Concurrence et Marches
Ecole Nationale des Ponts et Chaussees

Exercices en économie industrielle

(B.Caillaud)

1. Discrimination spatiale. Une firme est placée au point 0 de l'intervalle $[0, 1]$. Les consommateurs sont uniformément répartis sur cet intervalle. La demande du consommateur placé à distance x de l'entreprise est $1 - (p + tx)$, où p est le prix qu'il doit payer et $t \geq 1$ le coût de transport. Le coût de production est 0.

1) Interpréter cette fonction de demande.

2) Supposer que le monopole peut faire de la discrimination du 1er degré. Quel prix fera-t-il payer ? Quel sera son profit ?

3) Quel prix le monopole fera-t-il payer s'il ne peut pas discriminer ?

4) Comparer les solutions avec et sans discrimination.

2. Ventes liées. Cet exercice est destiné à montrer que la décision de lier des ventes peut être dictée par des considérations stratégiques.

On considère un continuum de consommateurs potentiels pour deux biens. Ces consommateurs sont décrits par leur type x, uniformément répartis sur $[0, 1]$.

L'entreprise 1 a un monopole sur le marché du bien A et tous les consommateurs ont la même évaluation r du bien, de sorte que la demande pour le bien A est

$$D(p_A) = \begin{cases} 1 & \text{si } p_A \leq r, \\ 0 & \text{si } p_A > r. \end{cases}$$

Sur le marché B au contraire, les consommateurs ont des prix de réservation différents et l'entreprise 1 a un concurrent, l'entreprise 2. On appellera B_i le bien vendu par l'entreprise i dans le marché B, et p_i le prix qu'elle fait payer sur ce marché. Le marché du bien B est un marché à la Hotelling :

- l'entreprise 1 est située en 0 et l'entreprise 2 en 1 ;
- le coût de transport est t.
- un consommateur choisira le bien B_i dont l'offre maximise $s - d_i - p_i$ où d_i est la distance du fournisseur au consommateur, et où s est supposé grand .

Dans les deux marchés les coûts sont nuls.

Partie 1. Dans cette partie, on suppose que les décisions de prix des deux entreprises ainsi que la décision de la première de lier ou non ses produits sont simultanées.

Prouver que l'entreprise 1 peut, quel que soit le prix que fait payer l'entreprise 2, se garantir un profit au moins égal et en général supérieur sans lier les ventes.

Partie 2. On suppose maintenant que l'entreprise 1 peut décider de lier ses ventes avant que les entreprises ne choisissent (toujours simultanément) leurs prix. Montrer que les profits de l'entreprise 2 seront toujours moins élevés quand il y a ventes liées. En déduire que s'il y a un coût fixe de production dans la production des biens B_i, le jeu:

1. l'entreprise 1 choisit de lier ses ventes ou non;
2. l'entreprise 2 choisit d'entrer sur le marché ou non;
3. les entreprises choisissent leurs prix de façon simultanée;

peut avoir un équilibre dans lequel l'entreprise 1 choisit de lier ses ventes et l'entreprise 2 choisit de ne pas entrer.

3. La ville circulaire. On suppose que les consommateurs sont répartis sur un cercle de circonférence 1. S'ils achètent le bien au prix p à une entreprise située à une distance d de leur position favorite, leur utilité est $A - p - td$. On suppose que A est assez grand pour que les consommateurs achètent toujours une unité du bien, leur objectif est donc de choisir le fournisseur qui minimise $p + td$.

Les entreprises ont un coût fixe f et un coût variable c, de sorte que si l'entreprise i fait face à une demande D_i son profit est $(p_i - c)D_i - f$ si elle entre sur le marché, et 0 sinon. On suppose :

- qu'il y a beaucoup d'entreprises potentielles, de sorte qu'à l'équilibre les profits des entreprises qui sont entrées sur le marché est 0;
- que si n entreprises sont entrées sur le marché, elles se répartissent uniformément sur le cercle.

Le jeu que nous étudions est donc un jeu à deux étapes :

- entrée ;

- fixation des prix.

a) Montrer que dans la deuxième étape du jeu le prix sera $c + t/n$.

b) Montrer qu'à l'équilibre il y aura $\sqrt{t/f}$ entreprises.

c) Quel serait le nombre d'entreprises qu'un planificateur bienveillant aurait mis en place ? Comparer.

4. Différenciation informationnelle et publicité. On considère le modèle d'Hotelling avec coût unitaire de transport t et deux entreprises à chaque extrémité du segment $[0, 1]$. Les consommateurs en nombre total 1, sont uniformément répartis sur $[0, 1]$ et leur utilité de réservation pour une unité du bien est s. Les entreprises peuvent faire de la publicité qui correspond à des prospectus envoyés aléatoirement par la poste: un consommateur en x a une probabilité ϕ_i de recevoir un prospectus de l'entreprise i qui décide d'un montant ϕ_i (donc restreint à $[0, 1]$) de publicité, qui lui coûte $A(\phi_i) = \frac{a}{2}\phi_i^2$. Par ailleurs le coût unitaire de production est c. Un consommateur ne peut acheter le bien que d'une entreprise dont il a été informé.

a) Caractériser la demande d'une entreprise étant donné $(p_1, p_2, \phi_1, \phi_2)$ en supposant que:

$$| p_2 - p_1 | \leq t \qquad \text{et} \qquad s > \sup\{p_1, p_2\} + t.$$

b) Les entreprises choisissent simultanément (p_i, ϕ_i). Ecrire et interpréter les conditions de meilleure réponse.

c) En déduire l'équilibre symétrique si s est grand et $2a \geq t$. Est-ce qu'une taxe sur la publicité, interprétée comme un accroissement de a, peut être localement bénéfique pour les entreprises ? Expliquer.

5. Cartel asymétrique. Dans un marché la fonction de demande est $D(p) = 1 - p$. L'entreprise 1 a des coûts unitaires égaux à 0, alors que l'entreprise 2 a des coûts unitaires égaux à $c_2 \in]0, 1/2[$.

a) Les entreprises se livrent à une concurrence à la Bertrand, où elles se partagent le marché si elles fixent le même prix. Montrer que le jeu n'a pas d'équilibre. Montrer qu'il est par contre raisonnable de supposer que l'entreprise 1 fera des profits égaux à $(1 - c_2)$ et l'entreprise 2 des profits égaux à 0. Expliquer pourquoi ceci est une hypothèse raisonnable. En quoi est-ce que votre réponse changerait si on avait $c_2 > 1/2$?

b) Soit p_2^m le prix de monopole que choisirait l'entreprise 2 si elle était seule sur le marché. Montrer que c'est aussi le prix qu'elle préférerait si les deux entreprises choisissaient de créer un cartel qui fixe les prix, et qu'elles se partagent le marché également.

c) Considérer maintenant le modèle dans un cadre répété. Soit δ le facteur d'escompte. Les entreprises soutiennent la collusion à un prix p^c dans l'intervalle $[p_1^m, p_2^m]$ avec des menaces de retourner au “presque-équilibre” de Bertrand où 1 fait des profits égaux à $1 - c_2$ et 2 des profits égaux à 0. Quelles conditions doit satisfaire δ pour que la collusion puisse se maintenir ? Montrer que la contrainte liante est celle qui exprime les incitations de l'entreprise 1. Expliquer.

6. La dissuasion à l'entrée comme bien public. On considère deux entreprises dans un marché face à une troisième qui menace d'entrer. Pour étudier le problème, nous employons le modèle suivant:

1. Les entreprises 1 et 2 s'engagent sur leurs productions respectives q_1 et q_2.
2. Étant donné q_1 et q_2, qu'elle observe, la firme 3 décide ou non d'entrer, et si elle entre, elle choisit sa production q_3.

a) En supposant que tous les coûts de production sont égaux à 0 (et donc qu'il n'y a pas de coût fixe), calculer l'équilibre du jeu. Comparer la production des entreprises 1 et 2 avec celles l'équilibre de Cournot.

b) Supposer maintenant que le coût f_3 d'entrée pour l'entreprise 3 est égal à $1/21^2$. Montrer qu'il existe un équilibre dans lequel les entreprises 1 et 2 produisent la même quantité qu'en a) et où l'entreprise 3 entre. Montrer qu'il existe aussi un équilibre dans lequel chacune des deux entreprises produit 5/11 et où l'entreprise 3 n'entre pas (on suppose que si l'entreprise 3 est indifférente entre entrer et ne pas entrer, elle n'entre pas.) Interprétez la multiplicité d'équilibres.

7. Courbes d'expérience. On considère un modèle à 2 périodes. Le marché est caractérisé par une demande $D(p) = 1 - p$. Il existe une entreprise en place, seule en première période. Lorsque cette entreprise produit q_0 en première période (au coût unitaire c), son coût unitaire de production de seconde période est $c' = c - \lambda q_0$, où λ n'est pas trop grand.

a) Quelle production de première période devrait choisir l'entreprise en place en situation de monopole protégé de l'entrée ?

b) On suppose qu'il existe une menace d'entrée en seconde période, mais que l'entrant prend sa décision d'entrer sans observer la production de première période de l'entreprise en place. La concurrence se fait en quantités. Quelle production de première période sera choisie pour s'adapter à la menace d'entrer ?

c) On suppose maintenant que l'entrant peut observer la production de première période avant sa décision d'entrer. Quelle production de première période sera choisie ?
d) Comparer et commenter.

8. Effet stratégique des contrats de distribution. On considère un marché avec une fonction de demande $D(p) = 1-p$. Il n'y a que deux producteurs du bien M_1 et M_2, avec des coûts unitaires c, tels que $\frac{1}{4} \leq c \leq 1$. M_2 vend directement sur le marché, alors que M_1 vend à un détaillant A; ce détaillant ne supporte aucun coût de distribution et revend sur le marché de consommation finale. La concurrence sur le marché entre M_2 et A est du type Cournot, c'est à dire en quantités.
a) Quels sont les profits intégrés que ferait la paire $M_1 - A$ si elle ne constituait qu'une seule et même entreprise.
b) Supposer que M_1 et A sont distincts. M_1 fixe son prix de gros w au détaillant, à prendre ou à laisser, et parfaitement observé par M_2; puis, si A accepte ces conditions, A et M_2 se concurrencent en quantités sur le marché; sinon, M_2 est monopole sur le marché. Quels sont le prix de gros w fixé par M_1 et les profits d'équilibre de M_1 et A ? Commenter en comparant avec a).
c) On suppose maintenant que M_1 peut fixer un prix de gros w et une franchise F. Quels w et F choisit M_1 ? Montrer en particulier que $w < c$; comparer les profits de M_1 avec les profits en a) et commenter les résultats.
d) Montrer que M_1 peut atteindre les mêmes profits qu'en c) avec un prix de gros w et un quota $\bar{q}$ qui garantissent un profit positif ou nul au détaillant en équilibre.

9. Fourniture de services liés à la vente. Un monopole amont U fournit des services en quantité S, disons de la publicité pour le produit, et le distributeur aval D, aussi en position de monopole, fournit un service à la vente en quantité s. Soit c le coût de production de U et $\phi(S)$ le coût des services qu'il prodigue, et $\psi(s)$ le coût du service à l avente fourni par D par unité de bien. Pour le monopole intégré le profit serait

$$[p - c - \psi(s)]D(p, s, S) - \phi(S).$$

1) Ecrivez et interprétez les conditions du premier ordre du problème du monopole intégré. Dans la suite on indiquera par un indice ^{m} les valeurs solutions de ce problème.

2) Si U et D ne sont pas intégrés, écrivez leurs profits respectifs.

3) Montrez que sans intégration on peut réaliser le profit du monopole intégré en introduisant une tierce partie, qui achète le bien à U à un prix égal à $p^m - \psi(s^m)$ et qui le revend à D avec un tarif $A + cq$ (déterminer A sous l'hypothèse que U a tout le pouvoir de négociation). Quel est le rôle de cette tierce partie ?

4) Montrer qu'une coalition entre D et U peut exploiter la tierce partie.

Exercices en économie industrielle

Indications de corrigé

(B.Caillaud)

1. Concurrence spatiale

1) $p+tx$ est le coût total d'une unité du bien pour le consommateur.
2) Pour chaque x le monopole maximise

$$(1-(p+tx))\,p.$$

On a

$$\frac{d}{dp}\left((1-(p+tx))\,p\right)=-2p+1-tx,$$

et donc

$$p=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}tx.$$

Remarquez que tout le marché est couvert avec un prix égal à 0 pour $x=1$ et $t=1$.

Le profit obtenu du consommateur x est

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}tx\right)^2.$$

Seuls les consommateurs dont le x satisfait

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}tx\geq 0\Longleftrightarrow x\leq\frac{1}{t}$$

seront servis.

Le profit total est

$$\int_0^{1/t}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}tx\right)^2dx=\frac{1}{12t}.$$

3) Si le monopole annonce un prix p les consommateurs dont x satisfait

$$1-(p+tx)\geq 0\Longleftrightarrow x\leq\frac{1-p}{t}$$

achèteront le bien. (L'hypothèse $t \geq 1$ nous permet de ne pas nous poser le problème de ce qui se passe quand cette borne devient plus grande que 1). Le profit du monopole sera

$$p \int_0^{(1-p)/t} (1-(p+tx))\, dx = \frac{1}{2} p \frac{1-2p+p^2}{t}.$$

On a

$$\begin{aligned} \frac{d}{dp}\left(p\left(1-2p+p^2\right)\right) &= 1-2p+p^2+p\left(-2+2p\right) \\ &= 1-4p+3p^2. \end{aligned}$$

L'équation

$$0 = 1-4p+3p^2,$$

a deux solutions $p = \frac{1}{3}$ et $p = 1$. Le prix optimal pour le monopole est $p = 1/3$ et le profit correspondant est

$$\left[\frac{1}{2} p \frac{1-2p+p^2}{t}\right]_{p=1/3} = \frac{2}{27t}.$$

4) Moins de marché est couvert sans discrimination. Comme $1/12 > 1/27$, les profits sont effectivement plus élevés avec discrimination.

2. Ventes liées.

Partie 1. Soit un prix p_2 pour la firme 2. Supposons que l'entreprise 1 choisit de faire des ventes liées et de faire payer un prix p_1. On veut montrer qu'elle ne peut pas décroître les profits, et en général les augmenter sans lier les biens. Il suffit pour ceci de faire un payer un prix $p_1' = p_1 - r$ pour le bien B et r pour le prix A. Les mêmes consommateurs qui achetaient dans le cas des ventes liées vont acheter le bien B dans cette nouvelle formulation, et tous les consommateurs vont acheter le bien A. Le profit sera donc supérieur si le marché n'était pas entièrement couvert avec ventes liées, et égaux s'il l'était.

Partie 2

Sans lien. Le consommateur marginal se situe en x tel que

$$p_1 + tx = p_2 + t(1-x),$$

et donc

$$x = \frac{1}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t}.$$

Les profits des entreprises sont

$$\Pi_1 = \delta(p_A) + \left(\frac{1}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t}\right) p_1 \text{ où } \begin{cases} \delta(x) = x & \text{si } x \leq r, \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases}$$
$$\Pi_2 = \left(\frac{1}{2} - \frac{p_2 - p_1}{2t}\right) p_2.$$

La firme 1 choisit $p_A = r$ et p_1 solution de

$$\frac{d}{dp_1}\left(r + \left(\frac{1}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t}\right) p_1\right) = 0,$$

which implies

$$p_1 = \frac{p_2 + t}{2}.$$

De même

$$p_2 = \frac{p_1 + t}{2}.$$

On obtient

$$p_1 = p_2 = t,$$

et les profits de 1 sont

$$r + \left[\left(\frac{1}{2}\frac{p_2 - p_1 + t}{t}\right) p_1\right]_{p_1 = t, p_2 = t} = r + \frac{1}{2}t.$$

Les profits de 2 sont $t/2$

Avec lien.

Si l'entreprise 2 décide d'entrer, le x du consommateur marginal satisfait

$$s - p_1 - tx + r = s - p_2 - t(1 - x),$$

et on a donc

$$x = \frac{1}{2} + \frac{r + p_2 - p_1}{2t}.$$

Les profits sont

$$\Pi_1 = \left(\frac{1}{2} + \frac{r + p_2 - p_1}{2t}\right) p_1,$$
$$\Pi_2 = (\frac{1}{2} - \frac{r + p_2 - p_1}{2t})p_2.$$

En maximisant Π_1 par rapport à p_1 on obtient

$$p_1 = \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}p_2 + \frac{1}{2}t,$$

et en maximisant Π_2 par rapport à p_2 on obtient

$$p_2 = \frac{1}{2}p_1 - \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}t.$$

Donc

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{1}{3}r + t, \\ p_2 &= -\frac{1}{3}r + t, \end{aligned}$$

ce qui donne

$$\begin{aligned} x &= \left[\frac{1}{2} + \frac{r + p_2 - p_1}{2t}\right]_{p_2=-\frac{1}{3}r+t, p_1=\frac{1}{3}r+t} \\ &= \frac{1}{6}\frac{r+3t}{t}. \end{aligned}$$

Nous avons une solution intérieure si et seulement si

$$\frac{1}{6}\frac{r+3t}{t} \leq 1 \iff r + 3t \leq 6t \iff r \leq 3t.$$

Le profit de la firme 1 est

$$\left[\frac{1}{2}\frac{-p_1 + r + p_2 + t}{t}p_1\right]_{p_2=-\frac{1}{3}r+t, p_1=\frac{1}{3}r+t} = \frac{1}{2}\frac{\left(\frac{1}{3}r + t\right)^2}{t}.$$

Le profit de la firme 2 est

$$\left[\frac{p_1 - p_2 - r + t}{2t}p_2\right]_{p_2=-\frac{1}{3}r+t, p_1=\frac{1}{3}r+t} = \frac{1}{2}\frac{\left(-\frac{1}{3}r + t\right)^2}{t}.$$

Le profit de 2 est plus petit avec ventes liées par la firme 1 si et seulement si

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2}\frac{\left(-\frac{1}{3}r + t\right)^2}{t} \leq \frac{t}{2} \\ &\iff (t - \frac{r}{3})^2 \leq t^2 \\ &\iff t - \frac{r}{3} \leq t \\ &\iff r \geq 0, \end{aligned}$$

ce qui est toujours vrai.

Il s'en suit de façon immédiate que si les coûts fixes sont assez élevés pour que les profits de l'entreprise 2 soient positifs sans ventes liées, mais négatifs avec ventes liées, l'entreprise 1 a intérêt à lier les ventes. Dans ce cas, l'entreprise 2 n'entrera pas, et 1 se trouvera en monopole (et dans ce cas, on sait qu'elle ne perd rien à avoir lié ses ventes).

3. La ville circulaire.

De Tirole :

$$D_i(p_i, p) = \frac{p + t/n - p_i}{t},$$

$$\text{profit} = (p_i - c)\left(\frac{p + t/n - p_i}{t}\right) - f,$$

$$\frac{d}{dp_i}\left((p_i - c)\left(\frac{p + t/n - p_i}{t}\right) - f\right) = \frac{pn + t - 2p_i n + nc}{nt}$$

Finir en faisant $p_i = p$.

Profit est donc égal à

$$\frac{t}{n}\left(\frac{1}{n}\right) - f = \frac{t}{n^2} - f.$$

A l'équilibre $n = \sqrt{t/f}$ et prix $c + \sqrt{tf}$.

S'il y a n entreprises le coût total de transport pour chaque entreprise est

$$2\int_0^{1/2n} tx dx = \frac{1}{4}\frac{t}{n^2}$$

et le coût total de transport est donc $t/4n$. Le planificateur maximise

$$nf + t/4n$$

et donc

$$n = \frac{\sqrt{t/f}}{2},$$

deux fois moins qu'à l'équilibre.

4. Différenciation informationnelle et publicité.

a)

$$D_1 = \phi_1(1-\phi_2)(\frac{s-p_1}{t}) + \phi_1\phi_2(\frac{t+p_2-p_1}{2t}).$$

b)

$$\max_{p_1,\phi_1}(p_1-c)\left\{\phi_1(1-\phi_2)(\frac{s-p_1}{t}) + \phi_1\phi_2(\frac{t+p_2-p_1}{2t})\right\} - \frac{a}{2}\phi_1^2$$

d'où:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{p_2+t+c}{2} + \frac{1-\phi_2}{\phi_2}t \\ a\phi_1 &= (p_1-c)\left[1-\phi_2+\phi_2\left(\frac{t+p_2-p_1}{2t}\right)\right] \end{aligned}$$

c) Equilibre:

$$\begin{aligned} p &= c+\sqrt{2at} \\ \phi &= \frac{2}{1+\sqrt{\frac{2a}{t}}} \\ \pi &= \frac{2a}{\left(1+\sqrt{\frac{2a}{t}}\right)^2}. \end{aligned}$$

5. Cartel asymétrique

a) Il n'y a pas à proprement parler d'équilibre (p_1^e, p_2^e). En effet si $\min(p_1^e, p_2^e) > c_2$, au moins une des deux entreprises à intérêt à modifier son prix. De toute évidence, on ne peut pas avoir $p_2^e < c_2$, car l'entreprise 2 vendrait à perte. On doit donc avoir $p_2^e = c_2$, mais il n'y a pas de meilleure réponse de l'entreprise 1 à ce prix : elle a intérêt à fixer un prix très proche mais inférieur à c_2. Par contre, elle peut s'assurer un profit aussi proche qu'elle le veut de $1-c_2$, et il est donc raisonnable économiquement de supposer que tel est l'équilibre.

Si $c_2 > 1/2$, l'entreprise 1 ne désire pas augmenter le prix au dessus de $1/2$, qui est le prix de monopole. Il y a donc un équilibre $(p_1^e = 1/2, p_2^e = c_2)$ (p_2^e peut d'ailleurs prendre n'importe quelle valeur supérieure à $1/2$).

b) Le prix préféré de l'entreprise 2 maximise $(p_2-c_2)\times\dfrac{1-p_2}{2}$, alors que p_2^m maximise $(p_2-c_2)(1-p_2)$. Ces deux prix sont donc égaux.

c) Soit $R^c = p^c(1-p^c) \leq 1/4$, le revenu agrégé des deux entreprises avec collusion.

On a

$$p_2^m = \frac{1+c_2}{2} > \frac{1}{2} = p_1^m.$$

Si l'entreprise 2 dévie de l'équilibre elle va choisir un prix p légèrement inférieur à p^c. Elle n'aura pas intérêt à cette déviation si

$$\left(\frac{R^c}{2} - \frac{1-p^c}{2}c_2\right)\frac{1}{1-\delta} \geq R^c - \frac{1-p^c}{2} \Longleftrightarrow \delta \geq 1/2.$$

Par contre, si l'entreprise 1 dévie elle va choisir un prix égal à p_1^m, ce qui va lui assurer des profits égaux à 1/4. Pour que cette déviation ne soit pas profitable on doit avoir

$$\frac{R^c}{2}\frac{1}{1-\delta} \geq \frac{1}{4} + \delta\frac{(1-c_2)\,c_2}{1-\delta}.$$

Le terme de gauche est son profit actualisé sous une collusion de durée infinie ; la première partie du terme de droite est son profit dans la période de déviation, le deuxième partie est son profit actualisé dans la phase de punition qui suit. Cette inégalité est équivalente à

$$2R^c \geq 1 - \delta + 4\delta(1-c_2)c_2 \Longleftrightarrow \delta \geq \frac{1-2R^c}{1-4(1-c_2)c_2}.$$

Cette contrainte est liante si

$$\frac{1-2R^c}{1-4(1-c_2)c_2} > \frac{1}{2} \Longleftrightarrow 1 > 4(R^c - 4(1-c_2)c_2),$$

et cette inégalité est satisfaite car $R^c \leq 1/4$ et $(1-c_2)c_2 > 0$.

L'entreprise 1 a de plus fortes incitations à dévier, car elle peut non seulement prendre le marché de l'entreprise 2 mais aussi ajuster le prix dans un sens qui la favorise. De plus, elle a des profits positifs dans la phase de déviation, et donc les pénalités sont moins fortes pour elles.

6. La dissuasion à l'entrée comme bien public.

a) Soit $Q = q_1 + q_2$. Si elle entre, l'entreprise 3 choisit q_3 pour maximiser

$$q_3(1 - Q - q_3)$$

ce qui donne

$$q_3 = \frac{1-Q}{2}$$

et un profit égal à

$$\frac{(1-Q)^2}{4}.$$

Dans la première étape du jeu, l'entreprise 1 maximise

$$(1-q_1-q_2-q_3(q_1,q_2))q_1,$$

avec

$$q_3(q_1,q_2)=\frac{1-q_1-q_2}{2}$$

(elle tient compte du fait qu'une augmentation de q_1 diminuera la production de l'entreprise 3, mais ne changera pas celle de l'entreprise 2). Ses profits sont donc égaux à

$$(1-q_1-q_2-\frac{1-q_1-q_2}{2})q_1=\frac{1}{2}(1-q_1-q_2)q_1,$$

et on a donc à l'optimum

$$q_1=\frac{1-q_2}{2}.$$

Par symmétrie la production de 2 satisfait

$$q_1=\frac{1-q_1}{2}$$

et à l'équilibre nous avons $q_1=q_2=1/3$, $q_3=1/6$, le prix est égal à $1/6$ et les profits des trois entreprises respectivement à $1/18$, $1/18$, $1/36$.

b) Supposons que l'entreprise 2 produise $1/3$. Nous allons montrer que l'entreprise 1 n'a pas intérêt à dévier de ce niveau de production.

Remarquer d'abord que puisque $1/3$ est l'équilibre de Cournot l'entreprise 1 n'a pas intérêt à produire une quantité différente si 3 n'entre pas. Dans ce cas, son profit est $1/18$.

La production minimale de 1 qui dissuade 3 d'entrer satisfait

$$\frac{(1-q_1-q_2)^2}{4}=\frac{1}{22^2}\Longleftrightarrow 1-q_1-q_2=\frac{2}{22}.$$

On doit donc avoir

$$q_1=\frac{20}{22}-\frac{1}{3}=\frac{19}{33}.$$

Le prix serait $2/22$ et le profit de 1

$$\frac{2\times 19}{22\times 33}=\frac{19}{363}\simeq 0,05234<\frac{1}{18}\simeq 0,0556.$$

Supposons maintenenant que les entreprises 1et 2 produisent 5/11. Le profit maximal que peut faire l'entreprise 3 en entrant est

$$\frac{(1-q_1-q_2)^2}{4} = \frac{1}{4\times 121} = \frac{1}{22^2},$$

et elle n'entrera pas. Le prix sera 1/11 et le profit de l'entreprise 1 est 5/121.

L'entreprise 1 n'a de toute évidence pas intérêt à augmenter sa production. Si elle la diminue, l'entreprise 3 entrera et son profit sera

$$(1-q_1-\frac{5}{11}-\frac{1-q_1-\frac{5}{11}}{2})q_1 = \frac{1}{2}(1-q_1-\frac{5}{11})q_1,$$

et son profit maximal sera

$$\frac{1}{2}\frac{(1-\frac{5}{11})^2}{4} = \frac{9}{242} < \frac{5}{121},$$

ce qui prouve le résultat.

7. Courbes d'expérience.

a)

$$\max_{q,q'}\{(1-q-c)q+(1-q'-c+\lambda q)q'\}$$

D'où les CPO:

$$\begin{aligned} 1-c-2q+\lambda q' &= 0 \\ 1-c+\lambda q-2q' &= 0 \end{aligned}$$

qui donne: $q^M = \frac{1-c}{2-\lambda}$.

b) Identique à un jeu où la firme 1 choisit (q, q_1') et la firme 2 q_2' simultanément:

$$\arg\max_{q_2'}(1-c-q_1'-q_2')q_2' \Longrightarrow 1-c-q_1'-2q_2' = 0.$$

$$\arg\max_{q,q_1'}\{(1-q-c)q+(1-q_1'-q_2'-c+\lambda q)q_1'\} \quad \Longrightarrow$$

$$\begin{aligned} 1-c-2q+\lambda q_1' &= 0 \\ 1-c+\lambda q-q_2'-2q_1' &= 0 \end{aligned}$$

D'où: $q = \frac{3+\lambda}{6-2\lambda^2}(1-c)$.

c) A q donné, le jeu de Cournot en période 2 donne: $q_1' = \frac{1-c+2\lambda q}{3}$ et $\pi_1' = \frac{(1-c+2\lambda q)^2}{9}$. Pour q, la firme choisit:

$$\arg\max_q \left\{ (1-q-c)q + \frac{(1-c+2\lambda q)^2}{9} \right\} \Longrightarrow 1-c-2q+\frac{4\lambda}{9}(1-c+2\lambda q)=0$$

Et finalement: $q = \frac{9+4\lambda}{18-8\lambda^2}(1-c)$
d) On a $\frac{9+4\lambda}{18-8\lambda^2} > \frac{3+\lambda}{6-2\lambda^2}$: avantage en terme d'accomodation à l'entrée.

8. Effet stratégique des contrats de distribution.

a) Profits de Cournot en oligopole symétrique: $\pi_{M_1-A} = (1-c)^2/9$.

b) A w donné, Cournot asymétrique: $\pi_A = (1-2w+c)^2/9$ et $q_A = (1-2w+c)/3$.

M$_1$ maximise donc $(w-c)(1-2w+c)/3$. Soit $w = (1+3c)/4 > c$. Il y a donc double marginalisation entre M$_1$ et A. $q_1 = (1-c)/6$, $\pi_1 = (1-c)^2/24$ et $\pi_A = (1-c)^2/36$, dont la somme est plus faible que les profits intégrés.

c) A w fixé, le problème est le même pour A, pourvu qi'l accepte le contrat c'est à dire que:

$$F \leq (1-2w+c)^2/9.$$

M$_1$ maximise donc $\{(w-c)(1-2w+c)/3+F\}$ sous cette contrainte, ce qui donne $w = c - \frac{1-c}{4} < c$ et $F = (1-c)^2/4$ et $q_1 = \frac{1-c}{2}$. On a finalement $\pi_{M_1} = (1-c)^2/8$, plus importants qu'en cas d'intégration. M$_1$ fixe w de manière agressive, en prenant un avantage de type Stackelberg sur M$_2$, et peut recouper les pertes sur sa marge par la franchise. C'est évidemment M$_2$ qui est pénalisé par rapport au cas a).

d) Avec $\bar{q}_1 = \frac{1-c}{2}$ et w maximal pour que A ait un profit non négatif, c'est-à-dire $w = \frac{1+3c}{4}$, on obtient les mêmes profits.

9. Fourniture de services liés à la vente.

1) En différenciant le profit on obtient

$$\frac{p-c-\psi(s)}{p} = \frac{1}{\varepsilon}$$
$$[p-c-\psi(s)]D_s(p,s,S) = \psi'(s)D(p,s,S)$$
$$[p-c-\psi(s)]D_S(p,s,S) = \phi'(S)$$

Deux premières conditions comme dans cours, troisième :

coût marginal de l'accroissement de S = bénéfice marginal.

2) Les profits de U et D sont respectivement

$$(p_U - c)D(p_D, s, S) - \phi(S)$$
$$[p_D - p_U - \psi(s)]D(p, s, S)$$

3) U va choisir S pour maximiser

$$(p^m - c - \psi(s^m))D(p_D, s^m, S) - \Phi(S)$$

et donc choisir $S = S^m$.

D va choisir p_D et s pour maximiser

$$(p_D - c - \psi(s))D(p, s, S^m).$$

En comparant avec la fonction de profit du monopole on voit tout de suite que l'optimum est $p_D = p^m$, $s = s^m$.

Le monopole choisit $A = (p^m - c - \psi(s^m))D(p, s^m, S^m)$ (pour ramener à 0 les profits de D).

La tierce partie / l'intermédiaire permet de déconnecter le mode de rénumération de U et le mode de paiement de D.

5) En fonction du prix p_D, de s et de S, la somme des profits de U et D est

$$(p_D - c - \psi(s))D(p_D, s, S) + (p^m - c - \psi(s^m))D(p_D, s, S) - \phi(S) =$$
$$(p_D - 2c - \psi(s) - \psi(s^m))D(p_D, s, S) - \phi(S).$$

On voit que la maximisation de ces profits joints ne sera pas la solution de monopole. En se mettant d'accord et en faisant entre eux des transferts forfaitaires, les deux entreprises peuvent accroître leurs profits, ce qui va décroître ceux de la tierce partie. Comme ceux-ci sont égaux à 0 en l'absence de collusion, si elle craint la collution elle refusera de participer à cet accord.