

Cours d'électricité

Dipôles simples en régime alternatif

Mathieu BARDOUX

mathieu.bardoux@univ-littoral.fr

IUT Saint-Omer / Dunkerque
Département *Génie Thermique et Énergie*

1^{re} année: 2011-2012





Plan du chapitre

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

1 Résistance

2 Bobine inductive

- Description
- Impédance
- Lois d'associations

3 Condensateur

- Description
- Impédance
- Lois d'associations

4 Impédances



Rappel du plan

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

- 1 Résistance
- 2 Bobine inductive
- 3 Condensateur
- 4 Impédances

Cas d'une résistance pure

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

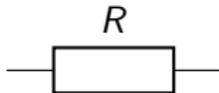
Un *conducteur ohmique*, ou résistance, est conçu pour opposer une certaine résistance au courant. Il est caractérisé par sa grandeur de résistance, notée R , qui s'exprime en OHM, noté Ω .

$$1 \Omega = 1 \text{V} \cdot \text{A}^{-1} = 1 \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}$$

La tension à ses bornes est reliée à l'intensité du courant par la loi d'OHM :

$$u(t) = R \cdot i(t)$$

Sa représentation schématique est la suivante :



Impédance d'un conducteur ohmique

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

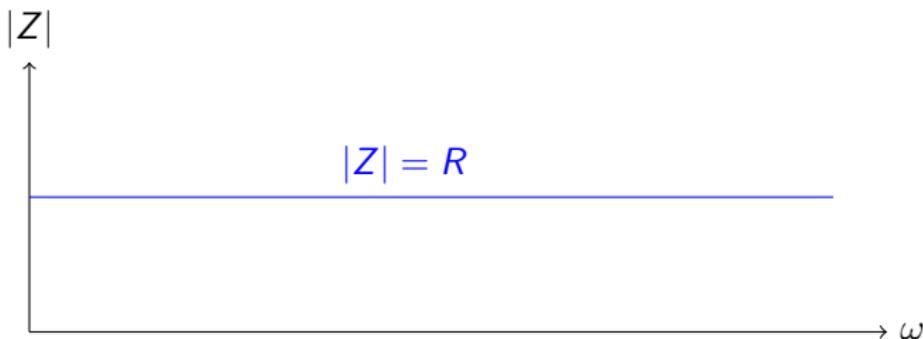
Lois d'associations

Impédances

Puisque $u(t) = R \cdot i(t)$, l'impédance de la résistance peut être calculée ainsi :

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} = \frac{RI}{I} = R$$

Dans le cas d'un conducteur ohmique pur (ne présentant aucun effet inductif ni capacitif), l'impédance possède une valeur réelle, égale à la valeur de la résistance, et qui ne varie pas en fonction de la fréquence du courant.





Rappel du plan

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

1 Résistance

2 Bobine inductive

- Description
- Impédance
- Lois d'associations

3 Condensateur

4 Impédances

Cas d'une bobine pure

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

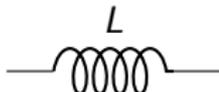
Une bobine (aussi appelée *self* ou *self-inductance*) est constituée en général d'un fil conducteur enroulé en hélice, formant un solénoïde. Lorsque la bobine est parcourue par un courant, elle crée un champ magnétique induit, qui s'oppose au courant lui ayant donné naissance (loi de LENZ). La bobine est caractérisée par son inductance L , définie comme le rapport entre le champ magnétique et l'intensité du courant. L s'exprime en HENRY, noté H.

$$1 \text{ H} = 1 \text{ V} \cdot \text{s} \cdot \text{A}^{-1} = 1 \text{ m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$$

La tension aux bornes d'une bobine est reliée à l'intensité du courant par la relation suivante :

$$u(t) = L \frac{di}{dt}$$

Sa représentation schématique est la suivante :



Impédance d'une bobine pure

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

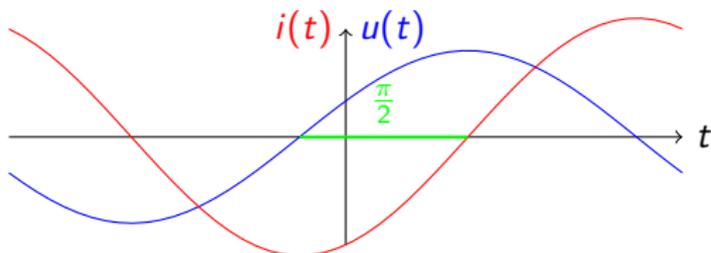
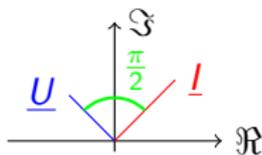
Lois d'associations

Impédances

Puisque $u = L \frac{di}{dt}$, l'impédance de la bobine peut être calculée ainsi :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{L}{I} \cdot \frac{dI}{dt} = \frac{L}{I} \cdot j\omega I = j\omega L$$

Géométriquement, multiplier un nombre complexe par j revient à faire tourner le vecteur d'un angle $\frac{\pi}{2}$.



Dans une bobine, la tension est donc déphasée de $+\frac{\pi}{2}$ par rapport à l'intensité.

Variation d'impédance en fonction de la fréquence

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

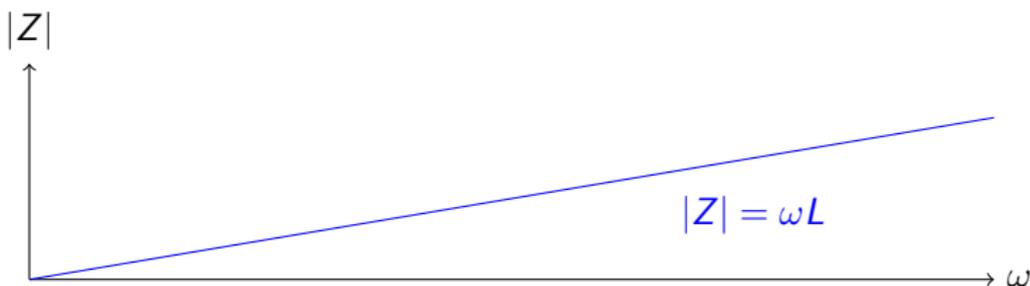
Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances



On remarque qu'à haute fréquence ($\omega \rightarrow \infty$), l'impédance de la bobine tend vers ∞ : la bobine se comporte alors comme un circuit ouvert.

Inversement, à basse fréquence ($\omega \rightarrow 0$), l'inductance de la bobine tend vers 0 : celle-ci se comporte comme un court-circuit.

Pour ces raisons, les bobines peuvent être utilisés pour fabriquer des filtres *passé-bas*.

Association de bobines en série

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

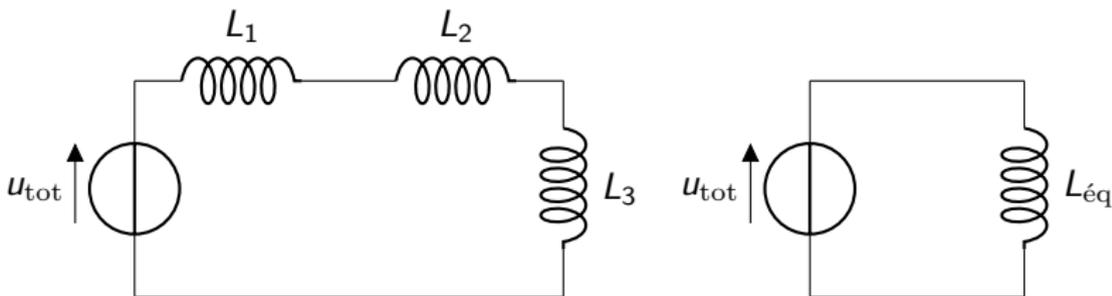
Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances



L'association en série de bobines d'inductances L_i est équivalente à une unique bobine d'inductance $L_{\text{éq}}$ telle que :

$$L_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^N L_i$$

Association de bobines en parallèle

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

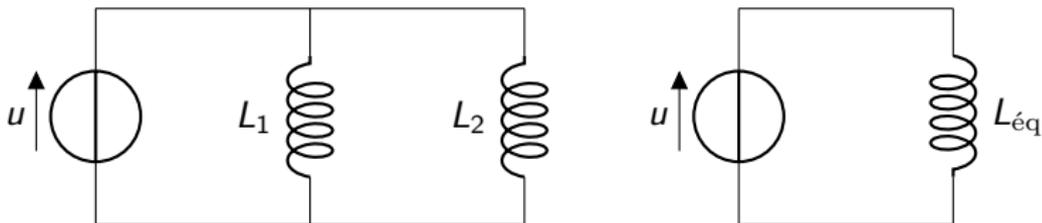
Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances



L'association en parallèle de bobines d'inductances L_i est équivalente à une unique bobine d'inductance $L_{\text{éq}}$ telle que :

$$\frac{1}{L_{\text{éq}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{L_i}$$



Rappel du plan

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

- 1 Résistance
- 2 Bobine inductive
- 3 Condensateur
 - Description
 - Impédance
 - Lois d'associations
- 4 Impédances

Condensateur pur

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

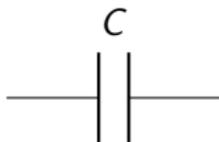
Un condensateur (parfois noté *capa*) est un composant dont la spécificité est de stocker la charge électrique. Il est en général constitué de deux électrodes séparées par une couche d'isolant (air ou matériau diélectrique). Il se caractérise par sa *capacité*, exprimée en FARAD :

$$1 \text{ F} = 1 \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} = 1 \text{ s}^4 \text{ A}^2 \text{ m}^{-2} \text{ kg}^{-1}$$

L'intensité du courant parcourant un condensateur est relié à la tension par la relation suivante :

$$i(t) = C \frac{du}{dt}$$

Sa représentation schématique est la suivante :



Impédance d'un condensateur pur

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

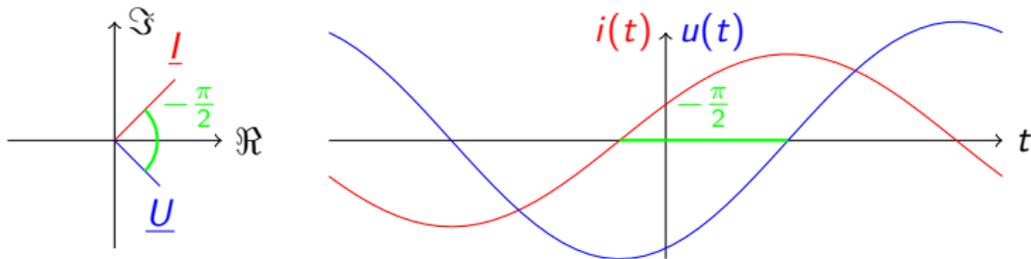
Lois d'associations

Impédances

Puisque $i = C \frac{du}{dt}$, l'impédance du condensateur peut être calculée ainsi :

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{\underline{U}}{C \frac{d\underline{U}}{dt}} = \frac{\underline{U}}{C j\omega \underline{U}} = \frac{1}{j\omega C}$$

Diviser un nombre complexe par j revient à le multiplier par $-j$. Géométriquement, c'est faire tourner le vecteur d'un angle $-\frac{\pi}{2}$.



Dans un condensateur, la tension est donc déphasée de $-\frac{\pi}{2}$ par rapport à l'intensité.

Variation d'impédance en fonction de la fréquence

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

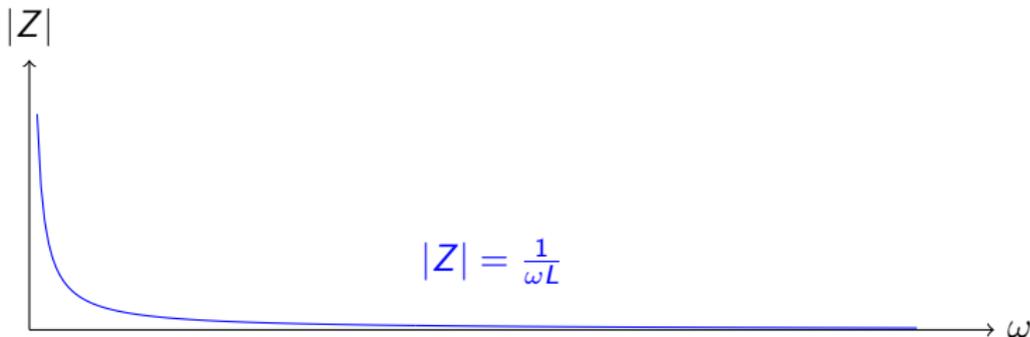
Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances



On voit ainsi qu'à haute fréquence ($\omega \rightarrow \infty$), l'impédance du condensateur tend vers 0 : le condensateur se comporte alors comme un court-circuit.

Inversement, à basse fréquence ($\omega \rightarrow 0$), le condensateur se comporte comme un circuit ouvert.

Pour ces raisons, les condensateurs peuvent être utilisés pour fabriquer des filtres *passé-haut*.



Stockage d'énergie par un condensateur

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

La charge accumulée par un condensateur dépend de sa capacité, ainsi que de la tension à ses bornes :

$$q = C \cdot u$$

En accumulant des charges électriques, le condensateur accumule également de l'énergie. Cette énergie dépend de la capacité du condensateur, et peut s'exprimer en fonction de la charge accumulée ou en fonction de la tension aux bornes du condensateur :

$$E = \frac{q^2}{2C} = \frac{u^2 C}{2}$$

La puissance reçue par le condensateur est égale à la dérivée de l'énergie :

$$p = \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} C \frac{du^2}{dt} = u \cdot C \frac{du}{dt} = u \cdot i$$

Si la puissance est positive, l'énergie stockée dans le condensateur augmente, le composant est en charge. Si la puissance est négative, le condensateur est en décharge.

Association de condensateurs en parallèle

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

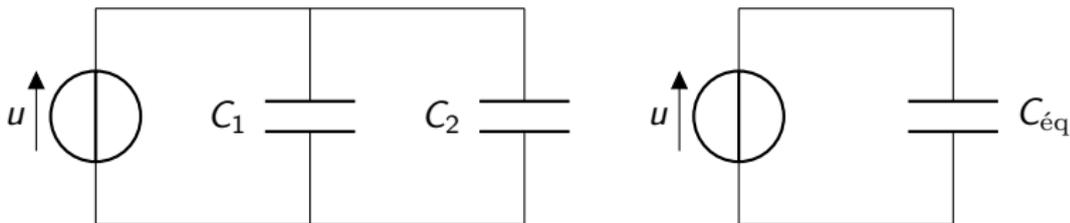
Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances



Lorsque des condensateurs sont placés en parallèle, la tension aux bornes de chacun est identique, et la charge totale est égale à la somme des charges accumulées :

$$q_{\text{totale}} = \sum_i q_i = \sum_i C_i u = u \sum_i C_i$$

La capacité du conducteur équivalent est par conséquent égale à la somme des capacités des condensateurs placés en parallèle :

$$C_{\text{eq}} = \sum_i C_i$$

Association de condensateurs en série

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

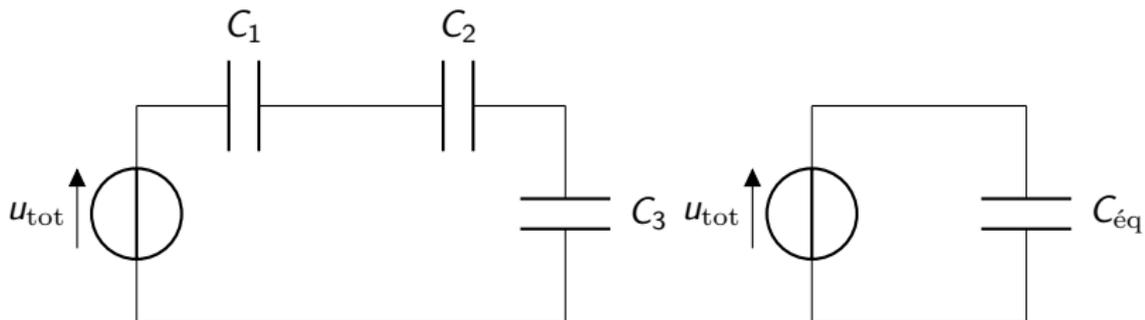
Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances



Pour des condensateurs placés en série, le courant est identique dans tous les condensateurs, et la charge q également. Le produit Cu est donc le même pour chaque composant :

$$\forall (i, j), C_i u_i = C_j u_j = C_{\text{éq}} u_{\text{tot}} = q, \text{ avec } u_{\text{tot}} = \sum_i u_i$$

Par conséquent, on peut écrire :

$$C_{\text{éq}} = \frac{q}{u_{\text{tot}}} = \frac{q}{\sum_i u_i} = \frac{q}{\sum_i \frac{q}{C_i}} = \frac{1}{\sum_i \frac{1}{C_i}} \Rightarrow \frac{1}{C_{\text{éq}}} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$



Rappel du plan

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

- 1 Résistance
- 2 Bobine inductive
- 3 Condensateur
- 4 Impédances



Association d'impédances

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

L'impédance étant une généralisation de la notion de résistance, il est possible d'étudier l'association de composants électriques sous l'aspect d'une association d'impédances.

Il est alors possible d'étudier l'association de composants de natures différentes, que ceux-ci soient des résistances, des bobines ou des condensateurs.

En particulier, il sera nécessaire d'utiliser ce formalisme pour étudier les associations RC, LC ou RLC.

Résistance

Bobine inductive

Description

Impédance

Lois d'associations

Condensateur

Description

Impédance

Lois d'associations

Impédances

Associations d'impédances en série ou en parallèle

Les associations d'impédances obéissent aux mêmes lois que les associations de résistances :

Association en série L'impédance équivalente à plusieurs impédances placées en série est égale à la somme des impédances :

$$Z_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^N Z_i$$

Association en parallèle L'admittance équivalente à plusieurs admittances placées en parallèle est égale à la somme des admittances :

$$Y_{\text{éq}} = \sum_{i=1}^N Y_i$$

L'admittance est définie comme l'inverse de l'impédance : $Y = \frac{1}{Z}$