

## CHAPITRE IX

### LA GESTION DES RESSOURCES NATURELLES

#### 1) Introduction

On divise les ressources naturelles en deux groupes, selon qu'elles se régénèrent ou pas :

- les ressources renouvelables (poissons, etc.) ;
- les ressources non renouvelables (pétrole, charbon, etc.).

La distinction est affaire d'échelle de temps.

Une ressource renouvelable est telle qu'il est *possible* de l'exploiter sans réduire sa disponibilité future. Néanmoins, il est possible d'épuiser une ressource renouvelable par une mauvaise utilisation.

Une ressource épuisable est telle que tout prélèvement réduit irrémédiablement sa disponibilité future.

Disponibilité	Propriétés physiques			
	Biologique :	Minerais :	Energies :	Environnement :
<i>Extensible :</i>	Produits agric.	Sel	solaire, hydraulique, etc.	pollutions non persistantes (son, ozone, etc.)
<i>Renouvelable :</i>	Forêts, Poissons, Espèces sauvages, etc.		hydraulique, géothermale.	pollutions persistantes (acidification du sol, GES)
<i>Epuisable :</i>	Espèces menacées	la plupart des minerais (or, cuivre, etc.)	fossiles (pétrole, charbon, etc.), uranium.	couche d'ozone, nappes phréatiques.

La prise en compte du temps implique de considérer et gérer les ressources comme un capital. Ainsi, laisser une ressource renouvelable se régénérer est vu comme un investissement ; extraire un minerai est un désinvestissement.

Il existe une liaison étroite entre la gestion des ressources et l'environnement, du fait des lois physiques de conservation. Extraire et utiliser une ressource, c'est la faire changer d'état : par exemple, la combustion des énergies fossiles.

#### 2) Appropriation des ressources naturelles

Bromley distingue quatre modes d'appropriation :

- appropriation par l'Etat : forêts domaniales, parcs naturels, etc. ;
- appropriation privée ;
- appropriation commune : cas des ressources gérées en groupe ;

- accès libre : chaque exploite librement la ressource et personne n'a droit d'exclure un autre.

La question des droits de propriété sur la ressource est essentielle. Elle implique des gestions aux propriétés opposées du point de vue de la conservation de la ressource, comme nous le verrons.

### **3) Les ressources non renouvelables**

Par définition, une ressource est non renouvelable (ou épuisable) lorsque la somme intertemporelle des services produits par le stock de cette ressource est finie (Dasgupta et Heal, 1979).

Les économies modernes dépendent fortement de ressources non renouvelables : pétrole, charbon, cuivre, acier, aluminium, etc. Il s'ensuit deux interrogations :

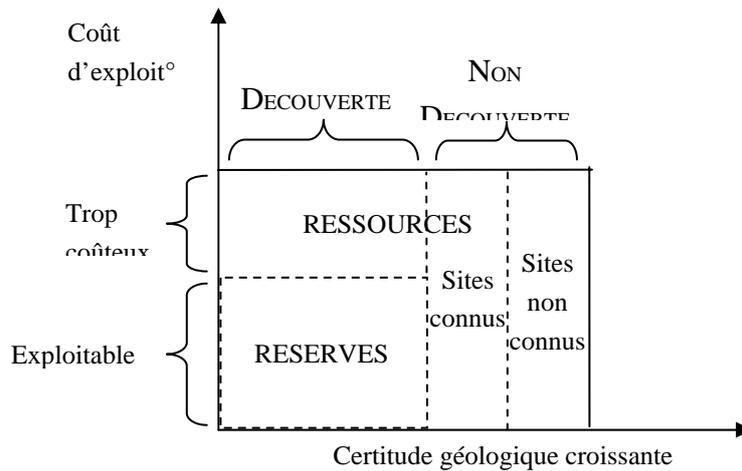
- ces ressources ne fixent-elles pas un plafond pour la croissance économique ?
- une économie de marché gère-t-elle correctement ces ressources ?

Les prédictions alarmistes n'ont pas manqué à travers l'histoire. La plus récente est le rapport du Club de Rome, « Les limites de la croissance », en 1972, qui prévoyait l'épuisement de l'or, du mercure, de l'argent, de l'étain et du zinc à l'horizon 1980-90.

Ces prédictions se sont avérées heureusement inexactes. On peut aussi en tirer un enseignement. On commet souvent l'erreur d'adopter une vision trop physique et statique des ressources. L'indicateur généralement choisi est l'horizon d'épuisement, c'est-à-dire le ratio des réserves courantes sur la consommation courante. Ceci néglige des aspects importants de la gestion des ressources :

- l'exploration de nouveaux gisements : les réserves augmentent à travers le temps ;
- l'amélioration des techniques d'extraction : des gisements auparavant inexploitablement (techniquement ou économiquement) le deviennent ;
- le progrès technologiques : l'amélioration du rendement, le recyclage, l'invention de biens de substitution, etc.

Selon la définition des Nations Unies, le terme « réserves » désigne l'ensemble des gisements connus et exploitables, techniquement et économiquement ; le terme « ressource » désigne l'ensemble des gisements connus ou supposés (à découvrir).



	Consommation mondiale (10 <sup>9</sup> tep)		Réserves prouvées (10 <sup>12</sup> tep)	Ratio (an)
	1973	1999		
Pétrole	2841	3531	140 (2004)	40
Gaz naturel	980	2120	143 (2003)	67
Charbon	1500	2342	509 (2000)	217

Source : Extrait des chiffres clés de l'énergie. Edition 2004. Observatoire de l'Energie d'après AIE/OCDE

### i) *Le modèle de Hotelling*

Hotelling (1931) pose le problème de la gestion intertemporelle d'une ressource épuisable dans les termes suivants : comment allouer une quantité donnée d'une ressource entre les différentes périodes futures, de manière à maximiser l'utilité tirée de l'extraction et de la consommation de cette ressource ? L'analyse de Hotelling reste aujourd'hui au cœur des modèles économiques traitant des ressources épuisables.

#### - Présentation générale

L'intuition fondamentale du modèle de Hotelling est la suivante. La particularité d'une ressource épuisable est qu'elle est disponible en quantité donnée pour tout l'avenir : le stock est fixé. Il s'ensuit que l'extraction d'une unité de la ressource génère deux coûts :

- le coût de l'extraction ;

- le *coût d'usage* ou la *rente d'épuisement*, c'est-à-dire le coût (d'opportunité) de la diminution du stock disponible pour les usages futurs.

Ces deux coûts doivent être pris en compte pour déterminer la trajectoire d'extraction. Hotelling adopte les hypothèses suivantes pour traiter ce problème :

- l'utilité marginale de la consommation de la ressource, i.e. l'utilité procurée par la dernière unité (infiniment petite), décroît avec la quantité consommée ;

- l'utilité présente d'une consommation future décroît avec la durée entre l'instant présent et l'instant de la consommation ;
- le coût marginal d'extraction est constant.

Le raisonnement s'appuie ensuite sur l'idée suivante. L'extraction d'une unité quelconque de la ressource peut être déplacée librement à travers le temps : aujourd'hui, demain, dans un an... Par conséquent, les unités extraites doivent rapporter autant, peu importe leur date d'extraction. En effet, si, à une date donnée, une unité rapporte moins qu'aux autres dates, autant la déplacer pour accroître l'objectif intertemporel...

#### - Résolution du problème

Le problème de Hotelling est un problème d'optimisation qui s'écrit :

$$\begin{aligned} & \text{Choisir la trajectoire d'extraction : } (q_0, q_1, \dots, q_t, \dots), \\ & \text{pour maximiser l'utilité intertemporelle : } W(q_0, q_1, \dots, q_t, \dots), \\ & \text{sous la contrainte d'épuisement : } q_0 + q_1 + \dots + q_t + \dots \leq S_0. \end{aligned}$$

La solution de ce problème dépend de la forme de la fonction d'utilité intertemporelle. On considère habituellement la forme :

$$W(q_0, q_1, \dots, q_t, \dots) = \sum_{0 \leq t < \infty} a_t (U(q_t) - C(q_t)),$$

avec :

- $U(q_t)$  : l'utilité procurée par la quantité extraite à la date  $t$  ;
- $C(q_t)$  : le coût marginal (constant) d'extraction de cette quantité ;
- $a_t$  : le facteur d'actualisation, i.e. le poids donné à l'utilité de la date  $t$ .

L'utilité intertemporelle est donc la somme, actualisée au taux  $a_t$ , des flux d'utilité, nets des coûts d'extraction, associée à la trajectoire d'extraction.

Les hypothèses de Hotelling sont :

- $U'(q_t) = Um = P(q_t)$  : l'utilité marginale de la consommation de la ressource est décroissant avec la quantité ;
- $a_t = \delta^t$ , où le taux d'actualisation  $\delta$  vérifie :  $0 < \delta < 1$  : le facteur d'actualisation est décroissant ;
- $C'(q_t) = Cm = c$  : le coût marginal d'extraction de la ressource est constant.

En utilisant ces définitions, la dernière unité extraite à la date  $t$  vaut :

- en valeur courante,  $P(q_t) - c$  ;
- en valeur actuelle,  $\delta^t (P(q_t) - c)$ .

On a vu qu'une trajectoire d'extraction est optimale si toutes les unités marginales ont même valeur actuelle et si elle vérifie la contrainte d'épuisement. La solution optimale du problème de Hotelling est donc la solution du système (en supposant une solution intérieure) :

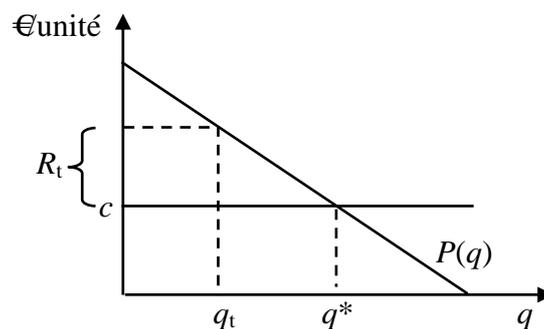
$$\begin{aligned} (P(q_0) - c) &= \delta (P(q_1) - c) = \dots = \delta^t (P(q_t) - c) = \dots, \\ q_0 + q_1 + \dots + q_t + \dots &= S_0. \end{aligned}$$

- Interprétation

Par définition, la rente de rareté à la date  $t$  est la différence entre l'utilité marginale et le coût marginal d'extraction, évaluée en  $t$  :

$$R_t = P(q_t) - c.$$

La figure ci-dessous représente les différents éléments constitutifs du modèle de Hotelling. En abscisses, on porte la quantité extraite et consommée de la ressource. En ordonnée, on porte la valeur, en euros par unité. On représente alors l'utilité marginale de la consommation et le coût marginal de l'extraction.



Le modèle d'Hotelling montre qu'une ressource non renouvelable se gère différemment. Pour un bien qui peut être produit sans limite, une propriété classique d'optimalité est qu'il doit être produit jusqu'à ce que la quantité égalise l'utilité marginale de la consommation du bien et le coût marginal de la production du bien. Il s'agit de la quantité  $q^*$  de la figure.

Pour les ressources non renouvelables, le résultat de Hotelling montre, au contraire, que, le long de la trajectoire d'extraction optimale, il existe une différence positive entre l'utilité marginale de la consommation et le coût marginal de l'extraction. Autrement dit, la rente de rareté est strictement positive. Sur la figure, à la date  $t$ , la quantité  $q_t < q^*$  est extraite et la rente de rareté est  $R_t = P(q_t) - c > 0$ .

Cette différence mesure le coût d'usage de la ressource, c'est-à-dire la perte d'utilité future, évaluée en valeur actuelle, due à l'extraction présente d'une unité (infiniment petite) additionnelle. Ce coût s'ajoute au coût marginal d'extraction.

En utilisant cette notation, la première ligne du système caractérisant la solution s'écrit :

$$R_0 = \delta R_1 = \dots = \delta^t R_t = \dots$$

On en déduit que, pour tout  $t$  :

$$(R_{t+1} - R_t)/R_t = 1/\delta - 1 = r,$$

en notant  $r$  le taux de préférence pour le présent :

$$\delta = 1/(1 + r) \text{ et } r = 1/\delta - 1.$$

Ceci permet d'énoncer la condition d'optimalité suivante, due à Hotelling.

*Règle d'Hotelling :*

Le long d'une trajectoire d'extraction optimale d'une ressource épuisable, la rente de rareté augmente à un taux égal au taux de préférence pour le présent.

Sur la figure, cette règle permet de visualiser l'évolution de la quantité extraite à travers le temps. En effet, on sait que la rente de rareté augmente de  $r$  % par période. On déduit donc la quantité  $q_{t+1}$  en cherchant un segment vertical entre les droites  $P(q)$  et  $c$ , d'une longueur égale à  $R_t (1 + r)$ .

ii) *Gestion des ressources non renouvelables dans une économie de marchés et de propriété privée*

La question qui nous occupe maintenant est celle de l'exploitation de ressources non renouvelables par des propriétaires privés dans une économie de marchés. On distingue le cas où la réserve initiale est répartie entre un grand nombre de propriétaires privés et celui où le gisement appartient à un agent unique.

- Concurrence pure et parfaite

Supposons que les conditions sont réunies pour admettre comme vraie l'hypothèse de concurrence pure et parfaite. En particulier, on pose que le stock initial  $S_0$  de la ressource est réparti entre un grand nombre de propriétaires privés, chaque propriétaire  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, J$ ) possédant un gisement, représentant un stock d'une quantité  $S_{0j}$  la ressource, avec :  $\sum_{1 \leq j \leq J} S_{0j} = S_0$ .

Sous l'hypothèse de concurrence pure et parfaite, chaque propriétaire prend pour donné et connaît la suite des prix futurs  $p_0, p_1, \dots, p_t, \dots$  de la ressource. Son problème est de :

choisir sa trajectoire d'extraction :  $(q_{j0}, q_{j1}, \dots, q_{jt}, \dots)$ ,

pour maximiser la valeur actualisée de ses flux de profit futurs :  $VAN_j(q_{j0}, q_{j1}, \dots, q_{jt}, \dots)$ ,

sous sa contrainte d'épuisement :  $q_{j0} + q_{j1} + \dots + q_{jt} + \dots \leq S_{0j}$ .

La valeur actuelle des profits futurs est donnée par :

$$VAN_j = \sum_{0 \leq t < \infty} (p_t - c) q_{jt} / (1 + i)^t,$$

où  $i$  est le taux d'intérêt sur le marché financier.

La solution de ce problème repose à nouveau sur le principe déjà vu. Puisque le propriétaire choisit librement la date d'extraction de chaque unité, il extrait et apporte sur le marché aux dates où sa recette marginale nette actualisée est maximale.

Ainsi, l'extraction et la vente d'une unité à une date  $t$  quelconque rapporte, en valeur actuelle,  $(p_t - c) / (1 + i)^t$ . Si ce montant est constant à travers le temps, le propriétaire est indifférent à la date d'extraction et de vente de ses unités de ressources. Il est donc disposé à extraire et à

vendre une quantité positive à toutes les dates. Sinon, il existe une date (au moins) où son profit marginal actualisé (i.e.  $(p_t - c) / (1 + i)^t$ ) passe par un maximum. En ce cas, il gagne à extraire et vendre tout son stock à cette date, rien aux autres dates.

Pour déterminer l'équilibre du marché, il suffit de tirer les conséquences du comportement décrit à l'instant. Sur le marché, le prix à la date  $t$  résulte de la confrontation de l'offre et de la demande courante. Si la quantité mise sur le marché à la date  $t$  par l'ensemble des propriétaires est  $q_t$ , on a :

$$p_t = P(q_t),$$

avec  $q_t = \sum_{1 \leq j \leq J} q_{jt}$ .

On est maintenant en mesure de montrer le résultat suivant :

Tout équilibre de marché en concurrence pure et parfaite est tel que :

$$(P(q_0) - c) = (P(q_1) - c) / (1 + i) = \dots = (P(q_t) - c) / (1 + i)^t = \dots,$$

$$q_0 + q_1 + \dots + q_t + \dots = S_0.$$

Supposons la propriété vérifiée. Puisque le profit marginal actualisé  $(p_t - c) / (1 + i)^t$  est constant à travers le temps, les propriétaires sont indifférents quant à la répartition de leurs extractions et de leurs ventes. Donc, en particulier, la trajectoire  $(q_0, q_1, \dots, q_t, \dots)$  peut être obtenue par l'agrégation de trajectoires d'extraction des propriétaires convenablement choisies, et ces trajectoires maximisent la valeur actuelle nette de leur activité.

Pour la réciproque, supposons qu'il existe un équilibre de marché tel que le profit marginal actualisé varie au cours du temps. Comme on l'a vu, ceci implique que les quantités apportées sur le marché sont nulles à certaines périodes (quand le profit marginal actualisé est petit), grandes à d'autres (quand le profit marginal actualisé est maximum). Alors, le prix est élevé aux premières périodes, faible aux secondes périodes. A l'évidence, ceci ne peut pas constituer un équilibre de marché, car les propriétaires gagnent à modifier leurs plans d'extractions.

En comparant avec la section i), on voit que ce résultat montre que, sous certaines conditions, des propriétaires privés répartissent de façon optimale l'extraction d'une ressource non renouvelable à travers le temps, à l'équilibre d'un marché de concurrence pure et parfaite. Ce résultat est fragile car il repose sur des hypothèses fortes :

- $i = r$  : il faut que le taux d'intérêt du marché soit égal au taux de préférence social pour le présent. Si  $i > r$ , on montre qu'un marché concurrentiel exploite trop rapidement la ressource ;

- l'information parfaite sur les prix futurs : dans la réalité, les prix n'étant pas connus, le marché des ressources peut connaître des épisodes spéculatifs sans rapport aucun avec la règle de Hotelling (Solow, 1974). L'optimalité de la trajectoire d'extraction sera alors compromise.

### - Monopole

En situation de monopole, le problème du propriétaire est le même, à la différence près qu'il fixe les prix futurs de la ressource en choisissant sa trajectoire d'extraction. La valeur actuelle de ses profits futurs est donnée par :

$$VAN_j = \sum_{0 \leq t \leq \infty} (P(q_t) - c) q_t / (1 + i)^t.$$

Reprenons rapidement le raisonnement. On définit d'abord la recette marginale du monopole :

$$Rm(q_t) = P(q_t) + P'(q_t) q_t.$$

C'est l'accroissement de ses recettes, consécutif à une augmentation d'une unité (infiniment petite) de son extraction et de ses ventes à la date  $t$ . Elle se compose de deux éléments. Le premier est simplement le produit de la vente de l'unité supplémentaire au prix courant. Le second est la perte de recettes sur les autres unités, due à la baisse du prix qui suit la mise sur le marché d'une unité supplémentaire.

L'unité marginale extraite et vendue à la date  $t$  rapporte donc, en valeur présente :

$$(Rm(q_t) - c) / (1 + i)^t.$$

En vertu du même argument que précédemment, ce profit marginal actualisé doit être constant pendant toute la période d'exploitation de la ressource. On a donc la conclusion :

L'équilibre du monopole est tel que :

$$(Rm(q_0) - c) = (Rm(q_1) - c) / (1 + i) = \dots = (Rm(q_t) - c) / (1 + i)^t = \dots, \\ q_0 + q_1 + \dots + q_t + \dots = S_0.$$

Il s'ensuit que la gestion d'une ressource non renouvelable par un propriétaire privé en situation de monopole n'est pas optimale d'un point de vue social. En effet, la condition obtenue diffère du système de la section i).

Pour préciser, on peut se demander si le monopole applique une gestion plus conservatrice de la ressource que le marché concurrentiel, ou l'inverse. En fait, la réponse dépend de la forme de la fonction de demande. Il est ainsi possible de proposer des fonctions de demande telles que le monopole épuise plus rapidement la ressource, et d'autres donnant le résultat inverse.

### iii) Prolongements de l'analyse de Hotelling

Une des conséquences de la règle de Hotelling est que, sous certaines conditions, le prix des ressources épuisables augmente avec le temps. En effet, elle affirme que, en concurrence pure et parfaite, la valeur actuelle de la rente de rareté, i.e.  $(P(q_t) - c) / (1 + i)$ , reste constante. Si l'on suppose que le coût marginal d'extraction  $c$  est constant, ceci nécessite une augmentation du prix  $P(q_t)$ .

Cette prédiction est, en principe, testable empiriquement. Les difficultés d'une telle vérification ne sont toutefois pas négligeables :

- disponibilité des données ;
- comparabilité à travers le temps des prix ;
- évolution des technologies, des structures de marché, etc.

On reprend ci-dessous les résultats de Nordhaus (1973) et Jorgenson et Griliches (1967). Pour les raisons évoquées ci-dessus, les résultats obtenus sont parfois contradictoires :

	1900	1920	1940	1970
<u>Nordhaus (1973) : Prix réel en termes de travail (base 100 : 1970)</u>				
Charbon	459	451	189	100
Cuivre	785	226	121	100
Fer	620	287	144	100
Aluminium	3150	859	287	100
Pétrole brut	1034	726	198	100

Jorgenson et Griliches (1967) : Prix réel en termes de capital (base 100 : ?)

Charbon	nd	340	195	nd
Cuivre	nd	170	125	nd
Fer	nd	216	149	nd
Aluminium	nd	647	297	nd
Pétrole brut	nd	547	205	nd

Le progrès dans les techniques d'extraction contribue à expliquer ces évolutions plutôt orientées à la baisse. Illustrons ceci à l'aide d'une modélisation simple.

On considère l'exploitation d'une ressource épuisable sur deux périodes, le présent et l'avenir, notée respectivement 0 et 1. La fonction de demande de la ressource est :  $P(q) = a - b q$ , aux deux périodes. Cette demande est servie par un marché de concurrence pure et parfaite. Le coût marginal d'extraction est constant, quelle que soit la quantité extraite. Mais, du fait du progrès technique, il diminue entre les deux périodes. Il est égal à  $c_0$  à la période 0 et à  $c_1$  à la période 1.

En supposant une solution intérieure, l'équilibre du marché  $(p_0, p_1, q_0, q_1)$  vérifie le système d'équations :

$$\begin{aligned} p_0 &= a - b q_0, \\ p_1 &= a - b q_1, \\ p_0 - c_0 &= \delta(p_1 - c_1), \\ q_0 + q_1 &= S_0. \end{aligned}$$

Les deux premières équations représentent la demande. Les deux suivantes représentent l'offre agrégée, déterminée, en concurrence pure et parfaite, par la règle d'Hotelling.

On montre que la solution de ce système d'équations est :

$$\begin{aligned} p_0 &= a - \{(a - c_0) + \delta[b S_0 - (a - c_1)]\} / (1 + \delta), \\ p_1 &= a - [b S_0 - (a - c_0) + \delta(a - c_1)] / (1 + \delta), \\ q_0 &= \{(a - c_0)/b + \delta[S_0 - (a - c_1)/b]\} / (1 + \delta), \\ q_1 &= [S_0 - (a - c_0)/b + \delta(a - c_1)/b] / (1 + \delta). \end{aligned}$$

Pour le montrer, remplaçons  $p_0$  et  $p_1$  par leur expression, dans la troisième équation, et arrangeons pour obtenir le système de deux équations et deux inconnues :

$$L1 : \quad q_0 - \delta q_1 = A,$$

$$L2 : \quad q_0 + q_1 = S_0,$$

avec  $A = [(a - c_0) - \delta(a - c_1)]/b$ .

Pour résoudre ce système, utilisons la méthode de Gauss :

$$L1 : \quad 1 q_0 - \delta q_1 = A,$$

$$L2 - L1 \rightarrow L2 : \quad 0 q_0 + (1 + \delta) q_1 = S_0 - A.$$

En substituant  $q_1$  dans L1, on obtient :

$$L1 : q_0 = (\delta S_0 + A) / (1 + \delta),$$

$$L2 : q_1 = (S_0 - A)/(1 + \delta).$$

On trouve ensuite  $p_0$  et  $p_1$  en remplaçant  $q_0$  et  $q_1$  par ces expressions dans les fonctions de demande.

On peut utiliser la solution obtenue pour donner quelques résultats de statique comparative. Calculons, pour commencer, les dérivées partielles du terme A par rapport aux paramètres du modèle :

$$dA/dc_0 = -1/b < 0 ; dA/dc_1 = \delta/b > 0 ; dA/d\delta = (c_1 - a)/b < 0 ; dA/dS_0 = 0.$$

Dans le tableau suivant, on en déduit le signe des dérivées partielles de  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $p_0$  et  $p_1$  :

Var.\Param.	$c_0$	$c_1$	$S_0$
$q_0$	-	+	+
$q_1$	+	-	+
$p_0$	+	-	-
$p_1$	-	+	-

#### 4) Ressources halieutiques

Les ressources halieutiques sont des ressources renouvelables au sens de Clark. Clark définit une ressource renouvelable comme une ressource dans le stock de laquelle on peut, sans la compromettre, puiser une quantité positive indéfiniment. Une ressource renouvelable peut être épuisable ou non épuisable, selon que sa productivité est affectée ou non par son exploitation. Ainsi, les ressources biologiques appartiennent plutôt à la première catégorie, les énergies solaire ou thermique appartiennent à la seconde catégorie.

##### i) Caractéristiques biologiques

On considère une zone de pêche donnée et une espèce de poissons vivant sur cette zone. On note  $x(t)$  l'état de cette population à la date  $t$ . On le mesure, par exemple, en nombre

d'individus ou en unité de biomasse (Masse de matière vivante présente à la surface du globe (ou sur une aire limitée)).

Au niveau d'analyse retenu ici, on résume la dimension biologique du problème à une caractéristique unique, à savoir l'accroissement naturel de la population de poissons, noté  $F(x)$ . Il résulte de l'interdépendance entre les caractéristiques biologiques de l'espèce et le milieu naturel considérés. Il détermine le nombre d'individus ajoutés au stock par unité de temps, en fonction de l'état du stock courant. Il est naturel de poser les hypothèses suivantes :  $F(x)$  est positif pour un stock suffisamment petit, négatif sinon.

- La loi logistique

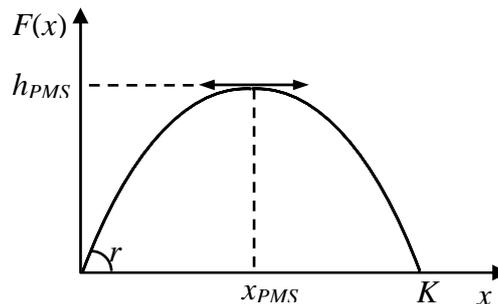
La spécification la plus simple d'une telle relation est donnée par la loi logistique, due à Verhulst (1838) :

$$F(x) = r x (1 - x/K),$$

où :

- $r$  désigne le taux de croissance biologique intrinsèque de la population ;
- $K$  définit la capacité de charge du milieu naturel.

La figure ci-dessous en fait la représentation graphique. Il s'agit d'une parabole dont les racines sont  $x = 0$  et  $x = K$ , positive entre ces deux racines, négative sinon.



On peut justifier l'interprétation des paramètres  $r$  et  $K$  de la façon suivante. Pour le premier, notons que si la capacité de charge du milieu  $K$  est très grande, l'évolution de l'état de la population de poissons dépend surtout des caractéristiques de l'espèce. Or, on montre que :

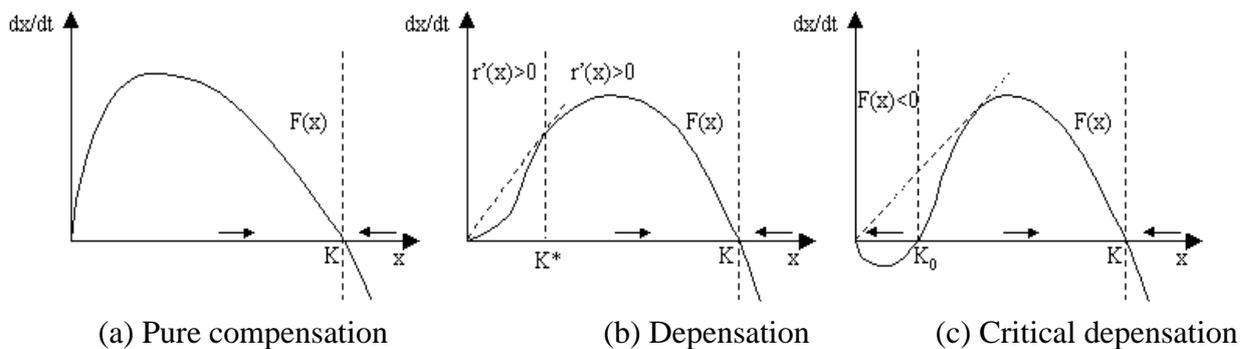
$$\lim_{K \rightarrow +\infty} F(x) = r x,$$

c'est-à-dire que, à la limite, lorsque la capacité de charge est très grande, le taux de croissance de la population de poissons ( $F(x)/x$ , par définition) est égal à  $r$ .

Pour l'interprétation de  $K$ , remarquons que l'état de la population augmente quand  $x < K$ , est stable quand  $x = K$  et diminue quand  $x > K$ . Ces propriétés sont traduites sur la figure par des flèches indiquant le sens de variation de l'état  $x$ . L'état d'équilibre de la population de poissons, rejoint à long en l'absence de perturbation, est donc  $x^* = K$ .

Remarque : le modèle de croissance logistique généralisée se définit par toute fonction d'accroissement instantané  $F(x)$  telle qu'il existe un équilibre asymptotiquement stable  $x^* = K$ . Le graphique ci-dessous donne trois exemples :

- (a) taux de croissance décroissant (pure compensation),
- (b) taux de croissance croissant puis décroissant (depensation),
- (c) taux de croissance négatif puis positif (critical depensation).



#### - Le prélèvement maximum soutenable

Un critère de gestion souvent appliqué par les agences de régulation des pêcheries est le prélèvement maximum soutenable.

Pour le définir, il faut commencer par préciser la notion de prélèvement soutenable. Un prélèvement est dit soutenable lorsqu'il est au plus égal à l'accroissement naturel de la population (c'est donc un prélèvement qui n'entame pas le stock). En notant  $h$  le prélèvement du secteur de la pêche par unité de temps,  $h$  est soutenable s'il vérifie :

$$h \leq F(x).$$

A court terme, le prélèvement soutenable dépend de l'état courant de la population de poissons. A long terme, par contre, l'état de la population est ajustable, au moyen d'une gestion adéquate (en diminuant ou en augmentant le prélèvement, selon l'objectif). En particulier, il est judicieux de rechercher le niveau de population qui permette de tirer un prélèvement soutenable maximum. Si on note  $x_{PMS}$  l'état de la population permettant le prélèvement maximum soutenable et  $h_{PMS}$  le prélèvement maximum soutenable associé, ils vérifient :

$$\begin{aligned} x_{PMS} &\text{ maximise } F(x), \\ h_{PMS} &= F(x_{PMS}). \end{aligned}$$

#### ii) *Analyse du secteur de la pêche*

Le comportement des pêcheurs dépend à la fois de la technique de pêche, de paramètres économiques et du cadre institutionnel dans lequel il exerce son activité.

### - La fonction de production

La technique de pêche et le rendement varient avec l'espèce et la zone de pêche. Dans une représentation stylisée, on suppose que le prélèvement du secteur de la pêche par unité de temps, noté  $h$ , peut être approché par la relation :

$$h = q E x,$$

avec :

-  $q$  : un coefficient de préabilité propre à l'espèce considéré et à la technique de pêche qui lui est applicable ;

-  $E$  : l'effort de pêche global, mesuré en nombre de bateaux, en jours de mer, en nombre de filets, etc ;

-  $x$  : l'état de la population de poissons.

La relation considéré implique les propriétés intuitives suivantes : toutes choses égales par ailleurs :

- le prélèvement augmente avec l'effort de pêche ;

- le prélèvement augmente avec l'état de la population.

### - Les paramètres économiques

Les paramètres pertinents pour comprendre les motivations des pêcheurs sont le prix de vente  $p$  de la ressource, le coût  $c$  de l'effort de pêche et le taux d'intérêt  $i$  sur le marché financier. A partir de ces notions, on peut définir :

-  $RT = p h$  : le flux de recette totale ;

-  $CT = c E$  : le flux de coût total ;

-  $\pi = RT - CT$  : le flux de profit ;

-  $VAN = \int_{0 \leq t \leq \infty} \pi e^{-i t} dt$  : la valeur actualisée des flux de profit.

Il est important de dire que le coût de l'effort de pêche est défini de façon extensive, de manière à intégrer aussi bien les coûts directs (main-d'œuvre, carburant, amortissement du capital, etc.) que les coûts d'opportunité. Ainsi, le coût englobe l'ensemble des gains auxquels le pêcheur renonce du fait qu'il emploie son capital humain et financier dans ce secteur, plutôt que dans un autre secteur de l'économie.

Pour la suite, il est utile de poser l'hypothèse :  $K > c / (p q)$ . Ceci revient à ne retenir que les espèces dont l'exploitation est économiquement rentable. En effet, l'exploitation d'une espèce peut être rentable s'il existe des valeurs de l'état  $x$  pour lesquels le secteur de la pêche peut dégager un profit positif. Or, le profit est égal à :

$$\pi = (p q x - c) E,$$

pour un état  $x$  donné de la population de poissons. Il est donc croissant avec  $x$ . Sachant que l'état de la population est au maximum égal à  $K$  à l'état naturel, un profit positif peut être dégagé si la condition :  $p q K - c \geq 0$  est satisfaite.

### - Le cadre institutionnel

La régulation de la concurrence entre les pêcheurs sur la pêcherie (Lieu où on pêche) est essentielle pour comprendre le fonctionnement du secteur de la pêche. Essentiellement, on distingue trois régimes différents :

- l'accès libre : tout pêcheur accède sans coût à la pêcherie. Cette hypothèse s'apparente à l'hypothèse de fluidité parfaite sur un marché et a les mêmes conséquences. Cette situation est le cas général en matière de pêche industrielle en haute mer (au-delà de la bande des 200 miles) ;

- la pêche réglementée : la zone de pêche est gérée par une autorité publique. Elle fixe les conditions techniques de pêche (durée de la saison, délivrance de licences de pêche, quotas, normes techniques, etc.) et prélève éventuellement des taxes sur le secteur. Cette situation prévaut le plus souvent dans les zones de pêche exclusives (la bande des 200 miles) ;

- la propriété privée : au sens étroit, cette hypothèse signifie qu'un individu unique exploite en concession la pêcherie. Au sens large, on l'étend pour englober le cas où des pêcheurs exploitent la zone en fonction de permis de pêche échangeables qu'ils ont reçus d'une autorité publique ou qu'ils ont acheté à un autre pêcheur.

L'hypothèse retenue a des implications très différentes sur la concurrence entre les pêcheurs et sur la gestion de la ressource qui s'ensuit. De la même façon que pour les ressources épuisables, une gestion rationnelle de la population de poissons suppose de tenir compte des effets futurs des prélèvements actuels. Le prélèvement d'une unité supplémentaire aujourd'hui réduit la disponibilité future directement (l'unité en question) et indirectement (les descendants de l'unité prélevée). Il s'ensuit soit, si l'on raisonne à effort de pêche constant, une réduction de la production future, soit, si l'on raisonne à production constante, une augmentation des coûts de production futurs. Dans tous les cas, il existe un coût d'usage de la ressource. Et pour gérer de façon efficace la population de poissons, il faut ajouter ce coût d'usage au coût de l'effort de pêche.

Si la zone de pêche est en accès libre, les pêcheurs ne tirent aucun avantage individuel à conserver la ressource en prenant en compte son coût d'usage dans leurs calculs. En effet, sous l'hypothèse d'accès libre, des pêcheurs entrent sur la zone de pêche à chaque fois qu'ils peuvent réaliser un profit positif (on se souvient que le coût de l'effort de pêche intègre les coûts d'opportunité). Dans ces conditions, tout effort individuel pour préserver la population de poissons est vain, puisque le profit obtenu sera réalisé par un autre. Si les pêcheurs en ont conscience, ils seront conduits à surexploiter la ressource.

On comprend ainsi qu'il soit souvent nécessaire de réglementer les pêcheries pour limiter le prélèvement. Si l'objectif poursuivi est aisément défini, il n'est pas si facilement atteint. La raison fondamentale vient du fait que l'incitation des pêcheurs à surexploiter la population de poissons est toujours sous-jacente et qu'elle s'exprimera dès qu'il existera une faille dans le dispositif de régulation mis en place. Dans une section prochaine, nous présenterons quelques moyens qui ont été expérimentés et leurs effets.

Le régime de propriété privée surmonte la difficulté par hypothèse. Dans ces circonstances, le pêcheur tire personnellement les avantages d'une exploitation modérée de la ressource. S'il veut maximiser son profit, il doit tenir compte du coût d'usage de la ressource, puisqu'il mesure les pertes de profits futurs, en valeur actuelle, qu'il subit. Il semble donc que ce soit une solution à préconiser. Toutefois, l'hypothèse ne précise par les moyens concrets pour organiser et contrôler un tel système, ce qui est la difficulté principale.

### iii) *Le modèle Proie-Prédateur*

On analyse ici les évolutions conjointes du secteur de la pêche et de la population de poissons. La description proposée est proche du modèle Proie-Prédateur, développé par les biologistes, pour décrire la dynamique de deux populations sur un territoire donné, l'une proie, l'autre prédatrice.

A l'instant initial, l'état de la population de poissons est  $x(0) = x_0$ . Par la suite, son accroissement par unité de temps est égal à :

$$x' = F(x) - h,$$

où  $F(x)$  est l'accroissement naturel et  $h$  est le prélèvement par le secteur de la pêche. Il augmente si l'accroissement naturel est supérieur au prélèvement, et inversement.

A l'instant initial, l'état du secteur de la pêche est  $E(0) = E_0$ . Par la suite, son accroissement par unité de temps est égal à :

$$E' = a V,$$

où  $a$  est un paramètre positif et  $V$  est un indicateur de la rentabilité économique de la pêcherie, relativement au reste de l'économie. Plusieurs mesures de  $V$  peuvent être utilisées, reflétant des hypothèses comportementales concurrentes concernant le secteur de la pêche ( $V = \pi$ ,  $VAN$  ou  $F'(x) - i$ ). Dans tous les cas, la loi d'évolution posée implique que l'état du secteur de la pêche augmente quand  $V$  est positif, et inversement.

Anticipons intuitivement les conséquences attendues de ces hypothèses. Considérons une situation initiale dans laquelle le poisson est abondant et le secteur de la pêche peu développé. Dans ce cas, la pêcherie est *a priori* rentable et suscite l'entrée de nouveaux pêcheurs. Par ailleurs, un tel afflux se poursuit tant que le ratio du stock de poissons sur la taille du secteur de la pêche reste élevé. Mais, cette situation ne peut se prolonger au-delà d'une certaine durée. Du fait que le prélèvement augmente avec la taille du secteur de la pêche, il arrive inéluctablement un moment où le ratio diminue et où le secteur de la pêche devient non rentable. Alors, la taille du secteur de la pêche va commencer à diminuer. Ceci se poursuit, tant le ratio n'est pas rétabli, ce qui ne manquera pas d'arriver, puisque le prélèvement diminue avec la taille du secteur de la pêche. On retrouve alors l'état initial...

Nous proposons maintenant de reprendre formellement l'analyse de la dynamique du système :

$$x' = F(x) - h,$$

$$E' = a V,$$

avec  $x(0) = x_0$  et  $E(0) = E_0$ ,

pour la spécification suivante des fonctions :

$$F(x) = r x (1 - x/K),$$

$$h = q E x,$$

$$V = \pi = p h - c E.$$

En substituant dans le système dynamique, il vient :

$$x' = r x (1 - x/K - q E/r),$$

$$E' = a (p q x - c) E,$$

avec  $x(0) = x_0$  et  $E(0) = E_0$ .

L'étude de ce système permet de mettre en évidence quatre régions dans le plan  $(E, x)$ , auxquelles correspondent quatre évolutions différentes du système. Ces régions sont délimitées par les deux frontières :

- la frontière des prélèvements soutenables : c'est l'ensemble des points  $(E, x)$  tels que l'accroissement naturel de l'état de la population de poissons compense juste le prélèvement opéré par le secteur de la pêche. Ils vérifient donc l'équation :

$$F(x) = r x (1 - x/K) = q E x = h,$$

soit, pour  $x$  non nul, l'équation de la droite :

$$x = (1 - q E / r) K.$$

Cette droite passe par les points  $(0, K)$  et  $(r/q, 0)$ .

Partant d'un point de cette frontière, une diminution de  $E$  laisse inchangé l'accroissement naturel du stock de poissons  $F(x)$  d'une part, et implique un prélèvement  $h$  moindre d'autre part, et inversement. Il s'ensuit que, à gauche de cette frontière, l'état  $x$  de la population de poissons augmente, et inversement ;

- la frontière d'équilibre économique : c'est l'ensemble des points  $(E, x)$  tels que le secteur de la pêche a la même rentabilité économique que le reste de l'économie. Ils vérifient l'équation :

$$\pi = (p q x - c) E = 0,$$

soit, pour  $E$  non nul, l'équation de la droite :

$$x = c / (p q),$$

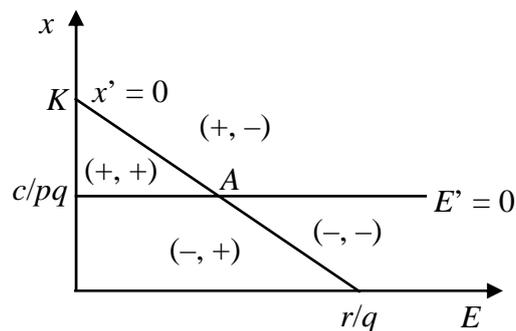
passant par le point  $(0, c / (p q))$  et horizontale.

Partant d'un point de cette frontière, une augmentation de  $x$  améliore la productivité moyenne de l'effort de pêche et donc le profit, et inversement. Il s'ensuit que, au-dessus de cette frontière, l'état  $E$  du secteur de la pêche augmente, et inversement.

- l'équilibre bio-économique : le point de coordonnées  $(E^*, x^*) = (r (1 - c/(pqK))/q, c/pq)$  vérifie l'équation des deux frontières ci-dessus. Cette propriété fait de lui l'équilibre stationnaire du système dynamique considéré. En effet, en ce point, d'une part le prélèvement est soutenable et, par conséquent, l'état de la population de poissons est stable ; d'autre part, le secteur de la pêche jouit du même niveau de rentabilité que le reste de l'économie et, par

conséquent, l'état du secteur de la pêche est stable. Le système se maintient donc dans le même état indéfiniment.

On représente ces résultats sur la figure suivante. Les deux frontières  $E' = 0$  et  $x' = 0$  sont représentées. A l'intersection, on place le point d'équilibre stationnaire, noté A. L'évolution du système dynamique, dans chaque région du plan ainsi obtenue, est symbolisé par un vecteur, dont les composantes sont formées du signe de  $E'$  et de  $x'$  respectivement. Par exemple, la notation  $(+, -)$  signifie que  $E'$  est positif et  $x'$  est négatif, donc que  $E$  augmente et  $x$  diminue.



On peut utiliser cette figure pour caractériser l'évolution du système dynamique considéré. Partant de l'état initial  $(E_0, x_0)$  donné, le système suit une trajectoire orientée conformément aux signes de  $E'$  et  $x'$ . Ainsi :

- dans la région  $(+, +)$ , le système se déplace vers le NE ;
- dans la région  $(+, -)$ , le système se déplace vers le SE ;
- dans la région  $(-, -)$ , le système se déplace vers le SO ;
- dans la région  $(-, +)$ , le système se déplace vers le NO.

Il s'ensuit que la trajectoire suivie par le système dynamique oscille autour de l'équilibre stationnaire A.

Remarque : à l'équilibre stationnaire, on a  $x^* >, =$  ou  $<$  à  $x_{PMS} = K/2$  selon que  $c/pq$  est  $>, =$  ou  $<$  à  $K/2$ , respectivement.

Ce constat ne suffit pas à déterminer complètement la solution, puisque trois cas sont *a priori* possibles :

- si l'équilibre stationnaire est stable, la trajectoire suivie tourne autour de A en se resserrant à chaque tour. Alors, le système converge vers le point A. En ce cas, la connaissance des propriétés de l'équilibre stationnaire est importante, puisque le système tend à l'atteindre ;

- si l'équilibre est instable, on a deux possibilités :

\* la première possibilité est que la trajectoire suivie par le système dynamique se referme sur elle-même. Sous cette hypothèse limite, la dynamique conjointe de la population de poissons et du secteur de la pêche est cyclique (elle se reproduit à l'identique selon une certaine périodicité) ;

\* la seconde possibilité est que la trajectoire suivie tourne autour de l'équilibre en s'évasant à chaque tour. La dynamique est alors explosive, en ce sens que l'amplitude des oscillations augmente avec le temps. A terme, on est conduit à deux issues possibles : l'abandon de la pêche ou l'épuisement de la ressource.

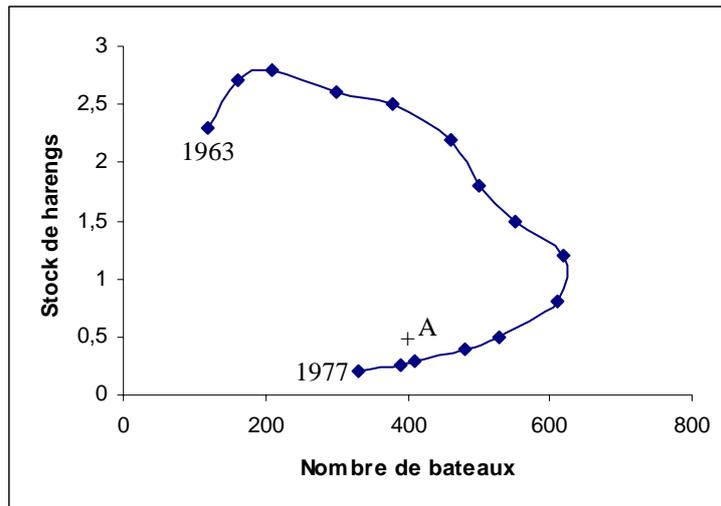
On montre que l'équilibre bio-économique  $(E^*, x^*)$  est L-localement stable, c'est-à-dire qu'il existe un voisinage de ce point tel que, pour tout état initial  $(E_0, x_0)$  pris dans ce voisinage, la solution du système dynamique ne quitte pas ce voisinage et converge vers l'équilibre bio-économique.

En effet, soit  $J^*$  la matrice Jacobienne, associée au système dynamique, évaluée en  $(E^*, x^*)$ . On a :

$$J^* = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & & -r x^*/K & -q x^* \\ \hline & & a p q E^* & 0 \\ \hline \end{array}$$

Par théorème, sachant que  $\text{trace}(J^*) = -r x^*/K < 0$  et  $\text{dét}(J^*) = a p q^2 E^* x^* > 0$ , la matrice Jacobienne est différentiellement stable et l'équilibre bio-économique est L-localement stable.

L'illustration suivante, tirée de Björndal et Conrad (1987) (repris dans Kuuluvainen et Tahvonen), est une application du modèle théorique présenté ci-dessus. Ils étudient la pêche aux harengs en mer du nord sur la période 1963-77. Cinq pays exploitent cette pêcherie en libre accès : l'Allemagne, le Danemark, les Pays-Bas, la Norvège et le Royaume uni. En 1963, le stock de harengs est évalué à 2,4 millions de tonnes et la flotte de pêcheurs comporte environ 120 bateaux. Au cours de la décennie qui suit, la population de poissons passe à 1 million, pendant que la flotte est multipliée par 6. Parallèlement, les coûts de prélèvement augmentent, au point d'inciter les pêcheurs à quitter la pêcherie à partir de 1972. En 1977, l'Union Européenne, constatant la sur-pêche, décide l'interdiction de la pêche. Cette décision aurait permis d'éviter l'épuisement du hareng en mer du nord.



Source : Bjorndal et Conrad (1987), "The Dynamics of Open Access Fishery", Canadian Journal of Economics, 20 : 74-85.

#### iv) Propriétés statiques et modèle Gordon-Schaefer

Le modèle Gordon-Schaefer (Gordon, 1954 ; Schaefer, 1957) fait disparaître toute représentation de la dynamique de l'interaction entre la population de poissons et le secteur de la pêche. C'est un modèle statique qui privilégie la description de l'équilibre biologique. Grâce à cette simplification, il constitue un cadre commode pour envisager différents modes de gestion de la pêche et d'analyser la régulation du secteur de la pêche.

##### - Le modèle Gordon-Schaefer

Le modèle de Gordon-Schaefer s'écrit :

$$h = q E (1 - q E / r) K,$$

$$RT = p h,$$

$$CT = c E.$$

On peut montrer qu'il s'agit d'une forme réduite du modèle précédent. Précisément, il résulte d'une hypothèse de travail, par laquelle l'état de la population de poissons  $x$  est supposé s'ajuster infiniment vite à tout effort de pêche  $E$  et rejoindre par conséquent instantanément l'équilibre stationnaire associé, égal à  $(1 - q E / r) K$  (solution en  $x$  de l'équation  $x' = r x (1 - x/K - q E/r) = 0$ ). Sous cette hypothèse, on peut remplacer  $x$  par  $(1 - q E / r) K$  dans l'expression du prélèvement  $h = q E x$ , pour obtenir la première équation du modèle de Gordon-Schaefer.

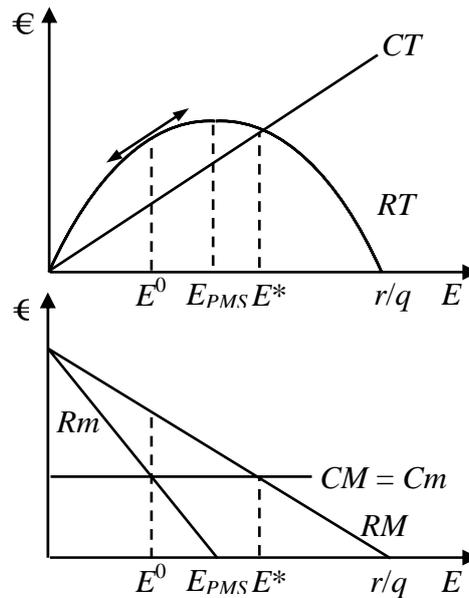
La conséquence immédiate de cette hypothèse est que le prélèvement croît avec l'effort de pêche  $E$ , quand ce dernier est petit, puis décroît ensuite, quand il augmente. Ceci tient au fait que la ressource se raréfie, à l'équilibre stationnaire, avec l'effort de pêche.

La figure suivante, inspirée de Schaefer (1957), présente graphiquement les données du modèle. En abscisses, on porte l'effort de pêche  $E$ . En haut, on représente la recette totale  $RT$

et le coût total  $CT$  de l'effort de pêche  $E$ . En dessous, on déduit des précédentes les données suivantes :

- $RM = RT/E = p q (1 - q E / r) K$  : la recette moyenne de l'effort de pêche ;
- $Rm = \partial RT/\partial E = p q (1 - 2 q E / r) K$  : la recette marginale de l'effort de pêche ;
- $CM = CT/E = c$  : le coût moyen de l'effort de pêche ;
- $Cm = \partial CT/\partial E = c$  : le coût marginal de l'effort de pêche.

Toutes ces données s'expriment en euros.



Le modèle statique de Gordon et Schaefer permet, simplement, de définir et d'étudier les notions de prélèvement maximum soutenable, d'équilibre bio-économique et d'état optimal statique.

- Le prélèvement maximum soutenable

Le prélèvement maximum soutenable résulte d'une situation telle que :

- d'une part, l'état de la population de poissons est stable ;
- d'autre part, le prélèvement et, par suite, la recette totale sont maximums.

C'est donc la solution du problème d'optimisation :

$$\begin{aligned} &\text{chercher } E \text{ et } x \text{ pour maximiser : } h = q E x, \\ &\text{sous la contrainte : } x' = r x (1 - x/K) - q E x = 0. \end{aligned}$$

Dans le modèle Gordon-Schaefer, la contrainte est satisfaite en tout point de la courbe  $RT$  (rappelons que la courbe  $RT$ , par définition, détermine la recette qui résulte du prélèvement soutenable, pour le niveau d'effort considéré). La solution de ce problème s'obtient ainsi, indirectement, en trouvant l'effort de pêche  $E_{PMS}$  où la courbe  $RT$  atteint son maximum.

Sur la figure du bas, ce point correspond à l'intersection de la courbe  $Rm$  avec l'axe des abscisses. On montre facilement que la solution a pour expression est :  $(E_{PMS}, x_{PMS}) = (r/2q, K/2)$ .

- L'équilibre bio-économique

Rappelons que l'équilibre bio-économique  $(E^*, x^*)$  se définit comme la réunion de deux conditions :

- d'une part, l'état de la population de poissons est stable ;
- d'autre part, le secteur de la pêche a la même rentabilité que le reste de l'économie.

Dans le modèle de Gordon-Schaefer, l'effort de pêche de l'équilibre bio-économique vérifie simplement :

$$RT = CT.$$

En effet, par construction, n'importe quel point de la courbe  $RT$  vérifie la première condition. La seconde condition est remplie lorsque  $RT = CT$ .

On situe donc l'équilibre bio-économique, sur la figure du haut, au point d'intersection des courbes  $RT$  et  $CT$ . On le retrouve, sur la figure du bas, à l'intersection des courbes  $RM$  et  $CM$ . On a déjà obtenu l'expression analytique de l'équilibre bio-économique :  $(E^*, x^*) = (r(1 - c/(pqK))/q, c/(pq))$ . En utilisant ces expressions, on peut compléter le tableau suivant, qui donne le sens de variation de l'équilibre bio-économique (i.e.  $E^*$  et  $x^*$ ), en fonction de quelques paramètres du modèle :

Var.\Param.	$p$	$c$	$r$	$K$
$E^*$	+	-	+	+
$x^*$	-	+	0	0

Plus directement, on peut entrevoir les effets des variations des paramètres  $c$ ,  $K$  et  $p$ , en utilisant la figure du haut. On note d'abord qu'il est équivalent, du point de vue des conséquences sur l'équilibre bio-économique, de multiplier  $c$  par  $\lambda$ , de diviser  $p$  par  $\lambda$  ou de diviser  $K$  par  $\lambda$ . On peut donc se contenter d'étudier l'effet d'une modification de  $c$ .

Si  $c = 0$ , la courbe  $CT$  est confondue avec l'axe des abscisses et l'équilibre bio-économique se produit pour  $E^* = r/q$  et  $x^* = 0$ . En prenant cette situation comme point de départ, si  $c$  augmente,  $E^*$  diminue et  $x^*$  augmente. Pour  $c$  suffisamment faible (par le calcul, pour  $c < pqK/2$ ), l'équilibre bio-économique est tel que  $E^* > E_{PMS}$  et  $x^* < x_{PMS}$ . Il y a donc *surexploitation biologique* de la population de poissons. Pour des valeurs plus grandes de  $c$  (par le calcul, pour  $p q K < c < p q K/2$ ), l'équilibre bio-économique vérifie  $E^* < E_{PMS}$  et  $x^* > x_{PMS}$ . Au-delà, l'exploitation de cette espèce n'est pas rentable économiquement :  $E^* = 0$  et  $x^* = K$ .

- Gestion statique optimale de la pêche

Une gestion efficace de la pêche implique de choisir un effort de pêche  $E^0$  (et, en même temps, un état de la population de poissons  $x^0$ ), tel que, à l'équilibre, le surplus :  $W = (p q x - c) E$  soit maximum. C'est la solution du problème d'optimisation sous contrainte :

$$\begin{aligned} &\text{choisir } E \text{ et } x \text{ pour maximiser : } W = (p q x - c) E, \\ &\text{sous la contrainte : } x' = r x (1 - x/K) - q E x = 0. \end{aligned}$$

A priori, ce mode de gestion serait suivi en cas d'appropriation privée de la pêche par un propriétaire ayant un taux de préférence pour le présent nul. En effet, sous ces hypothèses, le propriétaire prend en compte les effets à long terme de son prélèvement actuel, puisqu'il est seul à en subir les conséquences.

Si l'effort de pêche  $E^0$  maximise le surplus, il vérifie la condition d'optimalité du premier ordre :

$$r m = p q (1 - 2 q E^0 / r) K = c = C m,$$

qui garantit qu'on applique toutes les unités d'effort de pêche qui rapportent plus qu'elles ne coûtent. En transformant cette égalité, on trouve :

$$E^0 = r (1 - c/(p q K)) / 2 q,$$

L'état d'équilibre de la population correspondant est :

$$x^0 = (1 - q E^0 / r) K = (1 + c/(p q K)) K/2.$$

On montre directement que, quels que soient les paramètres, on a :

$$\begin{aligned} E^0 &< E_{PMS} \text{ et } x^0 > x_{PMS}, \\ E^0 &< E^* \text{ et } x^0 > x^*. \end{aligned}$$

Ces résultats mettent en évidence deux propriétés importantes :

- comme on l'a vu, l'équilibre bio-économique produit ou non, suivant la valeur des paramètres, une surexploitation de la ressource au sens biologique : on a tantôt  $x^* > K/2$ , tantôt  $x^* < K/2$ . La première inégalité ci-dessus montre qu'il n'est jamais efficace, quels que soient les conditions (i.e. la valeur des paramètres  $c$ ,  $p$  et  $q$ ), de dépasser la population  $K/2$  permettant le prélèvement maximum soutenable ;

- la seconde inégalité permet d'affirmer que l'équilibre bio-économique produit toujours une situation de surexploitation de la ressource au sens économique.

Par le calcul, on peut également compléter le tableau suivant, présentant les effets des variations des paramètres sur l'état optimal :

Var.\Param.	$p$	$c$	$r$	$K$
$E^0$	+	-	+	+
$x^0$	-	+	0	0

On peut résoudre ce problème à l'aide du modèle Gordon-Schaefer. Par construction, n'importe quel point de la courbe  $RT$  vérifie la contrainte du problème. Il est donc équivalent de résoudre le problème d'optimisation suivant :

chercher  $E$  pour maximiser :  $W = RT - CT$ .

En utilisant la figure, on trouve la solution  $E^0$  de ce problème de deux manières différentes. L'effort de pêche efficace se détermine à l'intersection des courbes  $Rm$  et  $Cm$  sur la figure du bas. Sur la figure du haut, on retrouve ce résultat en notant que l'effort de pêche efficace au sens économique s'obtient à l'intersection de la parallèle à la droite  $CT$  tangente à la courbe  $RT$ .

#### v) *Régulation de la pêche*

En pratique, la régulation du secteur de la pêche est mal maîtrisée (Munro et Scott, 1985). Les autorités adoptent souvent des mesures bénéfiques à court terme, inefficace à long terme. Elles semblent négliger les raisons économiques de la surpêche.

On peut classer les méthodes de régulation en 6 catégories :

1) la limitation de la saison : la pêche est interdite ou limitée pendant les périodes de reproduction ;

2) les normes techniques sur les filets : cette mesure est prise soit pour éviter d'occasionner des dommages sur l'habitat ou sur d'autres espèces, ou directement pour réduire l'efficacité de la pêche ;

3) la limitation des entrées : les autorités contingentent le nombre de bateaux intervenants sur la pêche. En pratique, les autorités réclament à chaque pêcheur la possession d'une licence d'abord, puis réduisent progressivement le nombre de licences distribuées ensuite ;

4) les quotas de pêche agrégés : la saison de pêche est fermée dès que le prélèvement agrégé dépasse le quota défini ;

5) les taxes : une taxe peut être prélevée sur la pêche ou sur les inputs ;

6) les quotas de pêche individuels transférables : le quota de pêche individuel définit le prélèvement autorisé par période à son propriétaire et est librement cessible.

La limitation de la saison de pêche ou les normes techniques sur les filets limitent l'efficacité de la pêche et augmentent les coûts de la pêche. Si la raison est biologique (les périodes de reproduction, la protection d'autres espèces, la préservation de l'écosystème, etc.), ces méthodes se justifient. Si l'objectif est seulement la réduction du prélèvement, elles ne sont pas défendables d'un point de vue économique. A quantité de prélèvement donnée, un objectif de la régulation du secteur de la pêche devrait être d'utiliser la technique la moins coûteuse.

La limitation des entrées est a priori une méthode correcte pour éviter la surexploitation de la pêcherie. Elle produit le résultat attendu à court terme. A long terme, des conséquences négatives apparaissent. Le stock de poissons et la rentabilité étant reconstitués, les pêcheurs pourvus d'une licence sont incités à accroître leur capacité de prélèvement (puissance du moteur, dimension des filets, équipement électronique, etc.) A l'issue de ces ajustements, on constate à la fois une sur-pêche et une sur-capitalisation de la flotte.

Le système des quotas de pêche agrégés aggrave encore les défauts de la limitation des entrées. Les autorités définissent une date d'ouverture de la saison de pêche et un quota agrégé de pêche. Elles mesurent ensuite les quantités débarquées par les pêcheurs. Elles ferment la saison de pêche dès que le quota agrégé est atteint. Ce système présente l'inconvénient d'engager les pêcheurs dans une course pour obtenir la plus grande part du quota agrégé. Il exacerbe donc les défauts du système de la limitation des entrées et induit en plus un raccourcissement de la saison de pêche. Sur le marché, on a les conséquences suivantes : pendant la saison, le prix du poisson frais est bas ; hors saison, les consommateurs doivent se contenter de poisson congelé.

Clark illustre ces effets secondaires avec la pêche aux flétans dans le pacifique nord. Cette pêcherie est contrôlée depuis 1924 par la Pacific Halibut Commission. Grâce à cette intervention, le stock est reconstitué jusqu'à atteindre, dans les années 50, le stock du prélèvement maximum soutenable. Ensuite, avec l'avènement de la pêche industrielle et l'arrivée des japonais et des russes, le stock repasse largement sous le niveau du prélèvement maximum soutenable. L'extension de la zone économique exclusive à 200 miles à la fin des années 1970 a renforcé le contrôle de la Pacific Halibut Commission.

Clark s'intéresse à l'utilisation de quotas de pêche agrégés sur la zone 3A de la Pacific Halibut Commission en 1987. Le quota agrégé annuel est fixé à 31,3 millions de livres. La pêche est ouverte sur 3 jours de 24 h (4-5 mai, 1-2 juin et 30 septembre-1 octobre). Au total, 1875 bateaux participent à l'effort de pêche. Le prix du flétan débarqué est 1,58 \$/lb. En moyenne, chaque bateau gagne 26 400 \$ bruts en 3 jours. Aucune donnée sur les coûts n'est disponible.

Remarque : Clark approfondit l'analyse de cet exemple en posant :

- le quota de pêche annuel :  $Q = 31,3 \times 10^6$  lb ;
- la flotte totale :  $N = 1875$  bateaux ;
- la durée de la saison de pêche :  $T = 3$  jours ;
- le prix du poisson :  $p = 1,58$  \$/lb ;
- la recette total :  $RT = 26\ 400$  \$ ;
- le prélèvement par jour de pêche (supposé constant) :  $q$  ;
- le coût de la journée de pêche :  $CT = c T + F$ .

Clark veut déterminer  $q$ ,  $c$  et  $F$ , sous l'hypothèse que ces données caractérisent un équilibre bio-économique. En posant  $F = 10000$  \$/an, Clark arrive au résultat :

$$RT = p q T \Leftrightarrow q = RT / p T = 5560 \text{ lb/jour ;}$$

$$\pi = RT - c T - F = 0 \Leftrightarrow c = (26400 - 10000)/3 = 5470 \text{ \$/jour.}$$

A partir de ces données, Clark se propose d'évaluer les pertes liées à la course au quota de pêche. Soit  $T_{\max} = 100$  jours la durée maximale de la saison de pêche. Sous l'hypothèse que le prélèvement par jour  $q$  et le coût par jour  $c$  sont constants, le coût minimum pour prélever le quota  $Q$  est atteint en limitant la flotte au nombre de bateaux juste capables de prélever le quota sur une saison d'une durée  $T_{\max}$ . Le nombre de bateaux minimum pour prélever le quota agrégé est :

$$N^* = Q / q T_{\max} = 56 \text{ bateaux,}$$

et la rente totale correspondante :

$$\text{Rente} = (p q - c) N^* T_{\max} - F N^* = 18,2 \times 10^6 \text{ \$/an.}$$

L'introduction d'une taxe sur les quantités de poissons prélevées et débarquées permet, sous certaines conditions, d'atteindre l'état optimal. La raison de la surpêche est l'absence d'incitation du pêcheur à prendre en compte la valeur future du poisson laissé en mer. Une taxe d'un montant approprié corrige ce défaut, en forçant le pêcheur à intégrer ce coût dans son programme de pêche. En longue période, les propriétés théoriques de la taxe sont :

- la taxe décentralise l'état optimal si elle est fixée telle que  $(p q x^0 - c - t) E^0 = 0$  ;
- pour tout taux de taxe, le secteur de la pêche prélève la quantité prélevée au moindre de coût.

En pratique, cette mesure est difficile à mettre en place, car elle rencontre une opposition forte de la part du lobby des pêcheurs, dans la mesure où la rente de la pêcherie est captée par l'impôt.

Les quotas de pêches individuels et transférables sont un autre moyen efficace d'intervention. Les autorités définissent un quota de pêche agrégé pour la saison et le répartissent entre les pêcheurs. Le propriétaire du quota peut pêcher la quantité correspondante ou la vendre à un autre pêcheur. En longue période, les propriétés théoriques de ce système sont :

- ce système décentralise l'état optimal si le quota est fixé égal à  $q E^0 x^0$  ;
- quel que soit le quota défini, il est prélevé au moindre coût par le secteur de la pêche.

A l'inverse de la taxe, un système de quotas de pêche individuels et transférables alloue la rente de la pêcherie aux pêcheurs (quand les quotas sont alloués gratuitement).

## 5) Forêts

Les forêts offrent un grand nombre de produits et de services. Elles produisent le bois servant de matières premières pour le bâtiment, l'ameublement, le papier, etc. Elles fournissent également des services non liés au bois, souvent négligés, comme habitat pour des espèces sauvages, comme lieu de récréation, comme puit de carbone, etc.

L'économie forestière s'est surtout penchée sur la production de bois. Cette orientation suffit pour traiter de l'exploitation des forêts qui offrent peu de services environnementaux (par

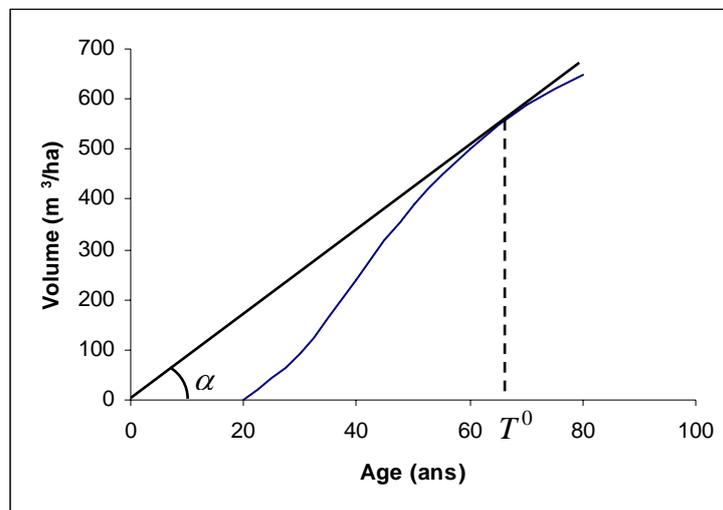
exemple, la forêt boréal secondaire). Pour les autres cas (par exemple, les forêts tropicales), l'analyse doit introduire les aspects environnementaux.

La gestion des forêts dans le monde apparaît très contrastée. En Europe et en Amérique du nord, la ressource forestière tend à augmenter. Dans le même temps, la déforestation dans les régions tropicales se poursuit à un rythme inquiétant. Les conséquences négatives de cette déforestation sont multiples : diminution du volume de bois, contribution au réchauffement climatique, érosion, diminution de la biodiversité.

Dans cette section, nous étudions la forêt sous l'angle de la production de bois.

### i) Production de bois

Soit  $Q(t)$  le volume de bois produit par une génération d'arbres plantée sur une parcelle donnée en fonction de son âge. La figure suivante représente cette donnée pour le cas du pin en Norvège :



Pour les arbres très jeunes, l'accroissement du volume est lent. Cette période est suivie d'une période de croissance rapide du volume. Quand la rotation atteint sa maturité, l'accroissement du volume ralentit, puis s'arrête voire s'inverse du fait de la mortalité naturelle des arbres. En réalité, la croissance du volume sur une parcelle dépend de multiples facteurs : l'espèce, la densité, la qualité du sol, etc.

Les forestiers déterminent le plus souvent la durée de rotation d'un point de vue biologique uniquement. L'objectif est alors de maximiser le volume de bois produit sur une période d'exploitation donnée. En notant :

- la durée de la période d'exploitation  $D$ ,
- la durée de la période de rotation  $T$ ,

le forestier effectue  $D/T$  rotations, le volume de bois produit à chaque rotation est  $Q(T)$  et la production totale de bois est donnée par :

$$D Q(T)/T.$$

On voit ainsi que pour maximiser le volume de bois, il faut maximiser la production moyenne par an  $Q(T)/T$  de chaque rotation.

Sur la figure précédente, on détermine la période de rotation maximisant le volume de bois produit en remarquant que  $Q(T)/T = \tan(\alpha)$ . Plus le rayon partant de l'origine et passant par la courbe représentant  $Q(T)$  est pentu, plus la production annuelle est grande. On obtient la rotation maximisant le volume de bois au point de tangence entre le rayon le plus pentu passant par la courbe. Elle est environ de 70 ans.

Un autre façon d'obtenir la période de rotation maximisant le volume de bois consiste à égaliser la production moyenne  $Q(T)/T$  et la production marginale  $Q'(T)$ .

### ii) *Le critère de Faustman*

En 1849, Faustman (un forestier allemand) est le premier à poser le problème de l'optimisation dynamique des revenus d'une forêt. Ce problème est résolu 11 ans plus tard par Pressler.

Le problème se pose dans les termes suivants. On cherche la période de rotation qui maximisera la valeur actuelle des flux de revenus nets de la parcelle.

On note :

$T$  = la durée de la période de rotation ;

$c$  = le coût de la rotation ;

$\delta$  = le facteur d'actualisation ( $\delta \text{ €maintenant} = 1 \text{ €dans une période}$ ) ;

$p$  = le prix de vente du bois ;

$N$  = le nombre de rotations.

On a :

$$VAN = -c + (p Q(T) - c) \delta^T + \dots + (p Q(T) - c) \delta^{NT}.$$

Pour les calculs et les interprétations à venir, définissons  $r = -\ln(\delta)$ . Ce paramètre s'interprète comme le taux d'intérêt du marché équivalent à  $\delta$ .

Supposons que le forestier envisage de ne faire qu'une seule rotation. Dans ce cas, on a  $N = 1$ . Son objectif est alors de maximiser :

$$VAN = -c + (p Q(T) - c) \delta^T.$$

On peut alors substituer  $\delta^T = e^{-rT}$  dans l'expression de la VAN, pour obtenir :

$$VAN = -c + (p Q(T) - c) e^{-rT}.$$

En dérivant, on obtient :

$$\partial VAN / \partial T = [p Q'(T) - r (p Q(T) - c)] e^{-rT}.$$

Si la période de rotation  $T^0$  maximise la VAN, alors elle vérifie la condition nécessaire (du premier ordre) :

$$\partial VAN / \partial T = 0 \Leftrightarrow p Q'(T^0) / (p Q(T^0) - c) = r.$$

Autrement dit, le taux d'accroissement du profit sur la rotation, consécutif à son allongement de celle-ci d'une période infiniment petite, doit être égal au taux d'intérêt du marché financier.

Supposons maintenant que le forestier envisage de faire un nombre infini de rotations. On montre que :

$$\delta^T + \dots + \delta^{NT} + \dots = \delta^T / (1 - \delta^T)$$

Le problème du forestier est donc de déterminer la période de rotation pour maximiser :

$$VAN = -c + (p Q(T) - c) \delta^T / (1 - \delta^T).$$

En substituant  $\delta^T = e^{-rT}$ , on obtient :

$$VAN + c = (p Q(T) - c) e^{-rT} / (1 - e^{-rT}).$$

En passant au logarithme, on a :

$$\ln(VAN + c) = \ln(p Q(T) - c) - rT - \ln(1 - e^{-rT}).$$

En dérivant, il vient :

$$\partial \ln(VAN + c) / \partial T = p Q'(T) / (p Q(T) - c) - r - r e^{-rT} / (1 - e^{-rT}),$$

puis, en factorisant :

$$\partial \ln(VAN + c) / \partial T = p Q'(T) / (p Q(T) - c) - r / (1 - e^{-rT}).$$

Si la période de rotation  $T^0$  maximise la VAN, alors elle vérifie la condition nécessaire (du premier ordre) :

$$\partial \ln(VAN + c) / \partial T = 0 \Leftrightarrow p Q'(T^0) / (p Q(T^0) - c) = r / (1 - e^{-rT^0}).$$

### Exercice 1 :

Supposons que  $U(q_t) = \ln(q_t)$  et que  $c = 0$ . Trouver la trajectoire d'extraction optimale.

### Corrigé :

Cette fonction d'utilité détermine la fonction d'utilité marginale et de demande suivante :

$$U'(q_t) = 1/q_t = P(q_t).$$

Le système s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} 1/q_0 &= \delta/q_1 = \dots = \delta^t/q_t = \dots, \\ q_0 + q_1 + \dots + q_t + \dots &= S_0. \end{aligned}$$

De la première ligne, on déduit que :

$$q_t/q_0 = \delta^t,$$

pour tout  $t$ . Il vient alors :

$$\begin{aligned} q_0 + q_1 + \dots + q_t + \dots &= q_0 (1 + q_1/q_0 + \dots + q_t/q_0 + \dots) \\ &= q_0 (1 + \delta + \dots + \delta^t + \dots) \\ &= q_0 / (1 - \delta). \end{aligned}$$

En introduisant ce résultat dans la contrainte d'épuisement, on trouve l'extraction à la date 0 :

$$q_0 / (1 - \delta) = S_0 \Leftrightarrow q_0 = (1 - \delta) S_0,$$

puis les extractions à toutes les dates suivantes :

$$q_t = \delta^t q_0 = \delta^t (1 - \delta) S_0.$$

**Exercice 2 :**

En reprenant la spécification de l'exercice 1, calculer la rente de rareté le long de la trajectoire optimale. Comment varie-t-elle avec la valeur du stock initiale  $S_0$  ?

**Corrigé :**

On reprend les résultats de l'exercice 1 pour trouver :

$$R_t = 1/q_t = 1/[\delta^t (1 - \delta) S_0].$$

On montre donc que :

$R_t$  est une fonction décroissante de  $S_0$ ,

$$\lim_{S_0 \rightarrow 0} R_t = +\infty,$$

$$\lim_{S_0 \rightarrow +\infty} R_t = 0.$$

On retrouve ainsi, à la limite, la règle applicable aux biens produits. Quand le stock  $S_0$  est très grand, la rente de rareté tend vers 0, de sorte qu'on tend à égaliser l'utilité marginale et le coût marginal.

**Exercice 3 :**

Supposons que  $U(q_t) = (q_t)^{1-e}$ , avec  $e > 0$ , et que  $c = 0$ .

- Trouver la trajectoire d'extraction optimale sur un marché de concurrence pure et parfaite.
- Même question sur un marché monopolistique.
- Conclure.

**Corrigé :**

a) La fonction d'utilité détermine la fonction d'utilité marginale et de demande suivante :

$$U'(q_t) = (1 - e)/(q_t)^e = P(q_t).$$

En notant  $\delta = 1/(1 + i)$ , un équilibre du marché en concurrence pure et parfaite vérifie le système :

$$(1 - e)/(q_0)^e = \delta(1 - e)/(q_1)^e = \dots = \delta^t (1 - e)/(q_t)^e = \dots,$$

$$q_0 + q_1 + \dots + q_t + \dots = S_0.$$

En posant  $d = \delta^{1/e}$ , on déduit de la première ligne :

$$q_t/q_0 = d^t,$$

pour tout  $t$ . Il vient alors :

$$q_0 + q_1 + \dots + q_t + \dots = q_0 (1 + q_1/q_0 + \dots + q_t/q_0 + \dots)$$

$$= q_0 (1 + d + \dots + d^t + \dots)$$

$$= q_0/(1 - d).$$

En introduisant ce résultat dans la contrainte d'épuisement, on trouve l'extraction à la date 0 :

$$q_0/(1 - d) = S_0 \Leftrightarrow q_0 = (1 - d) S_0,$$

puis les extractions à toutes les dates suivantes :

$$q_t = d^t q_0 = d^t (1 - d) S_0.$$

b) La recette totale du monopole est égale à :

$$P(q_t) q_t = (1 - e) (q_t)^{1-e}$$

On détermine donc la recette marginale :

$$Rm(q_t) = (1 - e)^2 / (q_t)^e$$

Le système s'écrit dans ce cas :

$$(1 - e)^2 / (q_0)^e = \delta (1 - e)^2 / (q_1)^e = \dots = \delta^t (1 - e)^2 / (q_t)^e = \dots,$$

$$q_0 + q_1 + \dots + q_t + \dots = S_0.$$

Il apparaît immédiatement que ce système est équivalent au système de la question a)

c) Lorsque l'élasticité de la demande au prix de la ressource est constante, un marché concurrentiel et un marché monopolistique appliquent la même trajectoire d'extraction de la ressource.

#### Exercice 4 :

Calculer la rotation qui maximise le volume de bois et la VAN pour le cas :

$$Q(T) = T + T^2/10 - T^3/1000$$

$$p = 1, c = 0, \delta = 19/20.$$

#### Corrigé :

On a :

$$Q(T)/T = 1 + T/10 - T^2/1000.$$

L'accroissement moyen est maximum pour  $T$  vérifiant :

$$1/10 - T/500 = 0,$$

soit  $T = 50$ .