative de ces deux énergies (cinétique et liaison).

Si l'on prend un gaz constitué d'atomes (ou de molécules) neutres, alors l'interaction entre deux constituants est assez faible : elle ne se produit que lorsqu'ils sont assez proches pour qu'il y ait répulsion entre les électrons périphériques. Ainsi, chaque atome est relativement libre de se déplacer dans l'espace, au gré des « collisions » avec d'autres atomes.

Si l'on refroidit ce gaz, certaines liaisons électrostatiques qui étaient négligeables auparavant peuvent devenir opérantes et l'on obtient alors un liquide. Si l'on chauffe ce gaz, de l'énergie est fournie à ses constituants, les molécules se brisent et, si l'on continue à chauffer, on peut même libérer un ou plusieurs électrons périphériques des atomes, produisant ainsi un gaz d'ions ou plasma.

Dans un solide au contraire, les liaisons entre chaque atome sont beaucoup plus fortes et les atomes ne bougent quasiment pas, formant un cristal. La force de cette cohésion dépend beaucoup d'un solide à l'autre. Ainsi, elle est très puissante si les atomes mettent en commun leur cortège électronique (liaison covalente comme pour le diamant et liaison métallique, comme pour le Cuivre) et beaucoup plus faible si les cortèges électroniques de chaque atome restent intouchés (liaison ionique, comme pour le sel).

Enfin, la matière molle (caoutchouc, plastiques, textiles, mousses) possède une hiérarchie du point de vue de sa cohésion : elle est constituée d'éléments « solides » (macromolécules liées par des liaisons covalentes) interagissant entre eux par des liaisons ioniques (électrostatiques).

I.1.4- Matériaux isolants et matériaux conducteurs

Un matériau est ainsi constitué d'un grand nombre de charges électriques, mais celles-ci sont toutes compensées (même nombre d'électrons et de protons). Aux températures usuelles, la matière est électriquement neutre. En conséquence, lorsque des effets d'électricité statique se produisent, cela signifie qu'il y a eu un déplacement de charges, d'un matériau vers un autre : c'est ce que l'on appelle l'électrisation d'un corps. Ce sont ces charges, en excès ou en manque, en tout cas non compensées, qui sont responsables des effets électriques sur ce corps (ex : baguette frottée).

Un matériau est dit **conducteur parfait** si, lorsqu'il devient électrisé, les porteurs de charge non compensés peuvent se déplacer librement dans tout le volume occupé par le matériau.

Ce sera un **isolant (ou diélectrique) parfait** si les porteurs de charge non compensés ne peuvent se déplacer librement et restent localisés à l'endroit où ils ont été déposés.

Un matériau quelconque se situe évidemment quelque part entre ces deux états extrêmes. Cette propriété de conduction de l'électricité sera abordée plus loin, dans le Chapitre sur l'électrocinétique.

Refaisons une expérience d'électricité statique : prenons une baguette métallique par la main et frottons-la avec un chiffon. Cela ne marchera pas, la baguette ne sera pas électrisée. Pourquoi ? Etant nous-mêmes d'assez bons conducteurs, les charges électriques arrachées au chiffon et transférées à la baguette sont ensuite transférées sur nous et l'on ne verra plus d'effet électrique particulier au niveau de la baguette. Pour que cette expérience marche, il est nécessaire d'isoler électriquement la baguette (en la tenant avec un matériau diélectrique).

I.2- Force et champ électrostatiques

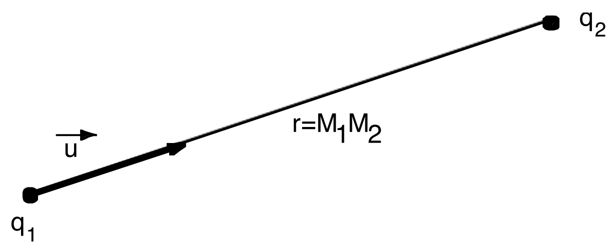
I.2.1- La force de Coulomb

Charles Auguste de Coulomb (1736-1806) a effectué une série de mesures (à l'aide d'une balance de torsion) qui lui ont permis de déterminer avec un certain degré de précision les propriétés de la force électrostatique exercée par une charge ponctuelle q_1 sur une autre charge ponctuelle q_2:
1) La force est radiale, c'est à dire dirigée selon la droite qui joint les deux charges ;
2) Elle est proportionnelle au produit des charges : attractive si elles sont de signe opposé, répulsive sinon ;
3) Enfin, elle varie comme l'inverse du carré de la distance entre les deux charges.

L'expression mathématique moderne de la force de Coulomb et traduisant les propriétés ci-dessus est la suivante

$$\boxed{\overrightarrow{F_{1/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}\vec{u}}$$

où la constante multiplicative vaut $K = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \approx 9\,10^9$ SI (N m^{2}C^{-2}). La constante ε_0 joue un rôle particulier et est appelée la **permittivité électrique du vide** (unités : Farad/m).



Remarques :

1) Cette expression n'est valable que pour des charges immobiles (approximation de l'électrostatique) et dans le vide. Cette loi est la base même de toute l'électrostatique.
2) Cette force obéit au principe d'Action et de Réaction de la mécanique classique.
3) A part la valeur numérique de la constante K, cette loi a exactement les mêmes propriétés vectorielles que la force de la gravitation (loi de Newton). Il ne sera donc pas étonnant de trouver des similitudes entre ces deux lois.

Ordres de grandeur

- Quel est le rapport entre la force d'attraction gravitationnelle et la répulsion coulombienne entre deux électrons ?

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{G{m_e}^2} \approx 4\ 10^{42}$$

  La force électrostatique apparaît donc dominante vis-à-vis de l'attraction gravitationnelle. Cela implique donc que tous les corps célestes sont exactement électriquement neutres.
- Quelle est la force de répulsion coulombienne entre deux charges de 1 C situées à 1 km ?

$$\frac{Fe}{g} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\left(10^3\right)^2}\frac{1}{10} \approx 10^3 \text{ kg}$$

  C'est une force équivalente au poids exercé par une tonne !

I.2.2- Champ électrostatique créé par une charge ponctuelle

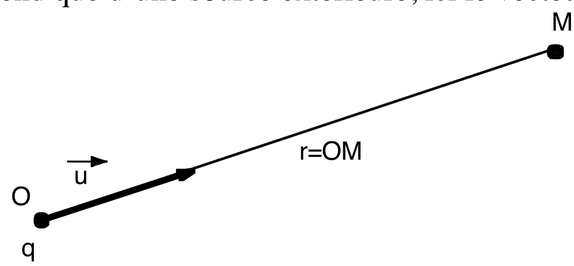
Soit une charge q_1 située en un point O de l'espace, exerçant une force électrostatique sur une autre charge q_2 située en un point M. L'expression de cette force est donnée par la loi de Coulomb ci-dessus. Mais comme pour l'attraction gravitationnelle, on peut la mettre sous une forme plus intéressante,

$$\vec{F}_{1/2} = q_2\vec{E_1}(M)$$

où

$$\vec{E_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}\vec{u}$$

L'intérêt de cette séparation vient du fait que l'on distingue clairement ce qui dépend uniquement de la particule qui subit la force (ici, c'est sa charge q_2, pour la gravité c'est sa masse), de ce qui ne dépend que d'une source extérieure, ici le vecteur $\vec{E_1}(M)$.



Définition : *Une particule de charge q située en O crée en tout point M de l'espace distinct de O un champ vectoriel*

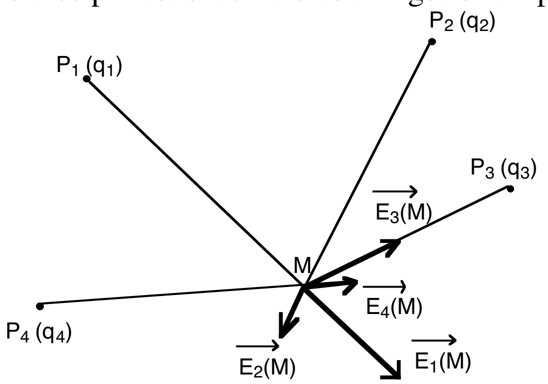
$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\vec{u}}$$

appelé champ électrostatique. L'unité est le Volt/mètre (symbole V/m).

Cette façon de procéder découle de (ou implique) une nouvelle vision de l'espace : les particules chargées se déplacent maintenant dans un espace où existe (se trouve défini) un champ vectoriel. Elles subissent alors une force en fonction de la valeur du champ au lieu où elle se trouve.

I.2.3- Champ créé par un ensemble de charges

On considère maintenant n particules de charges électriques q_i, situées en des points P_i : quel est le champ électrostatique créé par cet ensemble de charges en un point M ?



La réponse n'est absolument pas évidente car l'on pourrait penser que la présence du champ créé par des particules voisines modifie celui créé par une particule. En fait, il n'en est rien et l'expérience montre que la force totale subie par une charge q située en M est simplement la superposition des forces élémentaires,

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i = q \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i = q\vec{E}(M)$$

où $r_i = P_i M$, $\overrightarrow{P_i M} = P_i M \, \vec{u}_i$ et il en résulte donc

$$\boxed{\vec{E}(M) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i}$$

est donc le champ électrostatique créé par un ensemble discret de charges.

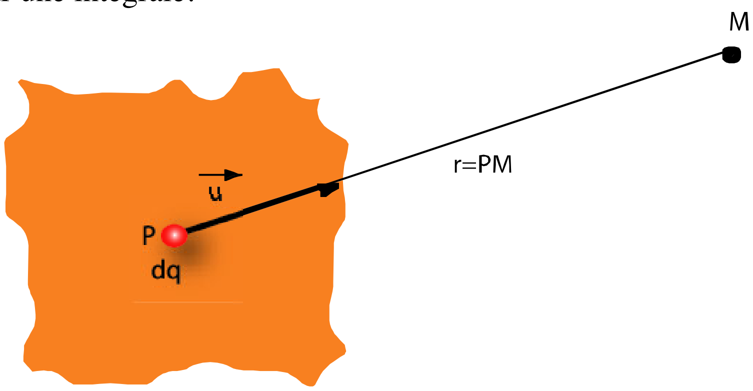
Cette propriété de superposition des effets électrostatiques est un fait d'expérience et énoncé comme le **principe de superposition** (comme tout principe, il n'est pas démontré).

En pratique, cette expression est rarement utilisable puisque nous sommes la plupart du temps amenés à considérer des matériaux comportant un nombre gigantesque de particules. C'est simplement dû au fait que l'on ne considère que des échelles spatiales tres grandes devant les distances inter-particulaires, perdant ainsi toute possibilité de distinguer une particule de l'autre. Il est dans ce cas plus habile d'utiliser des distributions continues de charges.

Soit P un point quelconque d'un conducteur et dq(P) la charge élémentaire contenue en ce point. Le champ électrostatique total créé en un point M par cette distribution de charges est

$$\boxed{\vec{E}(M) = \int_{distribution} \overrightarrow{dE}(M) \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{dE}(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}}$$

Mathématiquement, tout se passe donc comme une charge ponctuelle dq était située en un point P de la distribution, créant au point M un champ électrostatique $\overrightarrow{dE}(M)$, avec $r = PM$ et $\overrightarrow{PM} = PM\,\vec{u}$. Il s'agit évidemment d'une approximation, permettant de remplacer une somme presque infinie par une intégrale.



On définit $\rho = \dfrac{dq}{dv}$ comme étant la **densité volumique de charges** (unités : Cm^{-3}). Le champ électrostatique créé par une telle distribution est donc

$$\vec{E}(M) = \iiint_{\text{Volume}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\rho}{r^2} \vec{u}\, dv$$

Lorsque l'une des dimensions de la distribution de charges est beaucoup plus petite que les deux autres (ex : un plan ou une sphère creuse), on peut généralement faire une intégration sur cette dimension. On définit alors la **densité surfacique de charges** $\sigma = \dfrac{dq}{dS}$ (unités : Cm^{-2}), produisant un champ total

$$\vec{E}(M) = \iint_{Surface} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\sigma}{r^2} \vec{u}\, dS$$

Enfin, si deux des dimensions de la distribution sont négligeables devant la troisième (ex : un fil), on peut définir une **densité linéique de charges** $\lambda = \dfrac{dq}{dl}$ (unités : Cm^{-1}), associé au champ

$$\vec{E}(M) = \int_{\text{Longueur}} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \vec{u}\, dl$$

L'utilisation de l'une ou l'autre de ces trois expressions dépend de la géométrie de la distribution de charges considérée. L'expression générale à retenir est celle qui est encadrée.

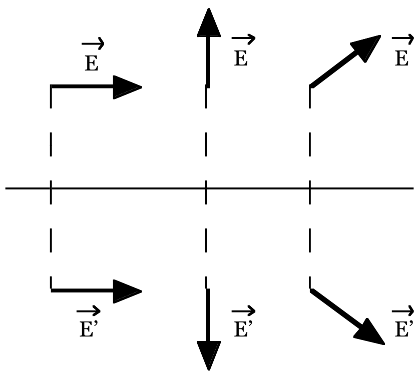
I.2.4- Propriétés de symétrie du champ électrostatique

Principe de Curie : « *Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits.* »

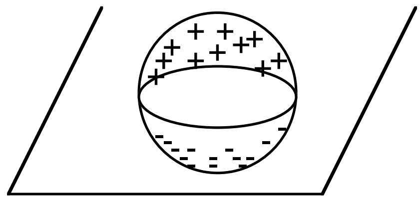
Du fait que le champ soit un effet créé par une distribution de charges, il contient des informations sur les causes qui lui ont donné origine. Ainsi, si l'on connaît les propriétés de symétrie d'une distribution de charges, on pourra connaître celles du champ électrostatique associé. Ces propriétés sont fondamentales car elles permettent de simplifier considérablement le calcul du champ électrostatique.

Dans une espace homogène et isotrope, si l'on fait subir une transformation géométrique à un système physique (ex : ensemble de particules, distribution de charges) susceptible de créer certains effets (forces, champs), alors ces effets subissent les mêmes transformations.
Si un système physique S possède un certain degré de symétrie, on pourra alors déduire les effets créés par ce système en un point à partir des effets en un autre point.

Transformations géométriques d'un vecteur
Lors d'une transformation géométrique d'un vecteur quelconque, celui-ci est transformé en son symétrique.



Transformation d'un vecteur par symétrie par rapport à un plan



Exemple d'un plan d'antisymétrie

Soit $\vec{A}'(M')$ le vecteur obtenu par symétrie par rapport à un plan S à partir de $\vec{A}(M)$. D'après la figure ci-dessus, on voit que

1. $\vec{A}'(M') = \vec{A}(M)$ si $\vec{A}(M)$ est engendré par les mêmes vecteurs de base que S ;
2. $\vec{A}'(M') = -\vec{A}(M)$ si $\vec{A}(M)$ est perpendiculaire à S.

Ces deux règles de transformation vont nous permettre de déterminer des règles de symétrie utiles.

Règles de symétrie

- Invariance par translation : si S est invariant dans toute translation parallèle à un axe Oz, les effets ne dépendent pas de z.
- Symétrie axiale : si S est invariant dans toute rotation θ autour d'un axe Oz, alors ses effets exprimés en coordonnées cylindriques (ρ,θ,z) ne dépendent pas de θ.
- Symétrie cylindrique : si S est invariant par translation le long de l'axe Oz et rotation autour de ce même axe, alors ses effets exprimés en coordonnées cylindriques (ρ,θ,z) ne dépendent que de la distance à l'axe ρ.
- Symétrie sphérique : si S est invariant dans toute rotation autour d'un point fixe O, alors ses effets exprimés en coordonnées sphériques (r,θ,φ) ne dépendent que de la distance au centre r.
- Plan de symétrie ∏: si S admet un plan de symétrie ∏, alors en tout point de ce plan, le champ électrostatique est contenu dans ce plan.
- Plan d'antisymétrie ∏' : si, par symétrie par rapport à un plan ∏', S est transformé en –S, alors en tout point de ce plan, le champ électrostatique lui est perpendiculaire.

Remarque importante

Nous verrons en magnétostatique qu'il convient de faire la distinction entre vrais vecteurs (ou vecteurs axiaux) et pseudo-vecteurs (ou vecteurs polaires), ces derniers étant définis à partir du produit vectoriel de deux vecteurs vrais. Ainsi, le champ électrostatique est un vrai vecteur tandis que le champ magnétique est un pseudo-vecteur. Tout ce qui a été dit ci-dessus n'est valable que pour les vrais vecteurs.

Quelques Compléments :

1) Pourquoi un vrai vecteur $\vec{A}(x_1,x_2,x_3)$ est indépendant de la variable x_1 si le système S n'en dépend pas ?

Soit un point $M(x_1,x_2,x_3)$ dont les coordonnées sont exprimées dans un système quelconque. Soit un point $M'(x_1+dx_1,x_2,x_3)$ lui étant infiniment proche. On a alors

$$\vec{A}(M') = \begin{cases} A_1(M') = A_1(x_1+dx_1,x_2,x_3) \approx A_1(x_1,x_2,x_3) + \dfrac{\partial A_1}{\partial x_1}dx_1 \\ A_2(M') = A_2(x_1+dx_1,x_2,x_3) \approx A_2(x_1,x_2,x_3) + \dfrac{\partial A_2}{\partial x_1}dx_1 \\ A_3(M') = A_3(x_1+dx_1,x_2,x_3) \approx A_3(x_1,x_2,x_3) + \dfrac{\partial A_3}{\partial x_1}dx_1 \end{cases}$$

c'est à dire, de façon plus compacte $\vec{A}(M') = \vec{A}(M) + \dfrac{\partial \vec{A}}{\partial x_1}dx_1$. Si le système physique S reste invariant lors d'un changement de M en M', alors (Principe de Curie) $\vec{A'}(M') = \vec{A}(M)$. On a donc $\dfrac{\partial \vec{A}}{\partial x_1} = \vec{0}$ en tout point M, ce qui signifie que $\vec{A}(x_2,x_3)$ ne dépend pas de x_1. On peut suivre le même raisonnement pour chacune des autres coordonnées.

2) Pourquoi un vrai vecteur appartient nécessairement à un plan ∏ de symétrie ?

Quel que soit M de S, soit M' son symétrique par rapport à ∏. Ce plan étant un plan de symétrie, cela signifie que f(M)=f(M') pour toute fonction de M. Ceci est en particulier vrai pour chaque composante $A_i(M) = A_i(M')$ du vecteur $\vec{A}(M)$. On a donc $\vec{A'}(M') = \vec{A}(M)$ ce qui implique que $\vec{A}(M)$ est engendré par les mêmes vecteurs de base que ∏.

3) Pourquoi un vrai vecteur est nécessairement perpendiculaire à un plan ∏' d'antisymétrie ?

Ce plan étant un plan d'antisymétrie, on a f(M')=-f(M) pour toute fonction de M. Ceci étant vrai pour chaque composante du vecteur $\vec{A}(M)$, on a donc $A_i(M') = -A_i(M)$, ce qui implique que $\vec{A}(M)$ est perpendiculaire à ∏'.