Exercices d'économie industrielle

1 Monopole et stratégies de vente

Exercice 1 *Coût comptable et coût économique*

Coûts d'opportunité:

- départ du travail: 50000
- perte d'épargne: 12000
- perte du loyer perçu pour les locaux: 36000

$\Longrightarrow$ Total des coûts d'opportunité: 98000

Dépenses:

- Nourriture: 150000
- Personnel: 40000
- Frais divers: 10000

$\Longrightarrow$ Total des dépenses: 200000

Amortissement: 10000

Bénéfice comptable=recettes-dépenses-amortissement=recettes-210000

Pour que le bénéfice comptable soit positif, il suffit que le recettes soient supérieures à 210000 euros (coût comptable). Mais ceci ne garantit pas que le projet soit rentable au niveau économique car il faut intégrer les coûts d'opportunité. En effet, un agent économique rationnel ne choisira d'investir dans ce projet que si le bénéfice estimé du projet est plus élevé que ce qu'il gagnerait en choisissant l'option "ne pas investir dans ce projet". Or cette option lui permet de garder son travail, de percevoir des intérêts sur son épargne, de louer les locaux qui auraient été utilisés pour le restaurant, et lui assure ainsi un revenu de 98000 euros. Le projet est donc "économiquement" rentable si et seulement si les recettes sont supérieures à 210000+98000=308000 euros.

Exercice 2 *Rente d'innovation*

1. Pendant la durée de validité du brevet, on peut considérer que l'entreprise est en monopole sur le marché du produit. Le profit (hors coûts fixes de R&D) de l'entreprise est donné par:

$$\pi(p) = (p - c)D(p) = (p - 6)2.10^9 p^{-1.25}$$

L'entreprise choisit le prix p^*qui maximise son profit. La condition du premier ordre $\frac{\partial \pi}{\partial p} = 0$ est équivalente à:

$$-0.25p^{-1.25} + 6 \times 1.25p^{-2.25} = 0$$

ce qui, en mutipliant par $p^{2.25}$, donne

$$-0.25p + 7.5 = 0$$

soit

$$p = 30$$

Par ailleurs, on vérifie aisément que $\frac{\partial^2 \pi}{\partial p^2}$ prend une valeur négative au point $p = 30$, donc la condition du second ordre est satisfaite. Le prix de monopole est donc bien $p^* = 30$, ce qui donne lieu à un profit de monopole:

$$\pi^* = \pi(p^*) \simeq 684.10^6$$

2. Notons I le montant de l'investissement en R&D (I est égal à 6 milliards d'euros) et T la durée du brevet. L'investissement en R&D est rentabilisé avant l'expiration du brevet

si la somme des profits actualisés réalisés par l'entreprise avant que le brevet n'expire est supérieure ou égale au montant de l'investissement I.
Le profit actualisé de la $k^{ième}$ année, $k \in \{1, 2, ..., T\}$, est égal à $\delta^{k-1}\pi^*$ (ceci découle de la définition du facteur d'escompte annuel). La somme des profits actualisés réalisés sur T années est donc égale à:

$$\begin{aligned} \pi^* + \delta\pi^* + \delta^2\pi^* + ... + \delta^{T-1}\pi^* &= \pi^* \left(1 + \delta + \delta^2 + ... + \delta^{T-1}\right) \\ &= \pi^* \frac{1-\delta^T}{1-\delta} \end{aligned}$$

Par conséquent, l'investissement en R&D est rentabilisé avant l'expiration du brevet si et seulement si:

$$\pi^* \frac{1-\delta^T}{1-\delta} \geq I$$

c'est-à-dire:

$$1 - \delta^T \geq \frac{I(1-\delta)}{\pi^*}$$

ou encore:

$$\delta^T \leq 1 - \frac{I(1-\delta)}{\pi^*}$$

En appliquant le logarithme aux deux membres de l'inégalité, on obtient:

$$T \ln \delta \leq \ln \left(1 - \frac{I(1-\delta)}{\pi^*}\right)$$

Comme $\ln \delta < 0$ (car $\delta < 1$), la dernière condition est équivalente à:

$$T \geq \frac{\ln \left(1 - \frac{I(1-\delta)}{\pi^*}\right)}{\ln \delta}$$

A.N: Avec $I = 6.10^9$, $\pi^* = 684.10^6$, $\delta = 0.9$ on trouve la condition suivante:

$$T \geq 19.9$$

Il faut que le brevet dure au moins (presque) 20 ans pour que l'entreprise puisse rentabiliser son investissement de R&D. Ca tombe bien: c'est exactement la durée légale du brevet dans la plupart des pays industrialisés.

Exercice 3 *Le vendeur de soda*

Un vendeur de soda, M, est en monopole sur son marché. Il produit des bouteilles de différentes contenances q. Le coût de production d'un volume q est $C(q) = q$. Le monopole vend à ses clients au tarif $p(q)$ quand la bouteille est de taille q.

Les clients pour ce soda sont de deux types: certains l'apprécient beaucoup, d'autres plus modérément. Les clients diffèrent donc par un paramètre θ qui prend deux valeurs $\overline{\theta} = 8$ et $\underline{\theta} = 3$. Les consommateurs sont au nombre de N, dont 20% de type $\overline{\theta}$.

Pour une bouteille de taille q vendue au prix $p(q)$, le profit du monopole et l'utilité d'un client C sont:

$$\begin{aligned} \Pi_M &= p(q) - C(q) \\ U_C &= \theta \ln(1+q) - p(q) \end{aligned}$$

Le problème du vendeur est donc de choisir la taille des bouteilles qu'il vend, ainsi que leur prix. Les clients n'achèteront le soda que s'ils en retirent au total une utilité positive.

Première partie: tarif linéaire et discrimination à la vente

1) Le monopole vend à un tarif linéaire fixé son produit, c'est-à-dire $p(q) = r.q$, où r est le prix au litre. Quelles quantités choisissent les clients? Quelle est la fonction de demande totale, $Q(r)$?

Les consommateurs maximisent leur utilité $\theta \ln(1+q) - r.q$. La fonction est concave et la condition du premier ordre est $\frac{\theta}{1+q} - r = 0$. On en déduit:

$$\begin{aligned} \overline{q} &= Max(\frac{8}{r} - 1, 0) \\ \underline{q} &= Max(\frac{3}{r} - 1, 0) \end{aligned}$$

Le max provient du fait que les consommateurs ne peuvent concommer une quantité négative. Si $\frac{\theta}{r} - 1 < 0$, soit $r > \theta$, les consommateurs θ ont une demande nulle. La demande totale est la somme des demandes pour chaque groupe de consommateurs:

$$Q(r) = \frac{1}{5} N.Max(\frac{8}{r} - 1, 0) + \frac{4}{5} N.Max(\frac{3}{r} - 1, 0)$$

qu'on peut réécrire en:

$$Q(r) = \begin{cases} \frac{N}{5}(\frac{20}{r} - 5) & \text{si } 0 \leq r \leq 3 \\ \frac{N}{5}(\frac{8}{r} - 1) & \text{si } 3 \leq r \leq 8 \\ 0 & \text{si } r > 8 \end{cases}$$

2) Si le monopole veut vendre à tous les clients, quel prix au litre fixe-t-il? Quelles seront alors les différentes allocations?

Puisqu'il veut vendre à tous les clients, le monopole fixe $r \leq 3$, et la demande est donc $\frac{N}{5}(\frac{20}{r} - 2)$. Dans ce cas, son profit total est donc:

$$\begin{aligned} U_M &= r.Q(r) - C(Q(r)) = (r-1)Q(r) \\ &= (r-1)\frac{N}{5}(\frac{20}{r} - 5) \\ &= N(5 - r - \frac{4}{r}) \end{aligned}$$

Le prix optimal au litre est tel que $\frac{\partial U_M}{\partial r} = 0$:

$$N(-1 + \frac{4}{r^2}) = 0 \Leftrightarrow r^2 = 4$$

Donc le prix optimal est $r^* = 2$. Les allocations sont alors:

$$\begin{array}{ll} \overline{q} = \frac{8}{r^*} - 1 = 3 & \overline{p} = r^*\overline{q} = 6 \\ \underline{q} = \frac{3}{r^*} - 1 = \frac{1}{2} & \underline{p} = r^*\underline{q} = 1 \end{array}$$

3) Si le monopole n'est pas contraint à un tarif linéaire, quels couples $(\overline{q}, \overline{p})$ et $(\underline{q}, \underline{p})$ propose-t-il? Le tarif correspondant est-il linéaire?

Le monopole maximise alors Π_M pour chaque type de client, sous la contrainte de participation. Il va saturer la contrainte de participation: $p = \theta \ln(1+q)$. Ainsi il maximise $\theta \ln(1+q) - q$, donc la condition d'optimalité est:

$$\frac{\theta}{1+q} - 1 = 0 \Leftrightarrow q = \theta - 1$$

Ce qui conduit à

$$\begin{aligned}\overline{q} &= 7\\ \underline{q} &= 2\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}\overline{p} &= 8\ln(8) \simeq 16,64\\ \underline{q} &= 3\ln(3) \simeq 3,30\end{aligned}$$

Si le tarif est linéaire, on doit avoir $\frac{\overline{p}}{\overline{q}} = \frac{\underline{p}}{\underline{q}} = r$. Or $\frac{\overline{p}}{\overline{q}} = \overline{r} \simeq 2,38$ et $\frac{\underline{p}}{\underline{q}} = \underline{r} \simeq 1,65$, donc le tarif n'est pas linéaire. Le monopole ferait dans ce cas payer plus au litre aux consommateurs $\overline{\theta}$, ce qui est naturel en un sens, puisqu'ils sont prêts à payer plus.

Deuxième partie: la discrimination à la vente est interdite

4) Ecrire le programme du vendeur de soda.

Le monopole maximise la somme de ses profits sur chaque client, sous contrainte que chaque client consomment bien la bouteille choisie pour lui:

$$\underset{\overline{q},\overline{p},\underline{q},\underline{p}}{Max}\ N(\frac{1}{5}(\overline{p}-\overline{q})+\frac{4}{5}(\underline{p}-\underline{q}))$$

$$\begin{aligned}\text{s.c. } \overline{\theta}\ln(1+\overline{q})-\overline{p} &\geq 0\\ \underline{\theta}\ln(1+\underline{q})-\underline{p} &\geq 0\\ \overline{\theta}\ln(1+\overline{q})-\overline{p} &\geq \overline{\theta}\ln(1+\underline{q})-\underline{p}\\ \underline{\theta}\ln(1+\underline{q})-\underline{p} &\geq \underline{\theta}\ln(1+\overline{q})-\overline{p}\end{aligned}$$

5) Calculer les tailles et prix optimaux des bouteilles. (On admettra que la contrainte de participation du type $\underline{\theta}$ et la contrainte d'incitation du type $\overline{\theta}$ sont saturées.)

Les contraintes saturées permettent d'écrire:

$$\underline{p} = \underline{\theta}\ln(1+\underline{q})$$

$$\begin{aligned}\overline{p} &= \overline{\theta}\ln(1+\overline{q})-\overline{\theta}\ln(1+\underline{q})+\underline{p}\\ &= \overline{\theta}\ln(1+\overline{q})-(\overline{\theta}-\underline{\theta})\ln(1+\underline{q})\end{aligned}$$

En remplaçant dans l'objectif du monopole:

$$\begin{aligned} U_M &= \frac{1}{5}N(\overline{\theta}\ln(1+\overline{q}) - (\overline{\theta}-\underline{\theta})\ln(1+\underline{q}) - \overline{q}) \\ &+\frac{4}{5}N(\underline{\theta}\ln(1+\underline{q}) - \underline{q}) \end{aligned}$$

Les conditions du premier ordre sont:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_M}{\partial \overline{q}} &= \frac{1}{5}N(\frac{\overline{\theta}}{1+\overline{q}} - 1) = 0 \\ \frac{\partial U_M}{\partial \underline{q}} &= \frac{4}{5}N(\frac{\underline{\theta}}{1+\underline{q}} - 1) - \frac{1}{5}N\frac{\overline{\theta}-\underline{\theta}}{1+\underline{q}} = 0 \end{aligned}$$

soit donc:

$$\begin{aligned} \overline{q}^{**} &= \overline{\theta} - 1 = 7 \ \ (= \overline{q}^{*}) \\ \underline{q}^{**} &= \frac{5\underline{\theta} - \overline{\theta}}{4} - 1 = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

Et les prix sont:

$$\begin{aligned} \overline{p}^{**} &= \overline{\theta}\ln(1+\overline{q}^{**}) - (\overline{\theta}-\underline{\theta})\ln(1+\underline{q}^{**}) = 8\ln(8) - 5\ln(\frac{7}{4}) \simeq 13,84 \\ \underline{p}^{**} &= \underline{\theta}\ln(1+\underline{q}^{**}) = 3\ln(\frac{7}{4}) \simeq 1,68 \end{aligned}$$

6) Montrer que le tarif optimal est un tarif dégressif. Le monopole gagne-t-il plus qu'avec le tarif linéaire de la question 2?

Le tarif est dégressif si le prix au litre diminue avec la quantité. Ici:

$$\frac{\overline{p}^{**}}{\overline{q}^{**}} \simeq 1,98 \quad \text{et} \quad \frac{\underline{p}^{**}}{\underline{q}^{**}} \simeq 2,24$$

donc le tarif est bien dégressif.Avec le tarif linéaire, le monopole obtenait:

$$N(5 - r^* - \frac{4}{r^*}) = N(5-2-2) = N$$

Avec le tarif dégressif, il obtient:

$$\frac{N}{5}((\overline{p}^{**} - \overline{q}^{**}) + 4(\underline{p}^{**} - \underline{q}^{**})) \simeq \frac{N}{5}(13,84 - 7 + 4(1,68 - 0,75)) = 2,11N$$

$\Rightarrow$ le monopole gagne ainsi plus de deux fois plus.

Exercice 4 *Bien durable et pouvoir de monopole*

1. Il y a trois stratégies possible pour les consommateurs:

- ne jamais acheter, ce qui donne un utilité:

$$U_0(v, p_1, p_2) = 0$$

- acheter en période 1, ce qui donne une utilité (ex-ante):

$$U_1(v, p_1, p_2) = v - p_1 + \delta v = (1 + \delta)v - p_1$$

- acheter en deuxième période, ce qui donne:

$$U_2(v, p_1, p_2) = \delta(v - p_2)$$

Si un consommateur v' achète en première période, on doit avoir $U_1(v') \geq U_0(v') = 0$. Or $U_1(v) \geq U_1(v') \geq 0$, donc $U_1(v) \geq U_0(v)$. De plus, on doit aussi avoir $U_1(v') \geq U_2(v')$, soit $U_1(v') - U_2(v') \geq 0$, et on voit que $U_1(v) - U_2(v) = v - p_1 + \delta p_2 \geq v' - p_1 + \delta p_2 = U_1(v') - U_2(v')$ si $v \geq v'$. Donc le consommateur v préfère acheter en première période aux deux autres options.

2. D'après la question précédente, si un consommateur v' achète en première période, alors tout le segment $[v', 1]$ de consommateurs achète aussi. Cela implique que le marché restant est de la forme $[\tilde{v}_1]$, i.e. il ne peut y avoir de "trous" dans le marché restant (raisonner par l'absurde pour s'en convaincre). En d'autres termes, les consommateurs ayant les plus fortes disponibilités à payer ne sont plus là pour acheter en deuxième période, donc si le fabricant veut vendre quelque chose en 2ème période, il doit nécessairement baisser son prix.
En deuxième période, la demande est simplement $D_2(p_2) = \tilde{v}_1 - p_2$. Le prix de monopole est donc obtenu en maximisant $p_2 D_2(p_2)$ et donc $p_2^*(\tilde{v}_1) = \frac{\tilde{v}_1}{2}$ et le profit correspondant est $\frac{\tilde{v}_1^2}{4}$.

3. Important: les consommateurs anticipent le prix de deuxième période $\frac{\tilde{v}_1}{2}$. Par définition de $\tilde{v}_1$:

$$U_1(\tilde{v}_1) = U_2(\tilde{v}_1)$$

donc on a la relation:

$$(1+\delta)\tilde{v}_1 - p_1 = \delta(\tilde{v}_1 - p_2) = \delta\frac{\tilde{v}_1}{2}$$

d'où l'on tire

$$\tilde{v}(p_1) = \frac{2}{2+\delta}p_1$$

4. Le profit du fabricant s'écrit:

$$\begin{aligned}\pi &= p_1 D_1(p_1, p_2) + \delta p_2 D_2(p_1, p_2)\\ &= p_1(1-\tilde{v}(p_1)) + \delta\frac{\tilde{v}_1(p_1)^2}{4}\\ &= p_1(1-\frac{2}{2+\delta}) + \delta\frac{1}{4}\frac{2}{2+\delta}^{2}\end{aligned}$$

La condition du premier ordre nous donne après un petit calcul:

$$p_1^* = \frac{(2+\delta)^2}{2(4+\delta)}$$

et en remplaçant pour obtenir p_2^*:

$$p_2^* = \frac{1}{2}\frac{2+\delta}{4+\delta}$$

Finalement, on obtient:

$$\pi^* = \frac{1}{4}\frac{(2+\delta)^2}{4+\delta}$$

5. Si le monopole s'engage sur un prix, toutes les ventes ont évidemment lieu en première période. On est donc dans un modèle classique de monopole. La seule différence: la disponibilité à payer des consommateurs prend en compte la valeur de seconde période. Le consommateur indifférent est ainsi $\hat{v} = \frac{p}{1+\delta}$, et la demande est donc $1-\hat{v} = 1-\frac{p}{1+\delta}$. L'optimisation du profit du monopole donne $p = \frac{1+\delta}{2}$, et le profit est ainsi $\pi = \frac{1+\delta}{4}$.

6. Le profit dans le cas où le monopole peut s'engager est supérieur au profit sans engagement (premier scénario). Un moyen alternatif pour le monopole de capturer plus de

profit serait de louer son produit pour une période seulement. Bon exercice à regarder... Noter que les deux périodes sont indépendantes, donc c'est deux fois la même optimisation.

Exercice 5 *Vente liée*

(NB: tracer au tableau les profits en fonction des paramètres est recommandé)

1. Les deux marchés sont indépendants dans ce cas, on se contente d'un regarder un seul des deux (ils sont symétriques). Il existe deux types de stratégie: (1) prix faible/volume important, (2) prix important/volume faible. En d'autre termes: vendre à tout le monde à un prix faible, ou vendre cher à ceux qui ont la valuation $(1+\delta)v$.
La meilleure des stratégies de type 1 est clairement $p = v$: un prix en dessous n'augmente pas la demande, un prix au dessus ne permet pas de vendre à ceux qui ont la valuation v.
La meilleure des stratégies de type 2 est similairement de choisir $p = (1+\delta)v$.
les profits correspondants sont $\pi_1 = v.1$ et $\pi_2 = (1+\delta).\frac{1}{2}$ (prix fois demande). Donc la stratégie 1 est meilleure pour $0 < \delta \leq 1$ et la stratégie 2 est meilleure pour $\delta > 1$.

2. Si on considère les consommateurs comme équiprobables, la demande peut prendre les 4 valeurs suivantes:

- 1 si $p \leq 2v$ (tous les consommateurs)
- $\frac{3}{4}$ si $2v < p \leq (2+\delta)v$ (les consommateurs avec au moins une dàp élevée)
- $\frac{1}{4}$ si $(2+\delta)v < p \leq 2(1+\delta)v$ (les consommateurs avec deux dàp élevées)
- 0 si $p > 2(1+\delta)v$ (aucun consommateur)

Il faut maintenant obtenir la stratégie de vente liée optimale en fonction de δ. Comme dans la première question, seuls trois prix sont donc pertinents: $2(1+\delta)v$, $(2+\delta)v$ et $2v$. Le mieux est de tracer les droites dans le plan (δ, π). Les profits sont:

- $2v$ si $p = 2v$ (3)

- $\frac{3}{4}(2+\delta)v$ pour $p = (2+\delta)v$ (4)
- $\frac{1}{2}(1+\delta)v$ pour $p = 2(1+\delta)v$ (5)

On voit tout de suite que (4) est dominé par (5). De plus, (3) est équivalent à la stratégie vendre séparément au prix v (i.e. stratégie (1)). Donc seule la stratégie (4) est à considérer.

$$\begin{aligned}\pi(4) \geq 2\pi(1) &\Leftrightarrow \frac{3}{4}(2+\delta)v \geq 2v \\ &\Leftrightarrow \delta \geq \frac{2}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\pi(4) \geq 2\pi(2) &\Leftrightarrow \frac{3}{4}(2+\delta)v \geq 2\frac{1+\delta}{2} \\ &\Leftrightarrow \delta \leq 2\end{aligned}$$

Au total, pour $\delta < \frac{2}{3}$, la vente séparée avec la stratégie (1) est optimale, pour $\delta \in [\frac{2}{3}, 2]$, la vente liée avec la stratégie (4) est optimale, et au-delà la stratégie de vente séparée (2) est optimale.

3. Pour $\delta = 1$, la stratégie de vente liée (4) est optimale d'après la question précédente. Le problème est que l'on a considéré dans la question précédente que les disponibilités à payer étaient indépendantes. S'il s'agit par exemple de deux CDs d'un même artiste, il y a des chances que les goûts ne soient pas indépendants: un fan aime tous les CDs de l'artiste, d'autre déteste l'artiste: les dàp peuvent être corrélées.

4. Le paramètre γ est la covariance entre les dàp. Plus γ est important (positif), plus un consommateur qui aime le produit A a de chance d'aimer aussi le produit B.
La stratégie (4) compte tenu de la covariance donne un profit de $\pi(3) = (\frac{3}{4} - \gamma)(2+\delta)v$, tandis que les stratégies de vente séparées (équivalentes dans la cas particulier $\delta = 1$) donnent un profit $2\pi(1) = 2\pi(2) = 2v$. Donc puisque $\pi(3) < 2\pi(1)$, cela signifie que la covariance était positive, plus exactement, $\gamma > \frac{1}{12}$.

Exercice 6 *Qu'y a-t-il de pire qu'un monopole?*

1. Commençons par déterminer la demande qui s'adresse à Microsoft et à Intel lorsque Microsoft vend Windows aux assembleurs au prix p_M et qu'Intel leur vend Pentium au prix p_I. Le prix de vente d'un ordinateur est $p_M + p_I$ (car il y a concurrence parfaite sur le marché aval des ordinateurs personnels) donc la demande qui s'adresse aux assembleurs est $Q(p_M + p_I) = (p_M + p_I)^{-\varepsilon}$. Comme ces derniers ont besoin d'un système d'exploitation et d'un processeur pour fabriquer un ordinateur, la demande(provenant des assembleurs) qui s'adresse à chacune des deux entreprises fournissant ces inputs (Microsoft et Intel) est également $Q(p_M + p_I) = (p_M + p_I)^{-\varepsilon}$. Nous pouvons donc déjà remarquer que la demande qui s'adresse à Microsoft (resp. à Intel) ne dépend pas uniquement du prix fixé par Microsoft (resp. Intel) mais dépend également de celui fixé par Intel (resp. Microsoft). Il y a donc une interaction stratégique entre ces deux entreprises puisque les décisions de l'une affectent le profit de l'autre.
Déterminons l'équilibre du jeu non-coopératif où Microsoft et Intel fixent simultanément et indépendamment les prix de Windows et Pentium.
Pour cela commençons par calculer la fonction de meilleure réponse de Microsoft (celle d'Intel s'en déduira par symétrie).
La fonction de profit de Microsoft est donnée par:

$$\Pi_M(p_M, p_I) = (p_M - c_1)\, Q(p_M + p_I) = (p_M - c_1)\,(p_M + p_I)^{-\varepsilon}$$

La CPO $\frac{\partial \Pi_M}{\partial p_M} = 0$ s'écrit:

$$-\varepsilon\,(p_M - c_1)\,(p_M + p_I)^{-\varepsilon-1} + (p_M + p_I)^{-\varepsilon} = 0$$

soit en multipliant par $(p_M + p_I)^{\varepsilon+1}$:

$$-\varepsilon\,(p_M - c_1) + (p_M + p_I) = 0$$

ce qui est équivalent à:

$$p_M = \frac{p_I + \varepsilon c_1}{\varepsilon - 1}$$

Vérifions que la fonction $p_M \longrightarrow \Pi_M(p_M, p_I)$ atteint bien un maximum en ce point. Un calcul simple permet d'établir que:

$$\frac{\partial^2 \Pi_M}{\partial p_M^2}(p_M, p_I) = \frac{\varepsilon}{(p_M + p_I)^{\varepsilon+2}}\left[(\varepsilon - 1)p_M - (\varepsilon + 1)c_1 - 2p_I\right]$$

Lorsque $p_M = \frac{p_I+\varepsilon c_1}{\varepsilon-1}$ le terme entre parenthèses est égal à $-p_I - c_1 < 0$, ce qui implique que la dérivée seconde de Π_M par rapport à p_M est strictement négative lorsque $p_M = \frac{p_I+\varepsilon c_1}{\varepsilon-1}$ (valeur donnée par la CPO). La CSO est donc vérifiée et par conséquent on peut affirmer que la fonction de meilleure réponse de Microsoft est:

$$p_M = \frac{p_I + \varepsilon c_1}{\varepsilon - 1}$$

Par symétrie, la fonction de meilleure réponse d'Intel a pour expression:

$$p_I = \frac{p_M + \varepsilon c_2}{\varepsilon - 1}$$

Ainsi, un couple (p_M, p_I) est un équilibre de Nash du jeu étudié si et seulement s'il est solution du système:

$$\{.p_M = \frac{p_I + \varepsilon c_1}{\varepsilon - 1} p_I = \frac{p_M + \varepsilon c_2}{\varepsilon - 1}$$

La résolution de ce système se fait facilement (c'est un système d'équations linéaires) et donne les prix d'équilibre suivants:

$$p_M^* = \frac{c_2 + (\varepsilon - 1)\, c_1}{\varepsilon - 2}$$

$$p_I^* = \frac{c_1 + (\varepsilon - 1)\, c_2}{\varepsilon - 2}$$

Le prix d'un ordinateur est alors donné par:

$$p^* = p_M^* + p_I^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 2}\,(c_1 + c_2)$$

2. Le profit collectif de Microsoft et Intel lorsqu'ils vendent le pack "Windows+Pentium" au prix p_{MI} est donné par:

$$\Pi_{MI}\,(p_{MI}) = (p_{MI} - (c_1 + c_2))\, Q(p_{MI}) = (p_{MI} - c_1 - c_2)\,(p_{MI})^{-\varepsilon}$$

La CPO $\frac{\partial \Pi_{MI}}{\partial p_{MI}} = 0$ s'écrit:

$$(p_{MI})^{-\varepsilon} - \varepsilon\,(p_{MI})^{-\varepsilon-1}\,(p_{MI} - c_1 - c_2) = 0$$

En multipliant par $(p_{MI})^{\varepsilon+1}$, on obtient:

$$p_{MI} - \varepsilon\left(p_{MI} - c_1 - c_2\right) = 0$$

ce qui donne:

$$p_{MI} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\left(c_1 + c_2\right)$$

Par ailleurs, il est aisé de montrer que:

$$\frac{\partial^2 \Pi_{MI}}{\partial\left(p_{MI}\right)^2}\left(p_{MI}\right) = \varepsilon\left(p_{MI}\right)^{-\varepsilon-2}\left[\left(\varepsilon - 1\right)p_{MI} - \left(\varepsilon + 1\right)\left(c_1 + c_2\right)\right]$$

Au point $p_{MI} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}\left(c_1 + c_2\right)$ (donné par la CPO), le terme entre parenthèses est égal à $-\left(c_1 + c_2\right) < 0$, ce qui implique que la dérivée seconde est nulle en ce point. La CSO est donc satisfaite.
Le prix qui maximise le profit collectif est donc:

$$p_{MI}^* = \frac{\varepsilon}{\varepsilon - 1}\left(c_1 + c_2\right)$$

Comme p_{MI}^* maximise le profit collectif de Microsoft et Intel, on peut affirmer que

$$\Pi_{MI}\left(p_{MI}^*\right) \geq \Pi_M\left(p_M^*, p_I^*\right) + \Pi_I\left(p_M^*, p_I^*\right)$$

Or on remarque que:

$$p_{MI}^* < p_M^* + p_I^*$$

donc les firmes augmentent leur profit collectif par rapport à la situation non-coopérative en baissant le prix de Windows et de Pentium. L'explication de ce résultat, qui peut paraître surprenant, est donnée dans le commentaire de la question 3.

3. Comme le prix d'un ordinateur est donné par la somme des prix des inputs que sont Windows et Pentium (car il y a concurrence parfaite sur le marché des ordinateurs), on déduit de la question précédente que le prix d'un ordinateur est plus faible lorsque Microsoft et Intel signent un accord pour vendre Windows et Pentium ensemble. Les consommateurs bénéficient donc de cet accord.
Ainsi, la coopération entre Microsoft et Intel permet une augmentation du profit collectif de ces firmes mais également une augmentation du surplus des consommateurs. Le bien-être total s'en trouve donc amélioré.

Donnons une explication économique de la baisse du prix suite à l'accord entre Microsoft et Intel.
Le point de départ de cette explication est l'existence d'une externalité négative: toute augmentation de prix par l'une des firmes a un impact négatif sur le profit de l'autre firme à travers la réduction de sa demande.
Lorsque les firmes décident de leur prix de façon non coopérative, chacune fixe son prix suite à un arbitrage entre l'effet positif d'une augmentation de prix sur sa marge unitaire et l'effet négatif d'une telle augmentation sur sa demande. Chaque firme ignore l'impact négatif qu'elle peut avoir sur le profit de l'autre firme puisqu'elle maximise son profit individuel.
Lorsque les firmes coopèrent, elles *internalisent cette externalité négative*. Ainsi, dans l'arbitrage entre les deux effets d'une augmentation de prix sur leur profit, elles donnent plus d'importance à l'effet négatif sur la demande que dans le cas non-coopératif car elles tiennent compte maintenant de l'impact négatif sur la demande de l'autre firme. Un tel arbitrage donne naturellement lieu à un prix plus bas de l'ensemble "Windows+Pentium" que dans le cas où elles ne coopèrent pas.

2 Concurrence

Exercice 7 *Indices d'Herfindahl et de Lerner*

1. On réutilisera la formule obtenue dans le cours (condition du premier ordre dans un équilibre de Cournot non dégénéré):

$$P(q_i + Q_{-i}) = C_i'(q_i) - q_i P'(q_i + Q_{-i})$$

On peut réécrire cette condition:

$$\frac{P - C_i'}{P} = \frac{\alpha_i}{\varepsilon}$$

Dans le cas présent, on a des coûts marginaux constants, appelons les c_i. Le membre de droite de ce qu'on demande de montrer s'écrit:

$$\frac{\sum_i (P - c_i) q_i}{\sum_i P q_i} = \frac{\sum_i (P - c_i) q_i}{PQ}$$

(indépendamment du fait qu'on soit à l'équilibre ou non). En utilisant maintenant la formule précédente puisqu'on est à l'équilibre de Cournot, on a:

$$\begin{aligned}
\frac{\sum_i (P - c_i) q_i}{\sum_i P q_i} &= \frac{\sum_i P \frac{\alpha_i}{\varepsilon} q_i}{PQ} \\
&= \sum_i \frac{\alpha_i}{\varepsilon} \frac{q_i}{Q} \\
&= \sum_i \frac{\alpha_i^2}{\varepsilon} \\
&= \frac{H}{\varepsilon}
\end{aligned}$$

2. En utilisant encore la même formule et la définition de l'indice de Lerner:

$$\begin{aligned}
\sum_i \alpha_i L_i &= \sum \alpha_i \left(\frac{P - c_i}{P} \right) \\
&= \sum \alpha_i \left(\frac{\alpha_i}{\varepsilon} \right) \\
&= \frac{H}{\varepsilon}
\end{aligned}$$

Exercice 8 *Valeur de l'engagement avec demande aléatoire*

Remarque préliminaire. Etant donné qu'il y a du risque sur le marché considéré (a est un paramètre aléatoire), on va raisonner en *utilité espérée* (ici des profits).

1. (a) Les profits dans le cas sans information sont:

$$\Pi_1^0(q_1, q_2) = \mathbb{E}_a[(a - b(q_1 + q_2))q_1] = (a^* - b(q_1 + q_2))q_1$$

$$\Pi_2^0(q_1, q_2) = \mathbb{E}_a[(a - b(q_1 + q_2))q_1] = (a^* - b(q_1 + q_2))q_2$$

Donc tout se passe dans ce cas comme dans un cas certain avec une taille de marché égale à la moyenne. Les résultats habituels s'appliquent (cf. fiche technique), d'où la quantité d'équilibre (symétrique) $q = \frac{a^*}{3b}$ et le profit d'équilibre de Cournot (symétrique) dans le cas sans information:

$$\Pi^{C,0} = \mathbb{E}_a\left[\left(a - b\left(\frac{a^*}{3b} + \frac{a^*}{3b}\right)\right)\frac{a^*}{3b}\right] = \left(a^* - \left(\frac{2a^*}{3}\right)\right)\frac{a^*}{3b} = \frac{(a^*)^2}{9b}$$

(b) Dans ce cas, pour chaque a possible, les firmes jouent l'équilibre de Cournot correspondant. Le profit espéré dans ce cas est donc l'espérance du profit informé, c'est-à-dire:

$$\Pi^{C,I} = \mathbb{E}_a\left[\frac{a^2}{9b}\right]$$

Or on la propriété suivante de la variance:

$$var(a) = \mathbb{E}[a^2] - \mathbb{E}[a]^2$$

puisque $var(a) = \sigma^2$ et $\mathbb{E}[a] = a^*$, on obtient:

$$\Pi^{C,I} = \frac{(a^*)^2 + \sigma^2}{9b}$$

La valeur de l'information est la différence de profit pour une firme entre le cas informé et le cas non informé (vu bien sûr d'un point de vue ex-ante):

$$\Pi^{C,I} - \Pi^{C,0} = \frac{\sigma^2}{9b}$$

2. L'équilibre de Stackelberg est obtenu par récurrence amont. La meilleure réponse du suiveur dans le cas Stackelberg sans information $q_2 = R^{S,0}(q_1)$ maximise:

$$\Pi_2^{S,0}(q_1, q_2) = \mathbb{E}_a[(a - b(q_1 + q_2))q_1] = (a^* - b(q_1 + q_2))q_1$$

soit

$$R^{S,0}(q_1) = \frac{a^* - bq_1}{2b}$$

Le leader (1) anticipe cette réaction quand il prend sa décision et maximise donc:

$$\Pi_1^{S,0}(q_1, R^{S,0}(q_1)) = \mathbb{E}_a[(a - b(q_1 + R^{S,0}(q_1)))q_1] = \left(a^* - b\left(q_1 + \frac{a^* - bq_1}{2b}\right)\right)q_1$$

On obtient donc à l'équilibre (NB: attention aux notations pour différencier les différents cas...):

$$q_1^{S,0} = \frac{a^*}{2b} \text{ et } q_2^{S,0} = \frac{a^*}{4b}$$

et les profits:

$$\Pi_1^{S,0} = \mathbb{E}_a\left[\left(a - b\left(\frac{a^*}{2b} + \frac{a^*}{4b}\right)\right)\frac{a^*}{2b}\right] = \frac{(a^*)^2}{8b}$$

$$\Pi_2^{S,0} = \frac{(a^*)^2}{16b}$$

La valeur de préemption pour le leader est ainsi:

$$\Pi_1^{S,0} - \Pi_1^{C,0} = \frac{(a^*)^2}{8b} - \frac{(a^*)^2}{9b} = \frac{(a^*)^2}{72b}$$

Quand le suiveur connaît la réalisation de a, la maximisation conditionnelle de son profit se fait sur:

$$\Pi_2^{S,I}(q_1, q_2) = (a - b(q_1 + q_2))q_1$$

d'où sa meilleure réponse quand il est informé:

$$R^{S,I}(q_1, a) = \frac{a - bq_1}{2b}$$

Du point de vue du leader qui est lui non-informé, le profit espéré est donc (la notation I en exposant s'applique au suiveur qui est ici informé):

$$\mathbb{E}_a[\Pi_1^{S,I}(q_1, R^{S,0}(q_1, a))] = \mathbb{E}_a[(a - b(q_1 + R^{S,I}(q_1, a)))q_1] = \left(a^* - b\left(q_1 + \frac{a^* - bq_1}{2b}\right)\right)q_1$$

Donc la stratégie d'équilibre du leader est la même que dans le cas où le suiveur n'est pas informé, $q_1^{S,I} = \frac{a^*}{2b}$. Le profit espéré du leader dans ce cas s'écrit:

$$\Pi_1^{S,I} = \mathbb{E}_a[(a - b(q_1^{S,I} + R^{S,I}(q_1^{S,I}, a)))q_1] = \frac{(a^*)^2}{8b}$$

donc il ne dépend pas du fait que le suiveur soit informé ou non.

2. Le leader doit arbitrer entre préempter, ce qui lui donne le profit $\Pi_1^{S,I} = \frac{(a^*)^2}{8b}$, ou attendre pour jouer le duopole simultané informé, ce qui lui donne un profit $\Pi^{C,I} = \frac{(a^*)^2+\sigma^2}{9b}$. Il préfère donc préempter le marché quand:

$$\Pi_1^{S,I} \geq \Pi^{C,I} \Leftrightarrow \sigma^2 \leq \frac{(a^*)^2}{8}$$

Intuitivement, la valeur de l'information est relativement plus importante que la valeur de la préemption quand le marché est plus risqué.

Exercice 9 *Fusions*

1. On utilise la même méthode que pour le cas de coûts linéaires. Le profit d'une entreprise s'écrit:

$$\pi_i(q_i, Q_{-i} = (a - b(q_i + Q_{-i}))q_i - \frac{1}{2}cq_i^2$$

donc la condition du premier ordre est

$$\begin{aligned}\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 &\Leftrightarrow a - 2bq_i - bQ_{-i} - cq_i = 0 \\ &\Leftrightarrow a - bQ - (b+c)q_i = 0\end{aligned}$$

En sommant les n conditions du premier ordre, on obtient:

$$\sum_{i=1}^{n}(a - bQ - (b+c)q_i) = 0 \Leftrightarrow na - nbQ - (b+c)\sum_{i=1}^{n} q_i = 0$$

d'où la quantité d'équilibre de Cournot:

$$Q^C = \frac{na}{(n+1)b+c}$$

Ensuite il suffit de remplacer cette valeur dans la condition du premier ordre de la firme i pour obtenir:

$$q_i^C = \frac{a}{(n+1)b+c} \quad \forall i$$

(On a montré que l'équilibre est symétrique, cf. fiche technique)

2. La rationalisation du plan de production implique que pour toute quantité z produite, la nouvelle direction cherche à minimiser les coûts. Donc:

$$\tilde{c}(z) = \underset{q_2+q_3=z}{Min} \ \frac{1}{2}cq_2^2 + \frac{1}{2}cq_3^2$$

ce qui revient à minimiser sans contrainte

$$\frac{1}{2}cq^2 + \frac{1}{2}c(z-q)^2 = \frac{1}{2}c(2q^2 - 2zq + z^2) = cq(q-z) + \frac{1}{2}z2$$

donc $q^*(z) = \frac{z}{2}$, d'où l'on tire en remplaçant la fonction de coût de la nouvelle entité:

$$\tilde{c}(z) = \frac{1}{4}cz^2$$

3. On a après fusion un duopole asymétrique, l'entreprise 1 ayant un coût $\frac{1}{2}cq_1^2$ et l'entreprise 2' un coût $\frac{1}{4}cq_2^2$. Les conditions du premier ordre sont:

$$a - bq_2 - (2b+c)q_1 = 0 \text{ pour } 1$$

$$a - bq_1 - (2b + \frac{1}{2}c)q_2 = 0 \text{ pour } 2'$$

On en tire les quantités d'équilibre:

$$q_1^C = \frac{a(2b+c)}{c^2+6b^2+6bc} \quad \text{et} \quad q_2^C = \frac{a(2b+2c)}{c^2+6b^2+6bc}$$

Avant fusion la firme 1 produisait $\frac{a}{4b+c}$. On a:

$$q_1^C - \frac{a}{4b+c} \geq 0 \Leftrightarrow (2b+c)(4b+c) \geq c^2+6b^2+6bc$$

ce qui est toujours vrai car le membre de gauche est égal à $c^2 + 8b^2 + 6bc$. Donc la firme 1 devient toujours plus agressive sur le marché. En revanche, pour la firme fusionnée on a:

$$q_2^C - 2\frac{a}{4b+c} \leq 0 \Leftrightarrow (b+c)(4b+c) \leq c^2 + 6b^2 + 6bc$$

Ce qui est toujours vrai car le membre de gauche est égal à $c^2 + 4b^2 + 5bc$. Donc la nouvelle entité produit moins que la somme des deux entreprises originales.

Exercice 10 *"Judo Economics"*

1. Pour un couple (K_E, p_E) donné, la firme I peut soit vendre à $p = v$ et réaliser un profit $v(D - K_E)$, soit vendre à p_E et obtenir tout le marché (par hypothèse l'indifférence est tranchée en faveur de I), donc un profit $p_E D$. Ainsi son prix optimal est:

$$p_I(K_E, p_E) = \begin{cases} v & \text{si } p_E \leq \frac{D-K_E}{D} v \\ p_E & \text{sinon} \end{cases}$$

2. L'entreprise E ne peut vendre que si I choisit v. Donc E doit au maximum choisir $p_E = \frac{D-K_E}{D} v$, c'est-à-dire soit un prix suffisamment bas, soit des capacités suffisamment basses puisque cette condition s'écrit aussi $K_E \leq (1 - p_E/v)D$. La firme E maximise de manière équivalente K_E pour le prix limite, ou bien p_E pour la capacité limite, ce qui donne:

$$p_E^* = \frac{v + c_E}{2} \quad K_E^* = \frac{D}{2}\left(1 - \frac{p_E}{v}\right)$$

p_E est une fonction croissante de c_E et K_E une fonction décroissante. Si $c_E = 0$ (entrant aussi efficace que la firme en place), alors $K_E = D/2$, les deux firmes se partagent le marché (le prix est alors $v/2$ et les consommateurs bénéficient de la concurrence).

3. Les profits d'équilibre des deux firmes sont:

$$\Pi_I = v(D - K_E^*) = \frac{D}{2}(v + c_E) \quad \text{et} \quad \Pi_E = \frac{D}{v}\left(\frac{v - c_E}{2}\right)^2$$

4. S'il est possible pour la firme en place de pratiquer des prix personnalisés pour chaque client, alors elle vendrait à $p_E - \varepsilon$ aux clients démarchés par E, mais à v aux autres et l'entrée serait ainsi toujours découragée.

5. Il en résulte, qu'un entrant moins efficace peut se maintenir sur le marché et réaliser un profit positif face à un monopole en place à la fois plus efficace et disposant de plus

de capacités de production. L'entrant choisit une taille relativement petite de telle sorte à rendre très coûteux à la firme en place une politique de prédation, et donc la firme en place se retrouve forcée à accommoder l'entrée. (L'idée de judo economics se réfère donc à l'utilisation de la taille supérieure de l'adversaire à son propre avantage, même quand on est moins fort, i.e. moins efficace ici.)

Exercice 11 *Congestion et concurrence à la Cournot*

Dans certaines circonstances, en particulier d'exploitation de ressources naturelles, le coût d'extraction de la ressource dépend de la quantité totale extraite. Cela peut conduire à la "tragédie des commons". L'étude approfondie de ce problème et de ses solutions institutionnelles a valu à Elinor Ostrom le prix Nobel d'économie en 2009. C'est ce type de situation qu'on considère ici, en prenant l'exemple de la pêche.

Cournot et dés-économies d'échelle.

On considère un nombre n de pêcheurs identiques, indexés par i, qui décident chacun de la quantité de poissons qu'ils vendent, q_i. Le coût (en temps passé, en carburant etc.) pour une prise q_i est $c(q_i) = cq_i^2$. La croissance des coûts marginaux s'explique par le fait qu'un pêcheur capture les premières quantités dans les eaux les plus proches et les plus poissonneuses, avant de devoir s'éloigner et de se reporter au fur et à mesure sur des eaux de moins en moins poissonneuses. La demande de poisson frais est donnée par $D(p) = Max\{A - p, 0\}$.

1.1 Exprimer le profit d'un pêcheur en fonction de la quantité de poisson qu'il choisit et de celle pêchée par les autres. Calculer l'équilibre de Nash du jeu correspondant. Calculer les profits d'équilibre.

La fonction de demande inverse est $p(Q) = Max\{A - Q, 0\}$, en inversant la fonction de demande. Le profit des pêcheurs est donc

$$\pi_i(q_1..q_n) = p(Q)q_i - c(q_i) = Max\{A - Q, 0\}q_i - cq_i^2$$

qui est concave en q_i. En supposant qu'on a $Q < A$ (on le vérifie à la fin), la fonction de profit peut se réécrire:

$$\pi_i(q_1..q_n) = (A - \sum_{j \neq i} q_j - (1+c)q_i)q_i$$

d'où la condition du premier ordre:

$$A - \sum_{j \neq i} q_j - 2(1+c)q_i = 0, \qquad \text{soit} \qquad A - Q - (1+2c)q_i = 0$$

En sommant les n conditions d'équilibre, puis en remplaçant dans les CPO:

$$Q^N = \frac{nA}{n+1+2c}, \qquad \text{soit} \qquad q_i^N = \frac{A}{n+1+2c} \text{ pour tout } i$$

en remplaçant dans le profit:

$$\pi_i^N = \frac{(1+c)A^2}{(n+1+2c)^2} \text{ pour tout } i$$

1.2 Exprimer le surplus des consommateurs sur le marché du poisson frais. Exprimer le bien être social en fonction de $(q_1, .., q_n)$. Montrer que pour toute quantité totale produite Q, l'unique répartition efficace est telle que $q_i = \frac{Q}{n}$ pour tout i. En déduire en fonction de n la quantité Q_n^* qui maximise le bien-être social. Quel est le nombre de pêcheurs qui maximise le surplus social quand chacun produit $\frac{Q_n^*}{n}$?

Le surplus du consommateur s'écrit (**Fiche Technique n°1.**):

$$\int_p^{+\infty} D(x)dx = \int_p^A (A-x)dx = \frac{1}{2}(A-p)^2 = \frac{1}{2}Q^2 \equiv S(Q)$$

d'où le bien-être:

$$W(q_1..q_n) = S(Q) + \sum_i \pi_i(q_1..q_n) = \frac{1}{2}Q^2 + \sum_i (p(Q)q_i - cq_i^2) = \frac{1}{2}Q^2 + p(Q)Q - c\sum_i q_i^2$$

donc pour Q donnée, seule la répartition des coûts importe. Supposons qu'on ait pour deux firmes i et j, $q_i < q_j$. Alors une répartition $q_i' = q_j' = \frac{q_i+q_j}{2}$ (en laissant les autres quantités identiques) est moins coûteuse puisque:

$$(q_i')^2 + (q_j')^2 = 2(\frac{q_i+q_j}{2})^2 = q_i^2 + q_j^2 - \frac{1}{2}(q_i - q_j)^2$$

(**On l'a vu à propos de l'indice d'Herfindahl.**)
Ainsi, si tous les q_i ne sont pas égaux, on peut toujours améliorer la situation en répartissant les coûts autrement: la situation optimale est donc nécessairement symétrique.
Pour n pêcheurs, la quantité optimale doit donc maximiser:

$$\frac{1}{2}Q_n^2 + p(Q_n)Q_n - c\sum_i \left(\frac{Q_n}{n}\right)^2 = Q\left(\frac{1}{2}Q_n + (A - Q_n) - c\frac{Q_n}{n}\right) = Q_n\left(A - \frac{n+2c}{2n}Q_n\right)$$

qui est bien concave en Q_n, et la condition du premier ordre nous donne donc:

$$Q_n^* = \frac{nA}{n+2c}$$

En remplaçant dans le surplus, on obtient:

$$W(Q_n^*) = \frac{nA^2}{n+2c}$$

qui est une fonction croissante en n, donc $n = +\infty$ est optimal (bien sûr, puisque plus n est grand plus on a pour une quantité donnée des coûts faibles, étant donnée leur convexité).

1.3 Calculer le bien-être social à l'équilibre de la question 1.1. Montrer que lorsque n tend vers l'infini l'équilibre converge vers la situation socialement optimale.

Comme l'équilibre de Nash précédent est symétrique, l'expression du bien-être pour des q_i identiques obtenue à la question précédente est valable. A l'équilibre de Cournot (Nash), on a donc:

$$W(Q_n^N) = Q_n^N\left(A - \frac{n+2c}{2n}Q_n^N\right)$$

Pour que l'équilibre converge bien, il suffit de vérifier que la quantité tend vers la quantité optimale, or on a bien:

$$\lim_{n\to+\infty} Q_n^N = A = \lim_{n\to+\infty} Q_n^*$$

(on peut aussi vérifier que le bien-être tend bien vers le bien-être optimal.)
Intuitivement, quand le nombre de firmes tend vers l'infini, chacune produit une quantité infinitésimale, et les coûts marginaux sont donc quasiment nuls.

Externalité de congestion et firmes preneuses de prix.

La fonction de demande est toujours la même, mais on considère dans cette question une zone de pêche réduite. Les pêcheurs ne prennent pas en compte leur influence sur le prix (ils sont preneurs de prix). En revanche, ils pêchent tous sur la même zone, et ce que l'un a pêché est donc déduit du stock accessible aux autres. Ceci génère une externalité négative telle que les coûts marginaux sont croissants en fonction de la quantité *totale* pêchée, Q. On supposera ainsi $c(q_i, Q) = cq_iQ$.

2.1 Montrer qu'un pêcheur j exerce une externalité négative sur un pêcheur $i \neq j$, même quand le prix est fixé. Expliquer en quoi cette externalité va affecter la quantité optimale pêchée par la firme i.

Le coût marginal d'un pêcheur i est croissant en fonction de la quantité pêchée par un pêcheur j. Pour un prix donné, ceci va donc réduire la quantité pêchée par i. Cependant, comme va le voir, cela signifie que lorsqu'une firme augmente sa quantité, elle augmente aussi le coût social de la production, sans prendre en compte cet effet dans son optimisation. C'est ce qui va conduire à des productions trop élevées par rapport à l'optimum social.

2.2 Calculer l'équilibre de Nash du jeu entre n pêcheurs quand p est fixé et en déduire la fonction d'offre. Calculer le prix d'équilibre concurrentiel.

Quand p est fixé, le pêcheur i maximise $pq_i - cq_iQ = (p - cQ)q_i$. On a donc un jeu exactement similaire à un oligopole avec demande linéaire et coûts marginaux nuls, avec une demande inverse qui serait $p - cQ$.
Formellement, c'est exactement la même chose qu'à la p.1 de la fiche technique 2, avec $a = p$, $b = c$ et $c = 0$, on a directement l'offre totale $Q(p) = \frac{np}{(n+1)c}$.
L'équilibre concurrentiel correspond à un prix p_n^C tel que:

$$Q(p_n^C) = D(p_n^C) \Leftrightarrow \frac{np_n^C}{(n+1)c} = A - p_n^C$$

ce qui donne:

$$p_n^C = \frac{(n+1)Ac}{n+(n+1)c}$$

2.3 Le surplus du consommateur est inchangé par rapport à la question 1. En revanche, puisque la structure des coûts est différente, le bien-être s'exprime différemment. Montrer que dans ce cas la répartition de la production entre les pêcheurs pour un niveau total donné Q est indifférente en termes de bien-être. En déduire qu'à niveau donné de production totale, le nombre de pêcheurs n'a pas d'influence. Montrer que la quantité totale optimale dans ce cas est $R^* = \frac{A}{1+2c}$.

Dans ce cas, quelle que soit la quantité, la somme des coûts est $\sum_i cq_iQ = cQ^2$, indépendante de la répartition. Dans le bien-être, seule la quantité totale joue pour les consommateurs (c'est exactement comme à la question 1.2), et pour les profits, on a:

$$\sum_i \pi_i = \sum_i (pq_i - cq_iQ) = pQ - cQ^2$$

donc le nombre n n'importe pas. Le bien-être peut au total s'exprimer seulement en fonction de Q:

$$W(Q) = \frac{1}{2}Q^2 + (A-Q)Q - cQ^2$$

qui est bien concave en Q, ce qui donne par la CPO:

$$R^* = \frac{A}{1+2c}$$

2.4 Calculer le surplus et le bien-être total dans le cas de l'équilibre concurrentiel de la question 2.1. Que peut-on dire du niveau de production dans cet équilibre par rapport au niveau optimal? Comment varie-t-il avec n? Quel est le nombre optimal de pêcheurs dans ce scénario?

Le surplus à l'équilibre avec firmes preneuses de prix est:

$$W(Q_n^C) = \frac{1}{2}(Q_n^C)^2 + (A - Q_n^C)Q_n^C - c(Q_n^C)^2$$

il suffit de remplacer par la quantité de concurrence de la question 2.2, obtenu en remplaçant le prix de la question 2.2. dans la demande inverse (ou l'offre totale). On a:

$$Q_n^C = \frac{nA}{n+(n+1)c} = \frac{A}{1+(1+\frac{1}{n})c}$$

Cette quantité est croissante en n, et pour $n = 1$:

$$Q_1^C = \frac{A}{1+2c} = R^*$$

donc le nombre optimal de pêcheurs est 1.
L'interprétation est la suivante: puisqu'il n'y a pas de pouvoir de marché dans ce scénario (preneurs de prix), tout ce qui importe est l'externalité de coûts. Or les pêcheurs ne prenant pas en compte le fait qu'ils augmentent les coûts des autres en pêchant plus, ils sur-produisent par rapport à ce qui serait socialement optimal.

Concurrence imparfaite avec externalité de congestion.

On considère maintenant les deux effets (concurrence imparfaite, question 1, et externalité, question 2) à la fois. Les entreprises se font concurrence à la Cournot, toujours avec la même fonction de demande, et avec la fonction de coût $c(q_i, Q) = cq_iQ$ de la question 2.

3.1 Calculer l'équilibre de Cournot avec n pêcheurs.

Posons les profits des pêcheurs:

$$\pi_i = (A - Q)q_i - cQq_i = (A - (1+c)Q)q_i$$

<u>C'est encore exactement comme un modèle de Cournot linéaire avec coûts nuls</u> (cf remarque question 2.2). L'équilibre du jeu de Cournot avec externalité est donc:

$$Q_n^{CE} = \frac{nA}{(n+1)(1+c)}$$

3.2 Expliquer pourquoi l'analyse du bien-être optimal est identique à la question 2.3. Calculer le bien-être à l'équilibre de Cournot.

L'analyse du bien-être optimal est identique parce les fonctions de coûts sont les mêmes, et la demande est la même. Seul le mode de concurrence a changé, mais cela n'a rien à voir avec le calcul de l'optimum social. Le bien-être à l'équilibre de Cournot s'écrit donc:

$$W(Q_n^{CE}) = \frac{1}{2}(Q_n^{CE})^2 + (A - Q_n^{CE})Q_n^{CE} - c(Q_n^{CE})^2$$

3.3 Montrer qu'il existe un nombre de pêcheurs n^* tel que la production est trop faible par rapport à l'optimum social quand $n < n^*$ et trop importante dans le cas contraire. En déduire qu'il existe un nombre de pêcheurs optimal fini et donner son expression (au problème d'entier près).

La production totale à l'équilibre de Cournot est $Q_n^{CE} = \frac{nA}{(n+1)(1+c)} = \frac{A}{(1+\frac{1}{n})(1+c)}$, alors que la production optimale est $R^* = \frac{A}{1+2c}$. La quantité de Cournot est croissante en n. Pour $n = 1$, on a $Q_1^{CE} = \frac{A}{2(1+c)} < R^*$, et à la limite $Q_\infty^{CE} = \frac{A}{1+c} > R^*$, donc il existe un n^* tel que la quantité est trop petite pour $n < n^*$ et trop important sinon. n^* est ainsi donné par $Q_{n^*}^{CE} = R^*$. On obtient $n^* = 1 + \frac{1}{c}$.

3.4 A la lumière de l'analyse précédente, que peut-on dire des systèmes de licences et de droits de pêche? Discuter en particulier les licences par bateau d'une part et les quotas de pêche par région d'autre part.

Les systèmes de licences sont destinés à limiter l'entrée, ce qui serait optimal dans le scénario étudié ($n^* = 1 + \frac{1}{c}$). La libre entrée dans ce cadre conduirait sinon à une surexploitation de la ressource. Le système alternatif des quotas permet de limiter la production quel que soit le nombre de pêcheurs actifs. On pourrait par exemple donner comme quota une fraction $\frac{1}{n}$ à chacun. Notons cependant que dans ce cadre, une répartition quelconque de la production optimale est efficace. Pour des raisons d'équité, une répartition

uniforme serait souhaitable. Enfin, on peut remarquer que les deux systèmes augmentent le profit des pêcheurs par rapport à l'absence de régulation, mais diminuent le surplus des consommateurs (qui sur-consomment sinon).